

침식연소를 고려한 고체로켓의 비정상 내탄도 해석 기법

조민경* · 허준영* · 성홍계 ***

Unsteady Internal Ballistic Analysis of Solid Rocket Motors with Erosive Burning

Mingyung Cho* · Junyoung Heo* · Hong-Gye Sung***

ABSTRACT

A typical unsteady internal ballistic analysis model was proposed to take account the erosive burning with the variance of local velocity and pressure along grain surface to the axis of a solid rocket combustor. The model introduced in this study showed good agreements with the results of previous research. It was investigated that the combustion pressure, grain length, initial temperature, and vaporization temperature of propellant affect on the erosive burning.

초 록

본 연구에서는 연소실내 유동으로 인해 발생하는 연소실 축방향 압력변화를 고려한 비정상 내탄도 해석모델을 개발하고 이를 바탕으로 침식연소를 해석하였다. 개발 모델은 선행 연구와 비교하였으며 해석결과가 일치함을 확인하였다. 연소실 압력, 그레인 길이, 그레인 초기온도, 추진제 기화온도가 침식연소에 미치는 영향을 조사하였다.

Key Words: Unsteady Internal Ballistics (비정상 내탄도 해석) Solid Rocket motor (고체 로켓 모터), Erosive burning (침식 연소), L&R model, Regression rate (연소속도)

1. 서 론

고체로켓의 내탄도 해석은 연소실 내 압력 변화에 대한 연소 해석과 노즐에서의 유동해석으로 구분 할 수 있다. 연소실 내 압력 변화에 대한 연소 해석은 연소실 전 구간에 걸친 질량, 모

멘텀, 에너지 보존방정식과 실험을 통해 얻어지는 연소속도를 사용하여 해석한다.

연소 속도 측정에 주로 사용되는 스트렌드 버너에서는 연소속도를 압력과 온도에 대한 함수로 나타낼 수 있다. 그러나 연소가스의 유동속도가 특정 속도 이상이 되면 추진제 연소 속도에 영향을 미치게 되며 이러한 현상을 침식연소(erosive burning)라고 한다.[1] 침식연소는 추진제의 조성파 연소 시 연소실 환경에 따라 그 영

* 학생회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학과

*** 중신회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부
연락처, E-mail: hgsung@kau.ac.kr

향이 다르게 나타난다. 연소가 진행되는 과정에서 연소실 축 방향 유동속도가 증가하거나 연소실 압력이 증가하면 침식연소가 증가하며, 연소실의 온도가 높을수록 침식연소는 줄어든다[2].

본 연구에서는 연소실 축방향의 압력변화와 침식 연소를 고려한 연소속도의 변화를 예측하여 고체 로켓의 내탄도 해석을 수행하였다. 선행연구 결과와 비교하여 해석 기법을 검증하였으며, 또한 침식연소에 영향을 주는 요소들에 관한 영향을 조사 하였다.

2. 침식연소 (erosive burning) 모델

2.1. 지배 방정식

Figure 1과 같이 연소실 그레인에 미소체적을 설정하여 연속 보존 방정식을 설정하고 모터 전반에 걸쳐 연속, 운동량, 에너지 방정식을 적용한다[3].

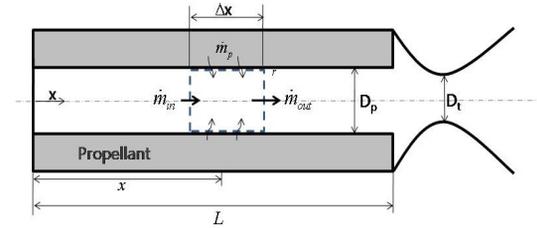


Fig. 1 Schematic of a solid rocket motor

준 정상상태로 가정하면 미소체적에서 빠져나가는 질량유량은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{m}_{out,x,ideal} = \dot{m}_{in,x} + \dot{m}_{p,x} - \dot{m}_{b,x} \quad (1)$$

미소체적으로 들어오는 질량유량은 연소실 축 방향으로 들어오는 질량유량과 추진체 표면에 연소되어 공급되는 질량유량으로 구성된다. 추진체 표면에 공급되는 유량은 연소속도와 관련 있으며 원형 포트일 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{m}_p = \rho_p \pi D_p \dot{r} \Delta x \quad (2)$$

연소과정에서 그레인의 확공이 일어나므로 시간에 따라 미소체적의 부피가 증가된다. 이러한 체적의 증가는 미소체적 내 질량손실로 가정할 수 있다.

$$\dot{m}_b = \rho_g \pi D_p \dot{r} \Delta x \quad (3)$$

choking이 일어난 경우 노즐 목에서 빠져나가는 질량유량은 일반적으로 Eq. 4와 같이 표현된다.

$$\dot{m}^* = A_t P_c \sqrt{\frac{\gamma}{RT_c} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (4)$$

choking시 노즐목에서 빠져나가는 질량유량은 연소실 끝단에서 빠져나오는 질량유량과 동일하다고 볼 수 있으며 생성된 연소가스의 질량유량과 연소실을 빠져나가는 질량유량의 차이로 인해 연소실 내부에 압력 변화가 발생된다. (Eq. 5)

$$\frac{dP}{dt} = \frac{RT_c}{V} \left(\dot{m}_{out,L} - \dot{m}^* - \sum \dot{m}_{b,x} \right) \quad (5)$$

압력변화율은 미소체적 내 질량유량의 변화를 의미한다. Eq. 5에서 구한 연소실 압력변화율이 각 미소체적의 압력변화율과 동일하다면 연소실 전체에서 생성되는 질량유량 (Eq. 6)과 choking시 연소실 끝단에서 빠져나가는 질량유량(Eq. 4)의 비를 이용하여 연소실 미소체적에서 빠져나가는 질량 유량을 구할 수 있다(Eq. 7).

$$\dot{m}_{out,L} = \sum (\dot{m}_p - \dot{m}_b) = \sum (\rho_p - \rho_g) \pi D_p \dot{r} \Delta x \quad (6)$$

$$\dot{m}_{out,x} = \frac{\dot{m}^*}{\dot{m}_{out,L}} \dot{m}_{out,x,ideal} \quad (7)$$

고체 로켓 모터의 추력은 다음식과 같다.

$$F = \dot{m}_{out} v_e + A_e (P_a - P_e) \quad (8)$$

2.2 연소속도 모델

침식연소는 추진체의 성분, 연소 환경, 모터의 크기, 그레인의 형상에 따라서 그 영향이 다르게 나타난다. 본 연구에서는 L&R 모델의 모터의

길이를 모터의 직경으로 대체 시킨 변형식을 사용하였으며 Eq. 9와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{r} &= \dot{r}_0 + \dot{r}_c \\ &= aP_x^n + \alpha G^{0.5} D^{-0.2} \exp(-\beta \dot{r} \rho_p / G) \end{aligned} \quad (9)$$

위 모델은 스트랜드 버너의 연소속도 모델 식에 침식연소 효과를 고려한 연소속도 항을 추가한 형태이다. 연소가스의 유동속도와 추진제의 특성치가 모두 고려된 식이기 때문에 고체로켓 연소 해석에 광범위하게 적용할 수 있다.

Eq. 9에서 β 는 추진제 성분에 따라 독립적인 값을 가지며 α 는 열전달 효과를 나타내는 상수로 Eq. 10과 같이 표현된다[4].

$$\alpha = \frac{0.0028 c_{p,g} \mu^{0.2} Pr^{-2/3}}{\rho_p c_{p,p}} \frac{T_f - T_s}{T_c - T_p} \quad (10)$$

α 는 추진제의 특성치와 연소실 온도 및 그레인 표면온도의 함수이다. 연소실 온도와 그레인 초기 온도에 따른 α 값의 변화를 Fig. 6에 나타내었다.

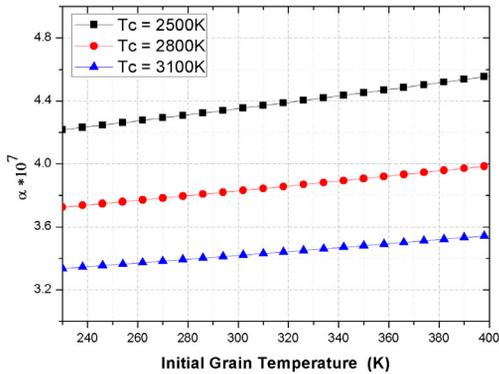


Fig. 2 Effect of Initial Temperature on alpha

α 는 연소실 온도가 높을수록 작으며 그레인의 초기 온도가 높을수록 증가하는 것을 알 수 있다. 그러나 그레인의 초기 온도는 특수한 경우를 제외하고는 260-360K 이므로 α 값의 변화는 아주 작다고 할 수 있다. α 값 자체가 상당히 작은 값이기 때문에 그레인 초기 온도로 인한 침식연소의 변화량은 작을 것으로 예상된다.

2.3. 해석 기법

해석 과정은 크게 연소 과정, blow-out 과정, 노즐 유동해석으로 나뉜다. 미소 체적과 연소실 전체의 압력 변화는 4차 Runge-Kutta 방법을 이용하여 지배방정식(Eq. 1~7)을 수치해석하였다. blow-out과정에서는 추진제의 질량공급이 없으므로 $\dot{m}_{p,x} = 0$ 으로 하여 시간에 따른 연소실 압력 변화를 구하며 연소과정 해석과 동일한 방법으로 압력변화를 구한다. 연소실 압력이 대기압과 같아지는 시점에서 계산을 종료한다.

3. 침식연소 (erosive burning) 모델 검증

Table 1. Motor characteristics[5]

Input parameter	Value
Initial reference pressure (kPa)	2757.90
Grain	
Outer diameter (mm)	63.0
Inner diameter (mm)	25.4
Length (mm)	708
Comb. gas and burning rate characteristics	
Propellant flame temperature (K)	3056
Propellant surface temperature (K)	1128
Burning rate constant	0.0492
Burning rate exponent	0.36
Specific heat ratio (γ)	1.21
Propellant specific heat (J/kg-K)	1508
Propellant density (kg/m ³)	1742
Gas specific heat (J/kg-K)	1845
Gas absolute viscosity (kg/m-s)	8.19×10^{-5}
Gas Prandtl number	0.82
Specific gas constant (J/kg-K)	318
Nozzle	
Nozzle throat diameter (mm)	23.5

침식연소를 고려한 연소속도 모델은 이를 고려하지 않은 일반적인 연소속도 식보다 복잡하고 추진제 특성치에 관해 더 많은 자료를 요구한다. 이러한 요구조건을 충족시키면서 해석 기법을 검증하기 위해 참고문헌[5]에 주어진 추진제의 특성치와 그레인의 형상을 이용하였다(Table 1). 해석 결과 연소속도는 연소실 축방향을 따라 미소하게 증가하며 실험결과와 유사함을 알 수 있다. (Fig. 3)

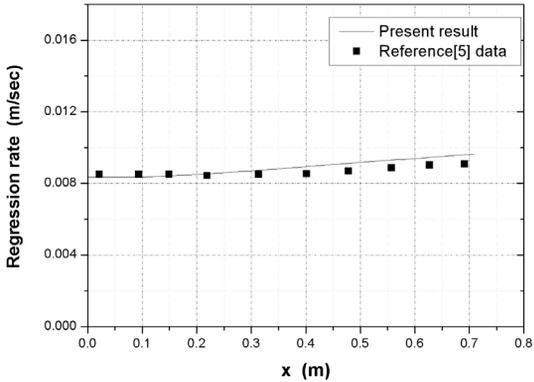


Fig. 3 Comparison of predicted and reference regression rate of propellant

4. 해석 결과

Figure 4는 연소 초기 침식연소로 인해 그레인 축방향으로 연소속도가 증가하는 것을 나타낸다. 연소 시간 0.02초에서는 침식연소로 인해 연소속도가 최대 약 7.73%증가하지만 연소 시간 0.22 초 후 연소속도는 최대 1.63%증가로 연소 초기에서 증가량보다 작은 증가량을 보였다. 총 연소 시간이 1.75초인 것을 고려할 때 침식연소로 인한 연소속도 증가는 연소 초기에 집중됨을 알 수 있다.

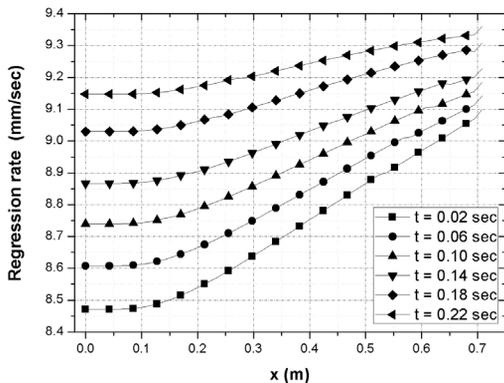


Fig. 4 Regression rate along the grain

작동압력, 연소실 온도, 그레인 길이의 변화가 침식연소에 미치는 영향을 살펴보았다.

4.1. 압력의 영향

고체추진제의 연소속도는 연소실의 압력에 대한 함수이므로 연소실의 작동 평균 압력이 달라지면 연소 시간에 따른 각 지점에서의 연소실 압력변화도 다르게 나타나게 된다. 연소실 작동 압력이 침식연소에 미치는 영향을 조사하기 위하여 연소실 압력이 80atm, 100atm, 120atm 일 때 침식연소 해석을 수행하였다. Figure 5 에서 연소실 압력의 증가에 따라 연소시간에 따라 연소실 압력변화 폭도 증가하는 것을 볼 수 있다. 또한 침식연소를 고려한 해석결과와 침식연소를 고려하지 않은 해석결과의 차이도 연소실 작동 압력이 커짐에 따라 증가하는 것을 알 수 있다. 즉 연소실 작동압력의 증가는 침식연소를 증가시키는 것을 알 수 있다.

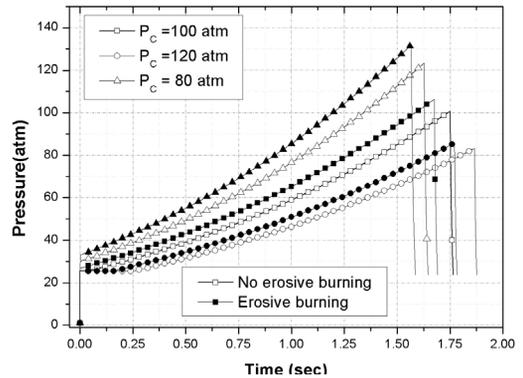


Fig. 5 Effects of average chamber pressure on chamber pressure

4.2 그레인 길이의 영향

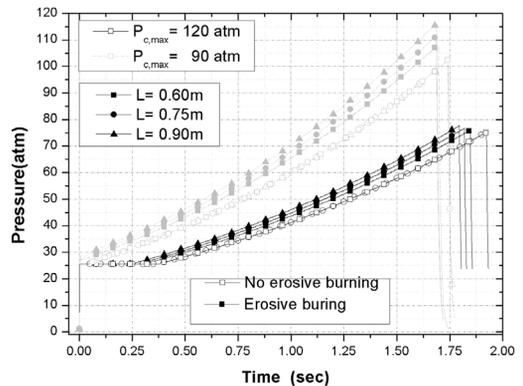


Fig. 6 Effect of port length on chamber pressure

Table 1.에 주어진 값을 기초로 그래인 길이는 약±20%의 변화를 주었다. 그래인 길이가 길어질수록 침식연소는 크게 나타난다(Fig. 6). 그래인 길이가 길어지면서 연소실 축방향으로 유속이 빨라지며 이는 침식연소를 촉진시키기 때문이다. 또한 낮은 작동 압력에서는 그 영향이 작게 나타나지만 높은 작동 압력에서 그 영향이 크게 나타나는 것을 알 수 있다.

4.3 온도의 영향

온도의 영향은 그래인 초기온도와 연소 시 그래인 표면의 온도가 침식연소에 미치는 영향을 조사하였다.

추진제 초기온도는 침식연소 속도에도 영향을 주지만 일반 연소속도에도 영향을 준다. 그렇기 때문에 일반 연소속도에 온도 민감도(Eq. 11)를 고려하여야 온도변화가 침식연소에 끼치는 영향을 알 수 있다.

$$\dot{r} = aP^n e^{\pi_R \Delta T} \quad (11)$$

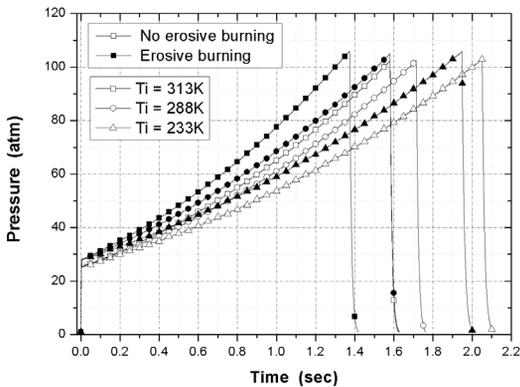


Fig. 7 Effect of initial grain temperature on chamber pressure

Figure 7에서 그래인의 초기온도가 높을수록 연소시간이 짧아지고 침식연소의 영향이 커지는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과는 축방향 연소가스의 속도가 그래인의 초기 온도가 높을수록 유동속도가 빨라져 침식연소 효과를 증대시키기 때문이다.(Fig.8) 그러므로 그래인의 초기온도가 높을수록 축방향의 유동속도가 커지므로 침식효과가 증가하여 후퇴율이 커지면서 연소 시간이

짧아짐을 알 수 있다.

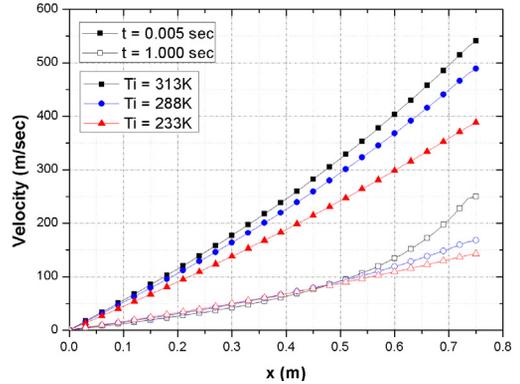


Fig. 8 Effect of initial grain temperature on cross flow velocity

연소 과정 중 추진제 표면온도 변화가 연소속도에 끼치는 영향을 좀 더 정확한 비교를 하기 위해 침식연소를 고려한 연소실 압력변화와 침식연소를 고려하지 않은 연소실 압력변화의 차를 구해 비교 하였다. (Fig. 9) 비교 결과 연소 시 그래인의 표면온도가 낮을수록 침식연소에 의한 영향이 컸으며 연소실 압력이 높을수록 침식연소의 영향이 큰 것으로 나타났다.

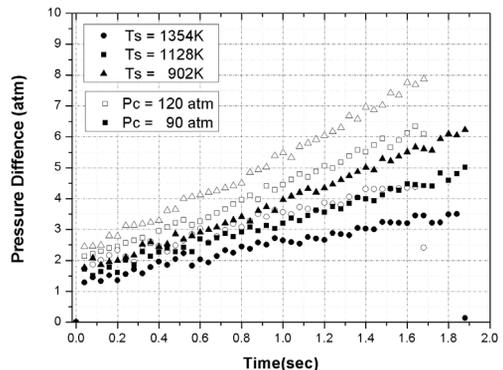


Fig. 9 Effect of propellant surface temperature on chamber pressure difference

5. 결 론

고체로켓의 비정상 해석 모델을 고려한 내탄도 해석 프로그램을 개발하여 침식연소에 영하

을 주는 인자들을 조사하였다. 본 연구에서 제안한 해석 모델은 선행 연구 결과와 비교·검증 하였다. 동일 조건에서 침식연소 비정상 모델과 일차원 모델을 비교하여 침식연소가 연소 속도에 미치는 영향을 분석하였다. 침식연소로 인해 연소실의 압력이 더 급격히 변하며 연소시간이 단축되는 것을 알 수 있었다.

연소실 압력, 그레이인 길이, 그레이인 초기 온도와 추진제 기화온도가 침식연소에 미치는 영향을 살펴보았다. 연소실의 작동압력이 높아질수록, 그레이인의 길이가 길어질수록 침식연소의 영향이 크게 나타난다. 또한 그레이인의 초기온도가 높을수록, 추진제의 기화 온도가 낮을수록 침식연소 영향이 크게 나타났으며, 동일 온도 조건이더라도 연소실 압력이 높으면 침식연소의 영향이 더 크게 나타났다. 이러한 수행 결과를 바탕으로, 본 연구 대상의 추진제는 연소실 압력 변화가 침식연소에 가장 중요한 요소라고 할 수 있다.

참 고 문 헌

1. K. Srinivasan, S. Narayanan, O. P. Sharma, "Numerical studies on erosive burning in cylindrical solid propellant grain", Springer-Verlag , Heat Mass Transfer 44:579 -585,2008
2. James Moss, Dr, Stephen Heister, Kevin Linke, "Experimental Program to Assess Erosive Burning in Segmented Solid Rocket Motors", 43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, July 2007.
3. Heister, S. D. and Landsbaum, E. M., "Analysis of Ballistic Anomalies in Solid Rocket Motors." Journal of propulsion and power, Vol. 7, No. 6, 1991, pp. 887-893.
4. Sutton, G. P., "Rocket Propulsion Elements, 7th ed.", John Wiley & Sons Inc., 2001
5. D. R. Greatrix, J. J. Gottlieb, "Erosive Burning Model for Composite-Propellant Rocket Motors with Large Length-to-Diameter Ratio", Canadian Aeronautics and SpaceJournal Vol33. No.3, September 1987