관내 전파되는 파동에 대한 파이프의 구조적 반응에 대한 모델링

김대현* · 여재익**

Modeling of the Structural Response of Pipes to Internal Blast Loading

Daehyun Kim* · Jai-ick Yoh**

ABSTRACT

The moving load such as a shock wave in a pipe propagates with a specific velocity. This internal load speed determines the level of flexural wave excitation and the possibility of resonant response leading to a large deformation. In this paper, we present particular solutions of displacements and the resonance conditions when the moving load is propagating in a pipe. These analytical results are compared to numerical simulations obtained using a hydrocode. We expect to identify potential explosion hazards in the general power industries.

초 록

충격파와 같은 moving load가 특별한 속도로 관 안을 전파한다. 이 관 안을 전파하는 moving load 속도는 flexural wave의 활성화의 정도와 큰 변형을 일으키는 공진이 발생할 가능성을 결정한다. 본 연구에서, 우리는 moving load가 관안을 통과하고 있을 때의 변위의 특별해와 공진현상이 일어날 조건을 보일 것이다. 또한 이 이론적 결과를 hydrocode를 이용하여 얻은 수치해석 결과와 비교하여 정당성을 보일 것이다. 이와 같은 결과를 바탕으로 본 연구는 원자력 발전소나 탄화수소 계열의 연료를 사용하는 산업분야에서 공진현상에 의한 대형 사고를 예방하는 목적을 가지고 있다.

Key Words: Resonance(공진), Moving load, critical velocity(임계 속도)

1. 서 론

Blast loading은 파이프 안에서 flexural waves를 활성화 시키고 Blast loading가 지나 갈 때의 압력에 의한 차이로 인하여 반지름 방향의 변형을 만든다.

아래의 Fig. 1과 같이 관의 변형이 일어날 경우 반지름 방향의 큰 굴곡이 생긴다고 가정한다.

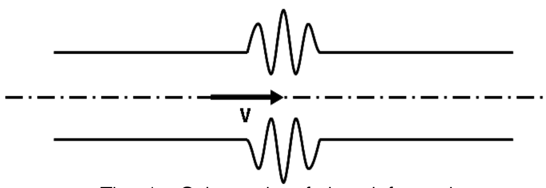

Fig. 1 Schematic of the deformation

Blast loading에 의한 관의 구조적 반응을 예상하기 위해 Tang에 의해 유도된 이론인 Tang model[1]은 파이프의 길이가 무한이고, 관의 문제를 정상상태로 가정하여 이론적으로 관의 움직임에 대한 해를 구하는 방볍과 일정한 길이를 갖는 파이프의 일시적 해를 보여주는 2가지 방볍이 있다.

정상상태로 가정한 경우에는 임계 속도들의 존재와 이 속도에서의 관의 움직임은 공진의 가능성이 있다는 것을 보여준다. 또한 정상상태로 단순화 시킨 모델은 임계 속도 부분에서 비현실적이기 때문에 보다 현실적인 결과를 보여주는 일시적 모델을 통하여 해를 보여준다. 그러나 본 논문에서는 일시적 모델을 통한 해보다는 공진 현상이 발생하는 조건에 비중을 둘 것이다.

공진 현상은 실제로 1940년 11월 미국의 워싱턴 주에 있는 '타코바 다리'는 태풍도 견딘 아주 견고한 다리였지만 다리의 고유 진동수와 일치한 70km/h의 바람에 무너져 버렸고, 2000년 영국의 런던에 있던 '밀레니엄 다리'가 개막식에서 행인들의 발맞추기에 폐쇄된 사건들이 있듯 우리 주위에서 공진에 의한 사건 사고들이 자주 관찰되고 있다.

이 연구는 관이 깨지지 않거나 작은 사고에서 마무리 될 경우 임에도 불구하고, 공진 때문에 발생되는 대형 사고를 미리 예방하는 목적을 가지고 있다.

2. 본 론

2.1 기본 이론

본문에서는 Tang model에서 정상상태 일 경우에 적용되는 이론들을 살펴 볼 것이다.

정상상태의 Tang model은 임계 속도들에서의 구조적 반응이 실제와는 다르게 나타나는 단점이 있으나, 이론적으로 관의 해를 구할 수 있고, 실험값에 의해 구해진 임계속도의 값과 거의 유사한 [2]임계 속도들을 구할 수 있으며, 그 속도들에서 공진이 일어날 가능성을 보여주는 장점이 있다. 그렇기 때문에 단점을 가지고 있음에도 불구하고 구조의 반응을 해석할 시에 매우 중요하기 때문에 꼭 고려하고 넘어가야할 이론이다.

Tang model에 따른 단순화된 축대칭의 아주 얇은 두께를 가진 관의 운동 방정식[1]은

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1}$$

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} - Q_x = -\frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^3 w_b}{\partial x \partial t^2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{N_{\theta\theta}}{R} + \Delta P = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{3}$$

Stress Resultants는,

$$N_{xx} = \frac{Eh}{1-\upsilon^2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \upsilon \frac{w}{R}\right)$$

$$N_{\theta\theta} = \frac{Eh}{1-\upsilon^2}\left(\frac{w}{R} + \upsilon \frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

$$Q_x = hkG \frac{\partial w_s}{\partial x}$$

$$M_{xx} = -\frac{Eh^3}{12\left(1-\upsilon^2\right)} \frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2} \tag{4}$$

수치계산의 편리함을 위해서 dimensionless 변수들을 사용한다.

$$\overline{u} = \frac{u}{h}, \overline{w} = \frac{w}{h}, \overline{\psi} = \frac{1}{\sqrt{12}}\psi, \overline{\eta} = \frac{\sqrt{12}}{h}\left(X - VT\right) \tag{5}$$

아래의 parameter들을 사용하여,

$$v_d = \sqrt{\frac{E}{\rho\left(1-\upsilon^2\right)}} \quad : \text{팽창파}$$

$$v_s = \sqrt{\frac{kG}{\rho}} \quad : \text{전단파}$$

$$\beta = \frac{h}{\sqrt{12}R} \quad : \text{관의 두께 함수}$$

$$\Lambda_j = \frac{\left(p_j - p_{atm}\right)R^2}{Eh^2} \quad : \text{여기 함수} \tag{6}$$

식 (1),(2),(3)은 식 (4)과 (5), (6) 이용하여 x 와 t 에 대한 미분계수를 $\bar{\eta}$에 대한 미분계수로 바꿔주면 아래와 같은 (7)식을 얻게 된다.

$$\left[1-\left(\frac{v}{v_d}\right)^2\right]\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial\bar{\eta}^2}+\nu\beta\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{\eta}}=0$$

$$-\upsilon\beta\left(\frac{v_d}{v_s}\right)\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{\eta}}+\left[1-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2\right]\frac{\partial^2\bar{w}}{\partial\bar{\eta}^2}-\beta^2\left(\frac{v_d}{v_s}\right)^2\bar{w}+\frac{\partial\bar{\psi}_x}{\partial\bar{\eta}}=-\Delta p$$

$$-\left(\frac{v_s}{v_d}\right)^2\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{\eta}}+\left[1-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2\right]\frac{\partial^2\bar{\psi}_x}{\partial\bar{\eta}^2}-\left(\frac{v_s}{v_d}\right)^2\bar{\psi}_x=0 \qquad (7)$$

식 (7)의 마지막 식에 $\psi_x=-\frac{\partial w_b}{\partial x}$ 를 대입하고, $\bar{\eta}$ 에 대하여 적분하면,

$$\bar{w}_s=-\left(\frac{v_d}{v_s}\right)^2\left[1-\left(\frac{v}{v_d}\right)^2\right]\frac{\partial^2\bar{w}_b}{\partial\bar{\eta}^2} \qquad (8)$$

을 얻는다.

또한 (7)의 첫 번째 식을 $\bar{\eta}$에 대해 적분하면,

$$\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{\eta}}=-\frac{\nu\beta}{\left[1-\left(\frac{v}{v_d}\right)^2\right]}\left(\bar{w}_b+\bar{w}_s\right) \qquad (9)$$

식 (8)과 (9)를 (7)에 대입을 시켜 주면 축대칭의 아주 얇은 두께를 가진 파이프에서의 모델링을 위한 다음과 같은 미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$A_4\frac{\partial^4\bar{w}_b}{\partial\bar{\eta}^4}+A_2\frac{\partial^2\bar{w}_b}{\partial\bar{\eta}^2}+A_0\bar{w}_b=F\left(\bar{\eta}\right) \qquad (10)$$

where,

$$A_4=\left[\left(\left(\frac{v}{v_d}\right)^2-1\right)\left(\left(\frac{v}{v_s}\right)^2\right)-1\right]$$

$$A_2=\left[\left(\frac{v}{v_d}\right)^2\left(1+\beta^2\left(1-\upsilon^2\right)\left(\frac{v_d}{v_s}\right)^2-\beta^2\left(1-\upsilon^2\right)\left(\frac{v_d}{v_s}\right)^2\right)\right]$$

$$A_0=\beta^2+\frac{\beta^2\nu^2}{\left[\left(\frac{v}{v_d}\right)^2-1\right]}$$

$$F\left(\bar{\eta}\right)=\beta^2\left(1-\upsilon^2\right)\left(\Lambda_1+\left(\Lambda_2-\Lambda_1\right)\left(1-H\left(\bar{\eta}\right)\right)\right)$$

을 얻는다.

2.2 Dispersion equation

Dispersion equation은 Blast loading의 속도와 그 속도에 의해 생기는 강제 진동수와의 관계를 나타내주는 방정식이다. 이 방정식의 해는 서론에서 미리 언급했듯이 반지름 방향으로 변위가 sin이나 cos 파 형태를 가진다고 가정하였을 경우 W_b=exp($\bar{\eta}$α)으로 가정할 수 있다. 이 가정한 변위를 식(10)의 동차 방정식에 대입을 하면 식(11)를 얻을 수 있다.

$$A_4\alpha^4+A_2\alpha^2+A_0=0 \qquad (11)$$

α는 파동수 N 과 아래와 같은 관계에 있다.

$$N=\frac{\sqrt{12}\alpha}{ih} \qquad (12)$$

또한 파동수는 주파수와 다음과 같은 관계식에 있다.

$$f=\frac{VN}{2\pi} \qquad (13)$$

그러므로 (11), (12), (13)식을 이용하여 Blast loading 속도와 강제 진동수와의 관계 그래프를 얻을 수 있다. 아래 Table 1. 의 material의 종류에 따른 분산 곡선 을 Fig. 2에서 확인할 수 있다.

그래프 곡선에서의 좌측 부분은 낮은 주파수 신호를 갖는 main 부분이고 오른쪽은 높은 주파수 신호를 갖는 precursor부분이다. main 부분과 precursor부분이 만나는 지점에서 공진이 일어날 가능성이 있는 임계속도(V_{c0})를 찾을 수 있다.

Table 1. Material's properties

재　　료	Al 6061T6	Steel1006	Copper
두 께(m)	0.0015	0.0015	0.0015
반지름(m)	0.01	0.01	0.01
밀도(Kg/㎥)	2703	7896	8900
탄성계수(Gpa)	73.4	211	124.6
푸아송비	0.33	0.29	0.343

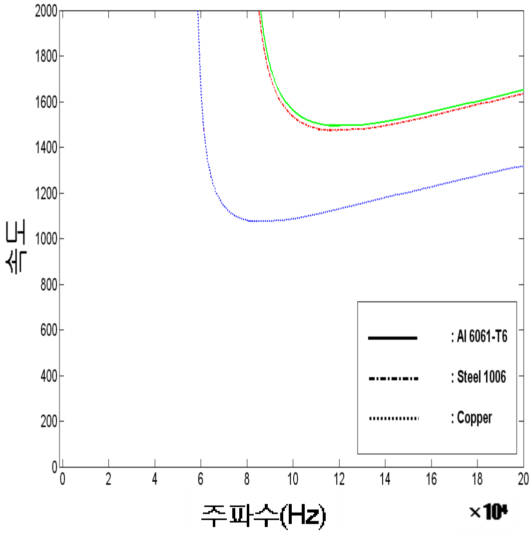

Fig. 2 Dispersion curve

또한 식 (9)를 풀면 4가지 임계 속도들[4]을 얻을 수 있다.

- V_{c0} : 굽힙파 속도
- V_{c1} : 전단파 속도
- V_{c2} : bar 안에서의 팽창파 속도
- V_{c3} : 팽창파 속도

4 가지의 임계 속도들을 기준으로 5구간으로 나누어서 파이프의 변형의 해를 구할 수 있다. 그러나 첫 번째 임계 속도를 제외한 나머지 속도에서는 공진이 일어나지 않기 때문에 본 연구에서는 제외한다.

2.3 관 변형의 해

Blast Loading 의 front가 지나간 영역과 지나가지 않는 영역으로 아래의 Fig. 3과 같이 구분한다.

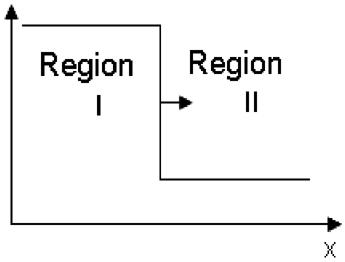

Fig. 3 Moving front

2.3.1 $0<V<V_{c0}$ 일 경우,

$$\bar{w}_b^{\mathrm{I}} = \Lambda_1^s - \left(\Lambda_2^s - \Lambda_1^s\right)$$
$$\left\{1 + \frac{1}{8} e^{n\bar{\eta}} \left[-4\cos\left(m\bar{\eta}\right) + 2\frac{n^2 - m^2}{nm}\sin\left(m\bar{\eta}\right)\right]\right\}$$
$$\bar{w}_b^{\mathrm{II}} = \Lambda_1^s - \left(\Lambda_2^s - \Lambda_1^s\right)$$
$$\left\{\frac{1}{8} e^{-n\bar{\eta}} \left[-4\cos\left(m\bar{\eta}\right) + 2\frac{n^2 - m^2}{nm}\sin\left(m\bar{\eta}\right)\right]\right\} \tag{13}$$

where, $$\Lambda_i^s = \frac{\beta^2\left(1-\nu^2\right)}{A_0}\Lambda_i$$

속도가 V_{c0} 에 다가 갈수록 n의 값은 0의 값으로 근접하게 되어 해는 무한이 된다.

2.3.2 $V_{c0}<V<V_{c1}$ 일 경우,

$$\bar{w}_b^{\mathrm{I}} = \Lambda_1^s - \left(\Lambda_2^s - \Lambda_1^s\right)\left\{1 + \left[\frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2}\right]\cos\left(m_1\bar{\eta}\right)\right\}$$
$$\bar{w}_b^{\mathrm{II}} = \Lambda_1^s - \left(\Lambda_2^s - \Lambda_1^s\right)\left\{\left[\frac{m_2^2}{m_1^2 - m_2^2}\right]\cos\left(m_2\bar{\eta}\right)\right\} \tag{14}$$

속도가 V_{c0} 에 다가 갈수록 m_1의 값은 m_2의 값으로 근접하게 되어 해는 무한이 된다.

3. 수치 해석

앞에서 언급한 임계 속도에서 공진현상이 일어날 가능성을 확인하기 위하여 hydrocode를 이용하여 속도에 따른 압력과 변형의 변화 그래프를 Fig. 4와 Fig. 5에서 확인할 수 있다.

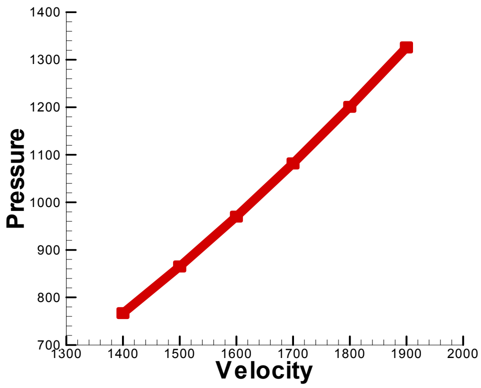

Fig. 4 Pressure and velocity's diagram

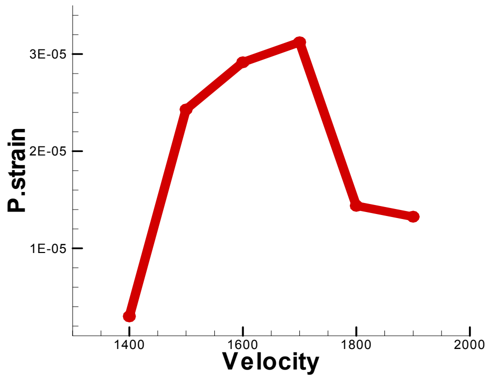

Fig. 5 Pressure and strain's diagram

Figure 4 를 통하여 속도가 증가함에 따라 압력이 증가하는 것을 확인 할 수 있다. 그러나 Fig. 5를 통하여 속도가 증가하면, 즉 압력이 증가하여도 1700m/s을 지나서 변형이 작아지는 것을 확인 할 수 있다. 이것은 관 변형의 해 부분에서 첫 번째 임계속도로 Blast loading가 가까워짐에 따라 변형이 커져 임계 속도로 갔을 때 공진 현상이 일어나는 이론의 정당함을 보여주는 수치 해석 결과이다.

4. 결　　론

파이프 안에서의 Blast loading의 속도가 파이프의 구조적 반응에 아주 중요한 영향을 미친다는 것을 Tang model을 통해서 확인 할 수 있었다. 또한 Hydrocode를 이용하여 첫 번째 임계속도 V_{c0}일 경우에 공진현상이 발생될 가능성이 높다는 것을 알 수 있었다.

또한 Dispersion curve과 파이프를 구성하는 재료의 물성치들을 이용하여 첫 번째 임계속도를 쉽게 그래프를 통하여 확인함으로써 이것은 파이프 안에서 폭발이 일어날 경우에 공진현상을 피할 수 있게 설계하는데 도움이 되는 아주 유용한 정보를 쉽게 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

1. Tang, s, "Dynamic response of a tube under moving pressure," Journal of the Engineering Mechanics Division, 1965
2. Shepherd, J. E., "Structural Response of piping to internal gas detonation," ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, 2006
3. Beltman, W. M., Burcsu, E. N., Shepherd, J. E., and Zuhal, L., "The Structural response of cylindrical shells to internal shock loading," Journal of pressure vessel technology, 1999
4. Beltman, W. M., Shepherd, J. E., "Linear elastic response of tubes to internal detonation loading," Journal of Sound Vib, ,2002, 252(4): pp. 617-55
5. Beltman, W. M., Shepherd, J. E., "The structural response of tubes to detonation and shock loading Parts I and II," Technical Report FM98-3, Pasadena, CA: California Institute of Technology, 1998