지반조사 데이터의 통계처리기법
Statistical Representation Methods of Ground Data

이규환[1], Kyu Hwan Lee, 윤길림[2], Gil Lim Yoon

[1] 건양대학교 건설시스템공학과 부교수, Associate Professor, Department of Civil System Engineering, Konyang University

[2] 한국해양연구원, 연안개발연구본부, 책임연구원, Coastal Zone Development Research Lab, Korea, Ocean Research & Development Institute

SYNOPSIS : Ground investigation data to be used as a basis for geotechnical analysis and foundation design are usually troubled with large uncertainty, due to natural variability and limited number of data. Statistical methods can be a rational tool for handling such uncertain ground data, in particular with a view to the selection of characteristic values for estimating ground design parameters used in design. The characteristic values of soil properties for use in geotechnical design have oftenly based on not only a subjective judgment but also engineer's past acumulated experience. This paper discussed some statistical methods which can handle such intrinsic ground uncertainty data with a case design in a rational manner.

Key words : uncertainty, variability, statistical method, characteristic value

1. 서 론

지반해석이나 기초구조물설계에 사용되는 토질조사자료는 고유의 변동성(natural variability)과 제한된 조사수량등 여러 가지 불확실 요소를 포함하고 있기 때문에 정확한 설계변수를 결정하기가 매우 어렵다. 이와 같은 지반조사자료의 불확실성 요소를 처리하는데 통계처리기법은 합리적인 도구로 사용할 수가 있다. 본 논문에서는 지반구조물 설계에 사용되는 조사자료의 특성값(characteristic value)을 선정하기 위해 사용되는 확률 및 통계적 기법들에 대해 설명하였다. 이러한 특성값을 결정하는데 있어 종종 주관적인 판단과 축적된 경험이 사용되기도 하며 흙의 성질과 관련된 불확실성이 어느정도 제한된 범위에서 반영되기도 한다. 특히, 사용 가능한 조사자료를 이용하여 지반의 특성값을 추론해 내는데 있어 통계적 기법을 합리적으로 적용하는 방법과 다음과 같은 토질조사자료 처리기법등에 대해 다루었다.

- 토질조사자료에서의 불확실성의 종류
- 불확실성에 대한 모델링 및 모델링을 기술하기 위한 확률분포
- 토질조사자료의 일반적인 확률분포 형태
- 토질조사자료의 중앙추정(central estimation)
- 신뢰도에 의한 토질정수 추정
- 토질조사자료를 이용한 특성값 해석
- 공간평균 및 공간 추정을 포함한 지구 통계학
- 지반 신뢰성 해석에서 토질특성의 확률분포 모델링

2. 불확실성

지반공학에서는 흙의 성질을 균질한 층으로 모델화 하는 것이 일반적이다. 결정론적 개념으로 지층을 접근하면 층의 심도와 성질은 편차가 없는 단일 값으로 대표되는데 이는 흙이 수평 및 연직방향에서 공간적 변동성 없이 국부적으로 균질함을 의미한다. 그러나 지층은 흙의 퇴적이력(stress history)에 따라 성질이 크게 변화한다. 일반적으로 확률론적 개념에서 흙의 성질은 위치에 따라 변하는 확률 변수로 취급된다.

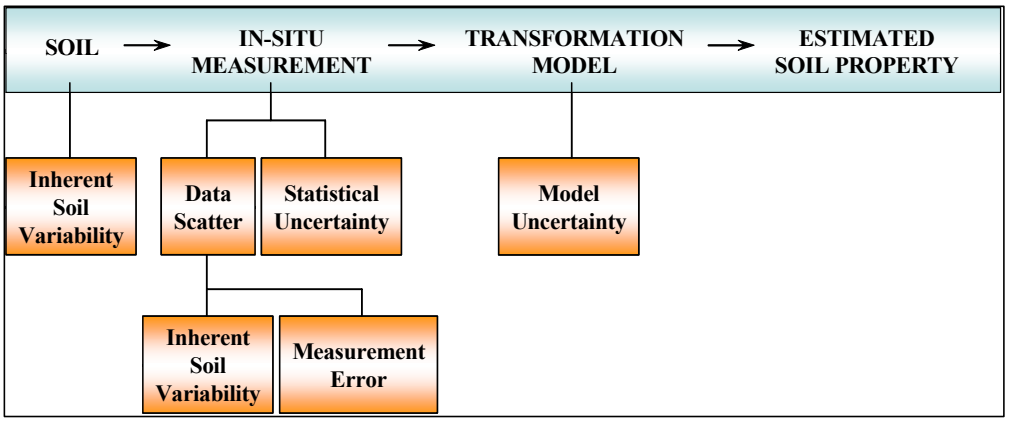

그림 1. 토질특성 평가시의 불확실성(Kulhawy 등, 1999)

토질 불확실성의 주원인은 그림 1과 같이 고유의 변동성(Inherent variability), 측정오차(Measurement error)및 변환 불확실성(Transformation uncertainty)등으로 구분할 수가 있다. 첫째, 고유변동성은 흙의 자연적, 지질학적 생성과정에서 발생된다. 즉, 지반이 서로 다른 재료로 구성되어 있기 때문에 발생한다. 둘째, 측정오차는 장비, 시험절차 및 시험종류 및 방법 등의 영향으로 발생한다. 또한, 측정오차에는 제한된 데이터 정보로 발생되는 오차와 통계학적 불확실성이 포함된다. 이러한 불확실성은 더 많은 데이타를 획득함으로서 최소화할 수 있다. 셋째, 변환 불확실성은 현장이나 실내시험 결과를 경험이나 상관모델을 적용하여 흙의 설계특성으로 변환될 때 발생된다.

2.1 토질특성의 불확실성

지반구조물 설계시 지반공학자들이 직면하는 주요한 당면과제중 하나는 확률론적 해석이든 결정론적인 해석이든 간에 흙과 암석에 관한 설계 정수를 구하는 것이다. 그림 2는 Christian(1994)등이 토질특성을 불확실성 요소를 자료분산(Data Scatter)과 시스템 오차(Systematic Error)의 이분법적인 요소로 분류해 놓은 것이다.

2.2.1 자료 분산(Data Scatter)

현장조사 및 시험에서 측정된 데이터는 분산(scatter)을 보이는데 이러한 분산은 공간적인 변화(real spatial variation)와 측정절차에 의한 확률오차(random error)을 반영한 것이다. 특히, 현장 전체의 변동성을 나타낸다. 자료의 분산은 다음의 두가지 요소로 나타낼 수 있다.

1) Real spatial variation : 각 위치별로 토질특성의 차이를 나타낸 것으로 충분한 자료가 주어지면 변동성을 감소시킬 수 있다. 그래서 토질특성의 평균값을 사용하거나 통계학적인 파라메타를 사용한다.

2) Random testing error : 임의적으로 선정된 시험이 가지는 변동성을 나타낸 것으로 측정의 부정확성에 기인한다. 시험결과는 실제 값보다 크거나 작을 수도 있으며 그 오차의 크기는 동일한 시편에 대한 반복시험으로 평가할 수 있다.

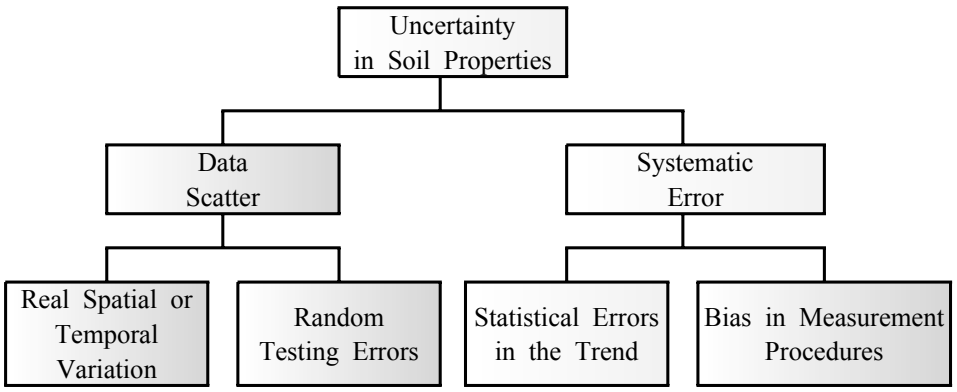

그림 2. 지반설계에 적용하기 위한 불확실성 요소의 분류
(Christian et al., 1994)

2.1.2 시스템 오차(Systematic error)

예측치와 실측치 간의 차이로 인한 오차로 그림 3에서 추세선(trend line)의 위치에 대한 불확실성을 시스템 오차라 한다.

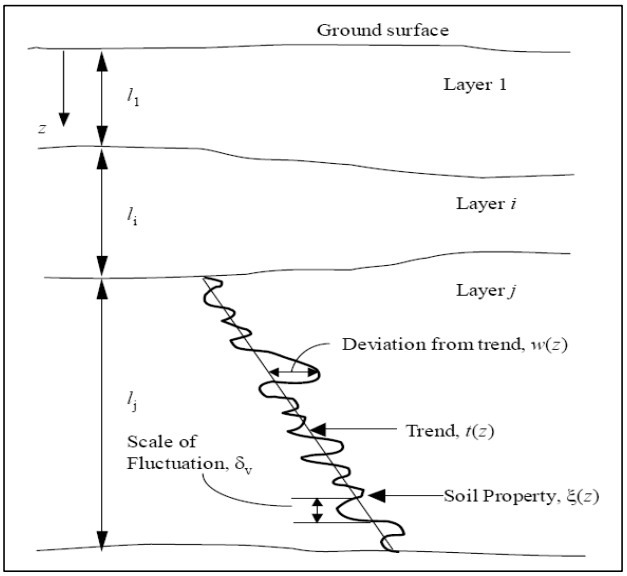

그림 3. 흙의 고유 변동성 (Phoon 등, 1999)

1) Statistical error in the trend : 여러 가지 이유로 조사 위치에서 측정 데이터의 수는 제한되어 있다. 이러한 한정된 데이터의 수에 기인한다. 측정값은 실제보다 크거나 작을 수 있으며 위치에 따라 평균, 표준편차 및 기타 파라메타들이 다르게 나타난다. 통계학적 오차는 그 크기나 방향은 모르지만, 오차의 범위는 계산 가능하며 통계학적 오차는 추정된 파라메타 대한 분산으로 나타낸다. 동일한 위치에서 측정된 데이터의 수가 많아질 수록 통계적 오차는 감소한다.

2) Bias in measurement procedures : 시험방법이나 시험 결과의 해석법이 부적당한 경우에 발생한다.

2.1.3 불확실성의 종류

지반데이타와 관련된 불확실성에는 많은 요인들이 있지만 대표적인 불확실성 요소를 두 개만 들면 우연(Aleatory)적 불확실성과 인지(Epistemic)적 불확실성으로 구분할 수 있다.

1) 우연적 불확실성(Aleatory uncertainty)

우연에 의한 불확실성은 물리적인 불확실성이다. 물리적(physical)인 불확실성은 고유의(intrinsic) 불확실성으로 지반내의 위치마다 흙의 강도가 변화는 것과 같은 자연적인 불확실성을 의미한다. 이와 같은 물리적 불확실성, 즉 자연적인 불확실성은 감소시킬 수 없는 불확실성의 한 종류이다.

2) 인지적 불확실성(Epistemic uncertainty)

인지적 불확실성은 통계적 불확실성, 모델 불확실성, 그리고 측정 불확실성으로 이들은 제한되고 불충분하거나 부정확한 지식과 관련된 불확실성의 한 종류로 분류된다.

① 인지적 불확실성은 보다 많은 데이터의 수집, 적용모델의 개선, 보다 정확한 측정방법의 적용을 통해 감소시킬 수 있다.
② 통계적 불확실성은 제한되고 한정된 정보로 인해 발생되는 불확실성이다. 즉, 제한된 수의 시료에서 측정된 흙의 강도에서 발생되는 불확실성을 의미한다.
③ 모델 불확실성은 말뚝의 저항치와 기초지반의 지지력 등을 예측하는데 사용된 모델의 결함이나 이상화 그리고 불확실성을 나타내기 위해 적용된 확률분포 등에 의해 기인한다. 모델 불확실성에 대한 간단한 예를 들면 다음과 같다.
   - 비교적 간단한 α법을 이용하여 비배수전단강도로 부터 말뚝의 지지력을 예측할 때 발생하는 불확실성이다.
   - 비배수 전단강도를 구하기 위해 CPT시험에서 얻은 콘 저항 데이터를 변환시키는 과정에서 발생하는 불확실성이다.
   - 데이터의 양이 정확한 확률분포를 결정하기에 부족한 경우, 즉, 데이터에 맞은 올바른 확률 분포타입이 없는 경우, 또는 계산의 단순화를 위해 잘못된 분포형태가 사용되는 경우에 발생한다.
   - 모델 불확실성은 적용되는 경우마다 달라지는데 적절한 민감도 해석을 통해 검증 할 수 있다.
   - 콘시험에서 얻은 데이터를 이용하여 비배수전단강도를 구하는 것은 해석에 사용된 모델과 측정의 불확실성을 포함한다.
④ 측정시의 불확실성(Measurement uncertainty)은 장비의 결함이나 시료의 교란으로 발생하는데 측정오차는 측정시의 편차와 관련된 시스템적인 오차와 측정의 정확도와 관련된 확률오차를 포함하고 있다.
   - 측정오차는 편차(bias)와 확률오차를 포함한다. 즉, 흙의 강도 결정을 위한 실내시험에서 연속적인 시험을 위해 채취된 시료의 교란과 관련된 불확실성이다.
   - 시료의 교란이 발생하면, 실내시험에서는 실제강도보다도 작은 강도가 측정되는 경향이 있다. 즉, 시료의 오차는 부편차(negative bias)의 시스템오차를 발생시킨다. 게다가 시료의 교란정도가 시료마다 다른 경우 측정된 강도에서도 확률오차가 발생한다.
⑤ 만약, 데이터의 수가 부족하여 측정된 데이터의 통계처리과정에서 데이터를 생성하여 사용하는 경우, 적용된 모델과 측정시의 불확실성 요소가 결합되어 반영이 될 수 있다. 즉, 콘 관입시험에서 비배수전단강도 추정시 적용된 모델과 측정시의 불확실성이 반영될 수 있는 한 예이다.

3) 기타 불확실성

상기에서 언급된 오차 외에도 기술자의 숙련도, 작업자에 의한 오차 등이 있다. 예를 들어 트렌치 내의 파이프라인 위에 성토재와 같은 뒤채움재를 채워넣을 때 일하는 기술자와 관련된 불확실성은 자연지반에서 일어나는 변동성과 같은 방법으로 일어날 수가 있다. 그러나 추가로 새로운 뒤채움 시공을 하는 경우, 이와 같은 불확실성은 시공과정을 변경하거나 개선하여 감소시킬 수 있다.

2.1.3 해석모델의 불확실성

해석모델의 대표적인 불확실성 요소에는 지반의 비선형 거동, 지반의 공간적 변동성, 실험과정에서 발생되는 분산 오차, 기본물성치를 이용한 파라메타 추정시 발생하는 오차, 단순화시켜 사용된 모델 오차 등 여러 가지 요소가 있다. 지반구조물 설계시 파괴확률은 선택된 입력함수에 민감한 영향을 받는다. 따라서 신뢰성 해석을 위한 확률분포 결정시 그 파라메타가 가지는 특성을 고려하여 최적의 값으로 결정해야 한다.

3. 확률분포 및 통계

3.1 확률분포

앞 절에서 제시된 모든 불확실성은 확률분포로 나타낼 수 있다. 파라메타 분포모델이 사용되는 경우, 일반적인 분포형태 및 분포 파라메타로 나타낼 수 있다. 흙의 특성을 나타내기 위해 일반적으로 사용되는 분포모델은 다음과 같다.

- 정규분포(normal distribution)
- 로그정규분포(lognormal distribution)
- 웨이블 분포(weibull distribution)
- 균등분포(uniform distribution)
- 삼각형분포(triangular distribution)

정규분포는 독립적인 많은 자료의 합계나 평균에서 일어나는 변화를 관찰하기 위해 사용된다. 지반의 강도변화는 종종 정규분포를 따른다. 로그정규분포는 음의 값을 갖지 않는 독립적인 많은 자료들의 변화를 관찰하기 위해 사용된다. 균등분포(uniform distribution)는 선행정보가 없는 물리적인 경계변수에 적합한 분포모델로 사용된다. 확률분포를 특성화하기 위해 사용되는 가장 대표적인 파라메타는 다음과 같다.

- 평균값(기대값)
- 표준편차(평균값의 퍼짐이나 흐트러짐 정도)
- 변동계수(표준편차/평균)
- 상한과 하한

정규분포에서 이들 파라메타는 분포에 대한 수학적인 표현으로 직접 사용된다. 로그정규분포나 웨이블 분포와 같은 경우, 분포 파라메타는 특성값으로부터 유도되어 사용이 된다. 상기에서 언급된 대표적인 용어들 외에 다음 용어들이 확률분포의 특징을 나타내기 위해 사용이 되고 있다.

- 분산(variance)
- 왜도(skewness)
- 첨도(kurtosis)
- 표준오차(standard error)
- 공분산(covariance)
- 상관관계(correlation)

3.1.1 정규분포

정규분포는 비배수전단강도와 같은 강도특성을 나타내는데 적절한 모델로 간주되고 있다. 정규분포를 기술하기 위해서는 평균값과 표준편차가 필요하다. 흙의 변수 X에 대한 누적분포함수는 식 (1)과 같다.

$$F_X(x) = P[X \le x] = \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma}) \tag{1}$$
$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2})dx$$

여기서, Φ는 표준누적 정규분포함수이고, μ는 변수 X의 평균이고, σ는 변수 X의 표준편차를 의미한다. 변수 X의 분포 결정시 실내시험 데이터의 수가 한정되어 있는 경우, 데이터로부터 구한 평균과 표준편차는 통계적인 불확실성을 갖는다. 즉, 평균과 표준편차는 그 자체로 불확실성을 가지며 분포모델에도 불확실성이 전가될 수 있다. 정규분포를 이용하면 모델화된 변수들이 음의 값을 갖는 경우가 있다. 그러나 흙의 강도와 같은 토질변수들은 음의 값을 갖지 않는다. 그럼에도 불구하고 정규분포는 여전히 적절한 분포모델이다. 왜냐하면, 음의 값을 가질 가능성은 무시할 수 있기 때문에 정규분포에서 이론상 음의 값을 가지는 것은 큰 문제가 되지 않는다. 단지, 변수들의 COV값이 특이하게 큰 경우, 정규분포를 사용했을 때 음의 값을 가질 수 있는 위험이 있다. 이러한 경우에는 분포의 작은 쪽을 절단하여 0으로 고정한 절단된(truncated) 정규분포를 사용할 것을 권장한다.

3.1.2 로그정규 분포

만약, 변수 X가 로그정규분포하는 경우, 변수 $\ln X$는 정규 분포한다. 로그정규분포는 변수 X가 강도와 같이 양의 값을 가지는 경우에만 사용된다. 강도변수에 대해 로그정규분포를 사용함으로서 발생하는 단점은 분포의 작은 쪽 꼬리부분에서 실제보다 작게(nonconservative) 강도를 예측할 수 있다는 것이다. 다음 식 (2)와 (3)은 변수 X가 로그정규분포하는 경우 $\ln X$의 평균값과 분산을 X의 평균값과 분산으로 전환하는 식이다.

$$E[X] = \exp(E[\ln X] + \frac{1}{2} Var[\ln X] \tag{2}$$

$$Var[X] = E[X]^2 \cdot \exp(Var[\ln X] - 1) \tag{3}$$

3.1.3 균등분포

균등분포는 주어진 대상에 대하여 그 변수가 가질 수 있는 범위의 한계(즉 최대값과 최소값)외에 아무런 정보가 없을 때 사용할 수 있다. 균일분포는 복잡한 분포를 가지는 확률변수에 제한적인 자료가 주어졌을 때 단순화 적용이 가능하다. 변수 X가 범위 [a: b]에서 균등한 분포를 가지는 경우, 누적 분포함수는 다음과 같다.

$$F_X(x) = \frac{x-a}{b-a} \tag{4}$$

평균값은

$$E[X] = \frac{a+b}{2} \tag{5}$$

3.2 확률과 통계

3.2.1 모집단과 표본

만약 한국의 대학생을 대상으로 인터넷 사용시간을 조사한다고 가정해 보자. 이때 전국 대학생과 같이 관심과 추측의 대상이 되는 전체 구성원을 모집단(population) 또는 표본공간이라고 한다. 각각의 대학

생과 같이 전체를 구성하는 개별 구성원을 표본단위라고 하고 인터넷 사용시간과 같이 표본단위로부터 얻고자 하는 값을 특성값(characteristic)이라 한다. 모집단으로부터 추출단위를 선택하고 특성값을 얻는 과정을 추출(sampling)이라 하고 이 추출로 얻어진 모집단위 부분집합을 표본(sample)이라고 한다. 그림 4는 확률과 통계에서 사용되는 용어에 대한 상호 관계를 보여주고 있다.

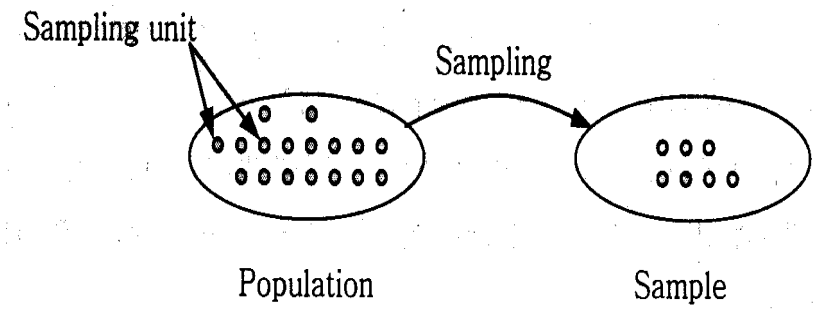

그림 4. 용어 및 정의

3.2.2 확률변수와 확률분포

확률변수(random variable)는 어떤 실험이나 시행의 결과를 수치적으로 표현한 것으로 시행결과와 그에 대응하는 확률을 가지고 있다. 또 다른 설명으로는 표본공간 위에 정의된 실수값 함수를 확률변수라 할 수 있으며 이 확률변수를 통하여 확률과 통계의 연결이 이루어진다. 확률변수의 값에 따라 확률이 어떻게 흩어져 있는지를 합이 1인 양수로 나타낸 것을 확률분포(probability distribution)라 한다.

3.2.3 확률분포의 정의 및 기호

변수 X를 토층 내에서의 전단강도와 같은 확률변수라 가정하고 소문자 x를 토층내 임의 점에서 관찰된 X와 같이 변수 X를 구체화 한 것이라 가정 한다. X의 누적 분포함수 F_X는 X가 x에 미치지 못할 확률로서 식 (6)과 같이 정의 된다. 즉, 모집단에서 주어진 값보다 작거나 같은 모든 값들을 합한 것을 전체수에 대한 비로 표시한 것을 누적확률함수(cumulative probability distribution function)라 한다.

$$F_X(x) = P[X \le x] \tag{6}$$

여기서, $P[\ ]$는 확률이다.

확률밀도함수(probability density function)는 식 (7)과 같이 누적 분포함수의 미분으로 정의 된다.

$$f_c(x) = \frac{dF(x)}{dx} \tag{7}$$

확률밀도함수는 연속이고 미분가능한 누적분포함수로만 정의 할 수 있다. p분위수(quantile)는 누적확률함수 값이 p가 되게 하는 확률변수 값 x_p을 말한다. 이를 누적확률함수의 역함수로 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_p = F_X^{-1}(p) \tag{8}$$

변수 X의 평균값은 식(9)와 같이 정의 하며 기댓값이란 용어와 동일한 의미로 사용된다.

$$\mu = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx \tag{9}$$

변수 X의 분산은

$$Var[X] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f_x(x) dx \tag{10}$$

위 식을 다르게 표현하면

$$Var[X] = E[(X-\mu)^2] = E[X^2] - E[X]^2 \tag{11}$$

그리고 X의 표준편차는

$$\sigma = \sqrt{Var[X]} \tag{12}$$

변동계수(COV)는 다음과 같이 정의된다.

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \tag{13}$$

변동계수는 흙의 강도와 같이 양의 평균값을 가지는 변수들의 경우에만 그 의미를 갖는다.
X의 왜도(skewness)는

$$\alpha_3 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^3 f_X(x)dx}{\sigma^3} \tag{14}$$

정규분포와 같이 대칭 분포인 경우 $\alpha_3 = 0$이다. 오른쪽으로 치우친 경우에는 $\alpha_3 > 0$이고 큰 값들의 영향으로 평균이 중앙값 보다 더 큰값을 나타낸다. 왼쪽으로 치우친 경우에는 $\alpha_3 < 0$ 이고 평균이 중앙값보다 작게된다.

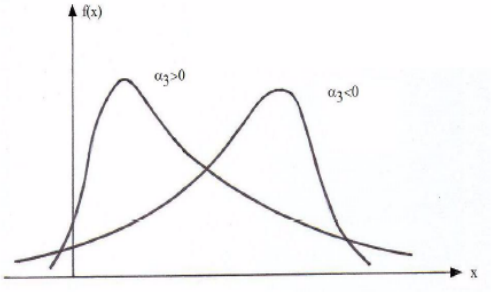

그림 5. 왜도의 부호

X의 첨도(kurtosis), 즉 분포의 분산이 작고 뾰족하게 분포한 정도를 나타내는 인자를 의미하며 식 (15)와 같이 정의한다.

$$\alpha_4 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^4 f_X(x)dx}{\sigma^4} \tag{15}$$

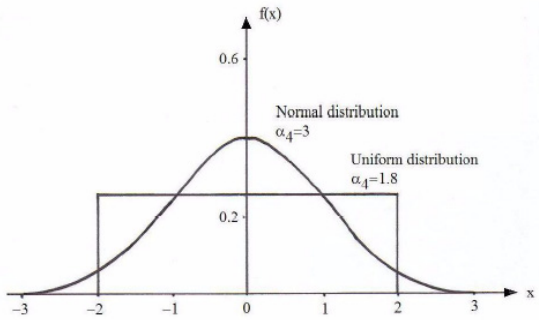

그림 6. 첨도의 확률밀도 함수

정규분포인 경우, $\alpha_4 = 3$이다. 정규분포보다 더 뾰족한 분포를 보이는 경우를 밀집분포라 하며 $\alpha_4 > 3$ 이때는 자료들이 분산이 작으며 평균을 중심으로 정규분포보다 밀집해 있는 모양을 보인다. 정규분포보다 덜 뾰족하고 분산이 커 편평한 분포를 퍼짐분포라 하며 이때는 $\alpha_4 < 3$이다.
X의 중앙값(median)은 X분포내의 50%분위수(quartile)에 해당한다. 정규분포와 같이 대칭분포인 경우,

X의 중앙값은 X의 평균값과 일치한다. X와 Y를 두 개의 토질변수라 가정하면, X와 Y사이의 공분산은 다음 식(16)과 같이 정의한다.

$$Cov[X,Y]=E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)] \tag{16}$$

X와 Y의 공분산 행렬은 다음 식(17)과 같이 정의된다.

$$C_{XY}=\begin{bmatrix} Var[X] & Cov[X,Y] \\ Cov[X,Y] & Var[Y] \end{bmatrix} \tag{17}$$

확률변수 X의 증감에 따른 확률변수 Y의 증감의 방향과 정도를 정규화하여 나타낸 것을 상관계수(correlation coefficient)라 하고 식 (18)과 같이 정의된다.

$$\rho=\frac{Cov[X,Y]}{\sqrt{Var[X]\,Var[Y]}} \tag{18}$$

상관계수 값이 0이면 상관관계가 없다는 것이며, 두 변수가 양의 선형관계에 있으면 그 상관계수가 1이고 음의 선형관계에 있는 경우는 -1의 값을 갖는다. 상관계수는 -1에서 1사이의 값을 갖는다. 변수 X와 Y의 상관행렬은 다음 식 (19)와 같이 정의 된다.

$$\rho_{XY}=\begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

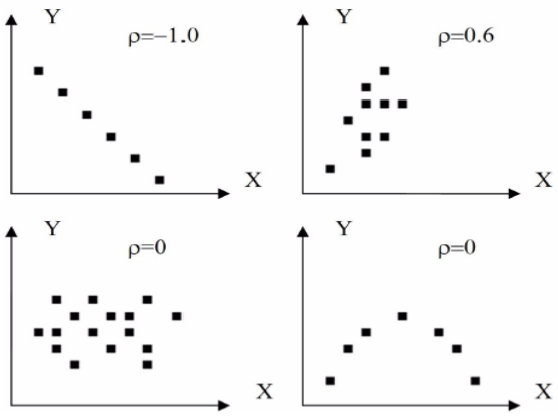

그림 7. 상관계수

그림 7의 오른쪽 하단 그림은 두 변수들간에 종속성($Y=X^2$)이 매우 크게 나타남을 알 수 있다. 그러나 두변수간의 상관계수는 0이다. 따라서 두 변수간의 종속성과 상관계수는 별개임을 알수 있다.

상관 매트릭스는 세 개 또는 그 이상의 변수들에 대한 요소로 구성할 수 있다. 세 개의 변수에 대한 배열, $Z=(Z_1, Z_{2,}Z_3)$, 상관행렬을 다음과 같다.

$$\rho_z=\begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{bmatrix} \tag{20}$$

지반공학 문제에서 접할 수 있는 세 개의 변수와 관련된 배열로 압축(s_{uC}), 직접단순 전단(s_{uD}), 인장시험(s_{uD})에 의한 비배수 전단강도를 예로 들 수가 있다.

변수 X를 토체내의 흙의 강도라 가정하면 변수 X는 고유의 변동성을 가지기 때문에 토체내 임의의 점에서 변화하므로 X를 토체내의 확률장의 형태로 나타낼 수 있다. 토체내의 위치마다 고유의 자연적인 변동성이 발생하는 이유는 토체의 퇴적환경이 다르기 때문이다. 이러한 변동성은 균일해 보이는 토체에서도 발생 된다. 변수 X에 대한 자기상관함수(autocorrelation function)는 토체내에서 거리가 r 만큼 떨어져 있는 두 점 사이의 상관관계로 정의된다.

$$\rho(r)=\frac{Cov[X(s),X(s')]}{Var[X]} \tag{21}$$

여기서, s와 s'는 두지점간의 위치좌표이다. 그리고 $r=|s-s'|$은 두 지점간의 거리를 의미한다. 자기상관함수는 토질특성의 연결성을 나타내는 것으로 지점 간에 변수 X의 변화가 어떻게 되는 가를 나타낸다. 일반적으로 자기상관함수는 지연거리(lag r)가 증가할 수 록 감소한다. 토질 특성을 위해 자기상관함수에 적용되는 일반 모델은 2차원 지수감소모델(quadratic exponential decay model)을 사용한다.

$$\rho(r)=\exp(-\frac{r^2}{R^2}) \tag{22}$$

여기서, R은 확률장 X에서 변동의 크기를 나타내는 상관거리를 의미한다. 토질특성의 확률장은 보통 비등방성이다. 일반적으로 연직상관거리 R_V는 수평상관거리 R_H보다 작다. 이 차이는 퇴적에 의해 흙이 형성되는 지질학적 차이의 과정을 반영한다. r을 수평면의 Δx와 연직방향의 Δz의 요소라 가정해 보자 비등방성의 경우, $R_V \neq R_H$, 2차지수감소모델은 다음과 같다.

$$\rho(\Delta x,\ \Delta z)=\exp(-(\frac{\Delta x}{R_H})^2-(\frac{\Delta z}{R_V})^2) \tag{23}$$

자기상관 함수모델의 예는 그림 8과 같다.

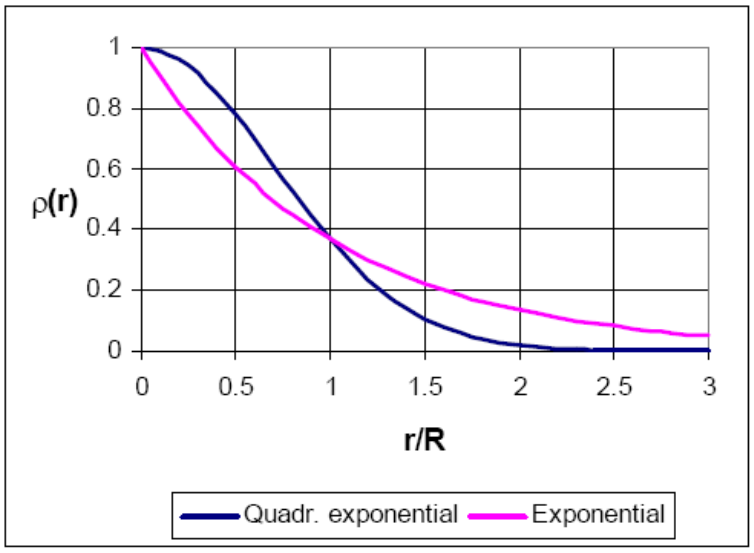

그림 8. 자기상관함수 모델

지연거리(lag r)가 0으로 근접함에 따라 자기상관함수의 이론적해는 1로 근접한다.

$$r \to 0 \text{ 이면 } \quad \rho(r) \to 1 \tag{24}$$

그러나 $\rho(r)$ 이 데이터로부터 추론된 경우, 다음과 같이 된다.

$$r \to 0 \text{ 이면 } \quad \rho(r) \to b, \quad \text{이때 } 0<b<1 \tag{25}$$

이때 발생하는 차 1-b를 너깃효과(nugget effect)라 한다. 이러한 너깃효과는 측정시 발생되는 불확실성때문으로 어떤 공간적인 상관구조를 나타내는 것은 아니다. 확률장(random field)과 관련된 베리오그램은 확률변수 X의 공간적인 연결성의 나타내는 것으로 다음과 같이 정의 된다.

$$\gamma(r)=C(0)-C(r)=\sigma^2 \cdot (1-\rho(r)) \tag{26}$$

여기서, $C(r)=Cov[X(s),X(s')]=\sigma^2 \cdot \rho(r); \quad r=|s-s'|$

특별한 경우에 대한 공분산 함수는

$$C(0)=Var[X]=\sigma^2 \tag{27}$$

여기서 s와 s'는 거리 $r=|s-s'|$만큼 떨어진 위치좌표를 나타낸다.

그림 9는 너깃효과, 범위 그리고 실(sill)을 나타낸 베리오그림이다. 그림 9에서 범위(range)는 베리오그램이 일정한 값을 갖는 지점까지의 거리이다. 실(sill)은 일정한 값을 가지는 범위까지 도달하는 문턱 값을 의미한다.

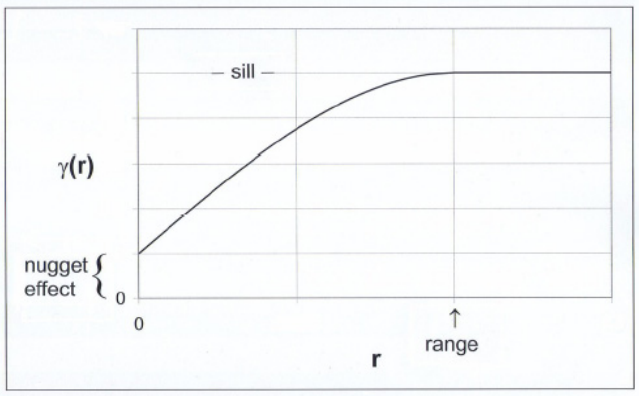

그림 9. 베리오그램

베리오그램 $\gamma(r)$ 은 공분산 함수보다 많은 베리오그램 함수를 가지고 있기 때문에 공분산 함수 $C(r)$ 보다 활용하기가 편리하다. 때때로 베리오그램은 식(28)과 같이 반 베리오그램 함수로 표현되기도 한다.

$$\gamma(r) = 1/2\ Var[X(s) - X(s')] \tag{28}$$

문턱값(Sill)이 있는 대표적인 모델은 다음과 같다.

- 구형모델 - 지수모델
- 이차지수감소모델 - Hole effect model

문턱 값이 없는 대표적인 모델은 다음과 같다.

- 멱급수 모델 - Hole effect model

기본적으로 자기상관함수나 베리오그램은 데이터로부터 추정한다, 즉 해석하고자 하는 대상지반과 관련된 충분한 양의 자료가 제공되어야 한다. 그리고 나서 자기상관함수모델과 베리오그램 모델을 추정된 함수에 맞춘다. 즉, 추정된 함수에 가장 적합한 최적의 모델을 찾아야 한다. 그러나 충분한 양의 데이터를 얻는 것은 매우 어렵기 때문에 경험에 근거하여 모델을 선정해야 하는 경우가 종종 발생한다. 그러나 파라메타(scale parameter)의 축척이 바르게 사용되는 경우, 어떤 모델을 사용하는냐의 중요성이 작다는 것을 발견할 수 있다. 자기상관 함수나 베리오그램은 넓은 지역에서 흙의 특성과 관련된 흙의 불확실성을 추정하는데 사용된다.

3.2.4 특성값

실제로, 결정론적 지반설계에서 흙의 강도가 설계파라메타로 사용되는 경우, 흙의 강도 전체에 대한 확률분포를 적용하지는 않는다. 대신에 확률분포와 관련된 특정의 양으로 정의된 특성값이 사용된다. 이와 같이 특성값으로 사용되는 정량화된 값들의 예를 들면 다음과 같다.

- 평균값
- 확률분포에서 저 분위수(low quantile), 예 5%분위수
- 평균값-2σ, 정규분포에서 2.3%분위수에 상응하는 값
- 가장 확률이 큰 값, 즉 최대 확률밀도 함수값

상기에서 정의된 특성값중에서 어떠한 값을 사용할 지는 설계코드나 실제적용에 달려 있다. 선단지지말뚝의 말뚝선단저항과 같이 국부적인 흙의 강도값에 영향을 받는 경우에는 강도 분포중 저 분위(low quantile)값이 특성값으로 사용되기도 한다. 넓은 범위에 걸쳐 있어 흙의 강도변화값이 평균값으로 처리되는 폭이 큰 기초의 안정계산을 하는 경우, 강도의 평균값이 특성값으로 사용되기도 한다.

한정된 데이터를 이용하여 추정된 흙의 강도에 대한 분포 파라메타는 통계적인 불확실성을 갖는다. 또한, 분포로부터 추정된 특성값도 불확실성을 갖는다. 이와 같은 통계적 불확실성을 적절하게 설명하기 위해서는 일정한 신뢰도를 가지고 특성값을 추정해야 한다.
설계코드에서 특성값이 확률분포의 5% 분위수로 정의될 때, 그 값은 일정한 신뢰도를 가지고 추정된 것이라야 한다. 일반적인 설계코드에서는 신뢰도 95%수준을 요구하고 있다. 어떤 설계코드의 경우 평균값을 특성값으로 사용하면서 특성값을 보수적으로 평가된 평균값 또는 주위 깊게 추정된 평균값으로 정의하고 있다. 특성값에 대한 이러한 기준의 해석은 평균값이 최소 50%이상의 신뢰도를 가지고 추정되어야 함을 의미한다. 일반적으로 사용되는 신뢰도는 75% 또는 90%이다. 경우에 따라 특성값으로 관찰된 n개의 파라메타중 하한 값(lower bound value)을 특성값으로 정의하는 경우가 있다. 여기서 하한값이란 주관적인 측정값이다. 만약 하한값이 관찰된 n개의 데이타중 가장 작은 값으로 추정된다면 관찰된 n의 수가 증가된다면 더 작은 값이 얻어질 가능성이 있기 때문이다. 즉, 관찰된 수가 증가할수록 관찰값들 중 하나가 분포곡선의 하한치 부근에 존재할 확률이 커진다는 의미이다. 그러므로 특성값으로 관찰된 값들중 최소값을 사용하는 경우, 추가적인 관찰을 수행하여 얻을 수 있는 이득을 잃을 수도 있다. 특성값으로 사용되는 지반 보고서의 하한값은 수학적 정의에 따른 물리적인 하한값이라기보다는 설계시 사용되는 하한값이라 할 수 있다. 그러므로 설계자는 설계에 사용되는 하한값이 설계코드나 설계기준에서 요구하는 사항을 만족하는지 유무를 확인해야 한다. 토질특성의 평균값이 설계값을 좌우하는 경우에는 평균값을 특성값으로 사용해야 한다. 그러나 국부적인 지점의 토질특성이 설계값을 좌우하는 경우에는 하분위수(low quantile)를 특성값으로 고려한다. 데이터로부터 특성값을 추정하는 경우, 반드시 적절한 신뢰도가 적용되어야 한다.

4. 토질 파라메타의 중앙 추정

4.1 독립토질변수 파라메타

강도와 같은 토질 변수를 X라 가정하고 n개의 관찰값 $X_{1,\ldots\ldots}X_n$이 존재하는 경우, 변수 X의 평균값은 μ이고 표준편차는 σ이다. 이때, 깊이에 대한 의존성이나 다른 조건적인 양은 고려하지 않았다. 즉, X는 독립적인 변수이다. 여기서 평균값 μ는 시료의 평균에 의해 식 (29)와 같이 추정된다.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{29}$$

표준편차 σ는 다음과 같이 정의된다.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{30}$$

$\bar{x}$와 s^2은 평균 μ와 분산 σ^2에 대한 중심 추정값이다. 추정치 $\bar{x}$와 s는 추정에 사용되는 데이터수의 부족으로 인한 불확실성을 가지고 있다. 이때 발생되는 불확실성은 표준오차라는 표준편차로 나타낼 수 있다. 표준오차는 다음 식(31)로 추정 할 수 있다.

$$se(\bar{x}) = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{그리고} \quad se(s) = s\sqrt{\frac{\alpha_4 - 1}{4n}} \tag{31}$$

4.2 종속변수 파라메타

변수 Y를 깊이 z에 따라 변화는 강도파라메타라 하면 선형 함수로 모델링 할 수 있다. 이때, Y는 종속변수이며 z는 독립변수이다. 지반조사에서 얻은 n개의 데이터 (z_i, y_i), $i = 1,\ldots\ldots\ldots n$, 를 고려해 보자. 깊도에 따른 Y값의 변화는 다음 식(32)로 나타낼 수 있다.

$$Y = a_0 + a_1 z + \epsilon \tag{32}$$

여기서, $a_0 + a_1 z$ 깊이에 따른 선형평균 변화를 나타내고 ϵ은 평균에 대한 Y의 자연적 변화를 나타낸다. 그리고 z는 지표면 아래의 심도를 나타낸다. 계수 a_0와 a_1은 Y의 평균에 대한 절편과 심도경사를 나타낸다. 변동값 ϵ의 평균은 영이고 표준편차는 σ이다. 이때 표준편차 σ는 일정한 값을 가지는 것으로 가정한다. 즉, 깊이 z에 대하여 독립적이다.

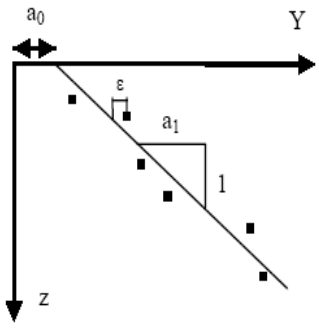

그림 10. 평균에 대한 선형 모델

변수 Y에 대한 선형관계식에서 계수 a_0와 a_1은 n개의 관찰된 데이터(z,y)로부터 추정할 수 있다.

$$\hat{a_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(z_i - \bar{z})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(z_i - \bar{z})^2} \quad \text{그리고} \quad \hat{a_0} = \bar{x} - \hat{a_1}\bar{z} \tag{33}$$

여기서, $\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$, 그리고 $\bar{z} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_i$

추정된 값 $\hat{a_0}$와 $\hat{a_1}$은 a_0와 a_1의 최적의 추정치라고 하며 심도 z에 대하여 변수 Y의 평균변화를 나타내는 최적의 직선을 제시해 준다. 고유의 변동성(natural variability)을 나타내는 ϵ에 대한 표준편차 σ는 시료의 표준편차로 추정된다.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - (\hat{a_0} + \hat{a_1} z_i))^2} \tag{34}$$

$\hat{a_0}$, $\hat{a_1}$ 그리고 s의 추정치들은 예측에 사용된 한정된 데이터로 인하여 불확실성을 수반한다. 이들 추정값의 불확실성은 표준편차, 즉 표준오차를 이용하여 나타낼 수 있다. 이들에 대한 표준오차는 다음식 (35)~(37)과 같다.

$$se(\hat{a_0}) = s \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{\overline{z^2}}{\sum_{i=1}^{n}(z_i - \bar{z})^2}} \tag{35}$$

$$se(\hat{a_1}) = \frac{s}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(z_i - \bar{z})^2}} \tag{36}$$

$$se(s^2) = s^2\sqrt{\frac{2}{n-2}} \tag{37}$$

토질 파라메타 Y에 고유의 변동성이 존재하는 경우, 확률변동값 ϵ의 표준오차는 깊이에 따라 일정하지 않고 변동성을 갖는다. 표준편차 σ가 깊이 z에 비례하는 경우, $\sigma = kz$, 그리고 Y의 평균에 대한 계수 a_0와 a_1은 관찰된 n개의 데이터(z, y)로부터 다음식과 같이 추정된다.

$$\hat{a_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i z_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i z_i \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}}{\sum_{i=1}^{n} w_i z_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{n} w_i z_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} w_i}} \tag{38}$$

$$\hat{a_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i y_i - \hat{a_1} \sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \tag{39}$$

여기서, $w_i = 1/z_i^2$이다, z_i는 변수 Y의 i번째 관찰값 y_i에 해당하는 심도를 가리킨다. 고유변동치에 대한 식에서 비례상수 k는 다음과 같다.

$$\hat{k} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n} w_i (y_i - (\hat{a_o} + \hat{a_1} z_i))^2} \tag{40}$$

$\hat{a_0}$, $\hat{a_1}$ 그리고 $\hat{k}$의 추정치들은 예측에 사용된 한정된 데이터로 인하여 불확실성을 수반한다. 이들 추정치의 불확실성은 표준편차, 즉 표준오차를 이용하여 나타낼 수 있다. 이들 각각에 대한 표준오차는 다음 식들과 같다.

$$se(\hat{a_0}) = \hat{k} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} w_i z_i^2}{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i z_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} w_i z_i)^2}} \tag{41}$$

$$se(\hat{a_1}) = \hat{k} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i z_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} w_i z_i)^2}} \tag{42}$$

$$se(s^2) = \hat{k^2} \sqrt{\frac{2}{n-2}} \tag{43}$$

4.3 독립토질변수의 계산

그림 11과 관찰된 비배수 전단강도값이 22개이고 깊이가 34m인 연약지반에 길이 34m의 마찰말뚝을 설계하는 경우를 가정해 보자. 조사데이타에 대한 관찰결과, 말뚝 근입 심도 내에서 평균강도를 일정한 값으로 가정하여 모델을 적용하는 것이 합리적인 것으로 판단되었다. 지반에서 어떤 토질특성을 평가해야하는지는 기초의 형태에 크게 좌우된다. 본 예와 같이 축하중을 받는 마찰말뚝의 경우, 말뚝 길이에 대한 평균강도가 말뚝의 축방향 지지력을 예측하는데 기초로 사용 된다.

수평방향 슬라이딩이나 지지력에 의한 파괴에 안전하도록 설계해야 하는 얕은 기초의 경우, 지표면 아래 얕은 지역의 강도가 주 관심사 이다. 이 경우, 상기에서 관찰된 22개의 강도정수중 5~6개로 구성된 상부의 데이타들이 설계 해석시 주로 사용된다. 기초의 크기와 형태에 따라 요구되는 데이터가 달라지기 때문에 지반조사시 기초의 크기와 형태에 대한 정보를 알수 있다면 얻어지는 데이터도 달라질 것이다.

얕은기초의 경우, 지반의 강도 값은 연약지반 전 심도에 걸쳐 균등하게 조사되어야 하는 것이 아니라 얕은기초가 미치는 영역에 집중되어야 한다. 상기 예에서 데이터 적용이 선행해야 할 일은 말뚝의 축하중을 예측하는데 사용된 설계코드에서 정의된 s_u의 정의와 일치하는 s_u 값을 구하는 일이다.

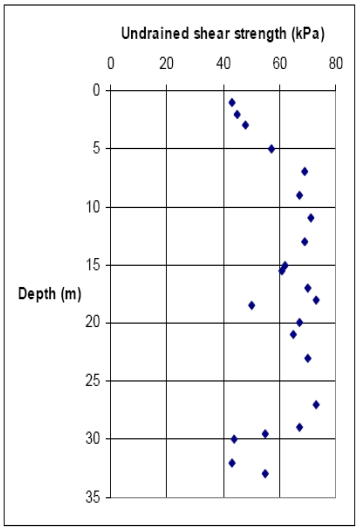

그림 11. 깊이 & 비배수전단강도

s_u의 평균값 μ는 다음과 같다.

$$\hat{\mu} = \overline{s_u} = \frac{1}{22}\sum_{i=1}^{n} s_{u,i} = 60.2kPa$$

s_u의 표준편차 σ는 다음과 같다.

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\frac{1}{22-1}\sum_{i=1}^{22}(s_{u,i} - \overline{s_u})^2} = 10.6kPa$$

분산 $s^2 = 112.3kPa^2$이며 변동계수 COV=10.6/60.2 = 0.176이다. 22개의 s_u값을 측정하는데 이상적이고 정확한 방법이 사용되었다면 표준편차 $s = 10.6kPa$s는 비배수 전단강도 s_u의 고유변동성과 관련 최종적으로 예측된 값이다. 이것은 측정방법의 정확도에 관계없이 무엇이 가정되었냐는 것으로 이에 대한 정확도는 알려지지 않았거나 정량화하기 어렵기 때문이다. s_u의 측정방법의 정확도를 알 수 있다면, 예를 들면 시험장비의 보정을 통하여 기본적으로 비배수 전단강도를 측정하는데 관련된 불확실성은 제거시킬 수 있다. 또한, 비배수전단강도의 고유변동성과 관련된 표준편차의 최종값을 감소시킬 수가 있다. 측정방법의 정확도와 관련된 표준편차의 평균값이 $\sigma_{mean} = 6kPa$라 하자 . 이 경우, s_u의 고유변동성과 관련된 표준편차는 다음과 같이 감소하게 된다.

$$s = \sqrt{10.6^2 - 6^2} = 8.7kPa$$

또한, 변동계수(COV)도 다음과 같이 감소하게 된다.

$$COV = 8.7/60.2 = 0.145$$

4.4 종속토질변수의 계산

그림 12와 같이 점토 퇴적지반의 심도 2~39m사이의 깊이에서 51개의 비배수전단강도를 얻은 경우를 고려해 보자. 이들 데이터는 직접전단시험과 베인시험을 통하여 획득 하였다. 베인시험에서 얻은 데이터는 직접전단시험에서 얻은 데이터와 일치된 값을 갖도록 전환되었다. 육안관찰에 의해 데이터는 깊이에 대해 식 (44)와 같이 평균적으로 선형적인 관계를 가지는 것으로 나타났다.

$$E(s_u) = a_0 + a_1 z \tag{44}$$

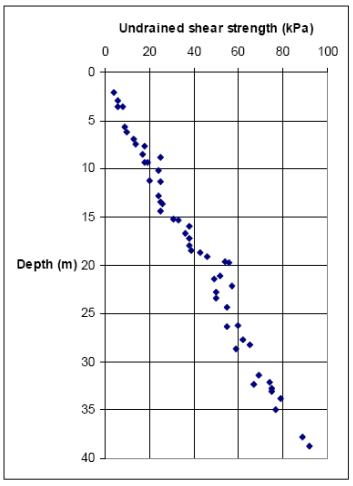

그림 12. 깊이 & 비배수전단강도

비배수 전단강도의 변동성은 표준편차 σ를 이용하여 나타낼 수 있다. 깊이에 따라 일정한 표준편차를 갖는다고 가정하면 상기 식(33)에서 추정된 계수 a_0와 a_1값은 다음과 같다.

$\widehat{a_0} = -2.22kPa$ 그리고 $\widehat{a_1} = 2.35kPa/m$

식 (34)를 이용하여 구한 비배수 전단강도의 잔류 표준편차는

$\hat{\sigma} = s = 3.76kPa$

지표면에서 $\widehat{a_0} = -2.22kPa$로 추정 되는데 이는 비 물리적인 현상이다. 즉, 깊이에 대한 함수로 강도에 대한 선형모델은 데이터의 획득범위 즉, 2~39m내에서만 유효하다. 이 범위 내에서 추정된 계수는 오직 양의 강도 값만을 갖는다. 이를 통해서 추정시 사용된 데이터의 범위 밖의 경우에 대해서는 통계적 추정 결과를 이용하는데 제한이 있을 수 있다.

4.5 이상치(Outliers)

조사된 데이터들이 일정한 그룹에서 상당히 벗어나 있는 경우 이를 이상치라 한다. 데이터에 대한 통계적 분석을 수행하기 전에 데이터들 중 이상치에 대한 조사가 이루어져야 한다. 데이터의 평균치로부터 2σ이상 떨어진 데이터를 이상치라 한다. 그래프를 이용하면 이상치를 효과적으로 조사 할 수 있으며 이상치로 분류된 데이터는 해석에서 제외시키도록 권장하고 있다. 그러나 장비의 오작동, 보정이 안 된 장비에서 얻은 데이타, 그리고 기록의 오차등, 확실한 근거에 의해 이상치라고 판정된 데이터만을 제외 시켜야 한다.

4.6 한 종류 이상의 데이터

두 가지 이상의 시험에서 얻은 데이터를 하나의 데이터군으로 하여 통계 해석을 하는 경우, 주위가 필요하다. 여러종류의 시험을 통해 흙의 강도를 구하는 경우 각 실험에서 얻은 데이터들은 통계적 해석을 하기 전에 동일한 스케일로 전환이 되어야 그 해석에 의미가 있다. 점토의 비배수 전단강도는 보통 UU 시험이나 CIU시험을 통해 구한다. UU시험결과를 CIU시험결과로 변환하면 CIU시험에서 얻은 결과와 결합하여 사용할 수 있다. 일반적으로 UU시험 결과에 계수를 곱하여 사용하는데 보통 1.2를 사용한다.

4.7 베이지안 추정

베이지안 추정기법은 베이지안 통계기법이나 베이지안 업데이팅 기법을 이용하는데 3절에서 언급된 전통적인 통계기법에 의한 추정의 대안으로 사용될 수 있다. 베이지안 기법은 추정에 대한 주관적인 정보와 판단을 포함할 수 있다. 즉, 추정해야할 미지의 파라메타의 사전(prior)분포를 가정할 수가 있다. 베이지안 기법을 이용하면 데이터를 이용하여 연속적으로 최신의 정보로 갱신할 수 있다. 또한, 전통적인 통계기법이 예측을 위해 충분치 않은 경우에 사용할 수 있는 유용한 방법이다. 예를들면 여러 요소에서 얻은 데이터를 통합하는 경우이다. 또한, 베이지안 기법은 샘플데이타외 다른 정보를 포함하는 것을 허용하며 새로운 추가적인 정보가 발생하는 경우, 이전의 정보를 갱신할 수 있다.

5. 신뢰도에 의한 토질파라메타 추정

5.1 독립변수 추정

변수 X를 토질변수라 하고 강도와 같은 토질변수 $x_{1,\ldots\ldots\ldots\ldots}x_n$의 n개의 관찰값이 존재하다고 가정해 보자. 변수 X의 특성값을 X의 평균값이라고 가정하고 이때 특성값이 $1-\alpha$의 신뢰도로 추정해야 한다고 하면 특성값를 추정하기 위해 다음식이 적용이 된다.

$$X_c = \overline{x} - t_{n-1}(\alpha) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{45}$$

여기서, $\overline{x}$는 변수 X의 평균값이고, s는 표준편차이다. $t_{n-1}(\alpha)$는 표 1에 주어졌다. 이것은 단측 신뢰구간에 대한 이론에 근거하였다. 평균과 표준편차는 식 (29)와 (30)을 이용하여 구한다.

표 1. X의 평균값으로 정의된 X_c에 대한 계수 $t_{n-1}(\alpha)$

$n-1$	$1-\alpha=0.75$	$1-\alpha=0.90$	$1-\alpha=0.95$
2	0.82	1.89	2.92
5	0.73	1.48	2.02
10	0.70	1.37	1.81
15	0.69	1.34	1.75
20	0.69	1.33	1.72
30	0.68	1.31	1.70

X의 특성값이 X분포의 5%분위수로 정의가 되고 $1-\alpha$의 신뢰구간을 가지는 경우, 특성값 추정을 위해 다음식이 적용된다.

$$X_c = \overline{x} - c_{n-1}(n) \cdot s \tag{46}$$

여기서, n개의 관찰데이타에 근거한 $\overline{x}$는 변수 X의 평균값이고, s는 표준편차이다. $c_{n-1}(\alpha)$는 표 2와 같으며 단측 신뢰구간 이론에 근거하였다. 시료의 평균과 표준편차는 식 (29)와 식(30)을 이용하였다.

표 2. X의 5% 분위수로 정의된 X_c에 대한 $c_{n-1}(\alpha)$계수

$n-1$	$1-\alpha=0.75$	$1-\alpha=0.90$	$1-\alpha=0.95$
3	3.17	5.33	7.66
5	2.47	3.41	4.21
10	2.11	2.57	2.91
15	1.99	2.34	2.57
20	1.94	2.21	2.40
30	1.88	2.08	2.22
∞	1.64	1.64	1.64

식 (45)와 식(46) 그리고 표 1과 표 2에 제시된 식과 표는 강도와 같은 단일변수가 토층내에서 동일하다는 가정하에 적용 된다. 깊이에 따라 선형적으로 변화되는 경우에는 5.2절 제시된 방법을 이용한다.

5.1.1 독립토질변수 계산

그림 11과 같이 비배수 전단강도의 개수 n=22, 추정된 평균값 $\hat{\mu} = 60.2kPa$, 표준편차는 $s = 10.2kPa$이다. 설계 정수로 사용하기 위해 신뢰도 90%로 추정된 평균값을 특성값이라 하면 식 (45)에 의해 특성값은 다음과 같아진다.

$$S_{u,C} = \hat{\mu} - t_{n-1}(\alpha) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 60.2 - 1.33 \cdot \frac{10.6}{\sqrt{22}} = 57.2kPa$$

지반설계 정수로 사용하기 위해 신뢰도 95%의 5%분위수로 추정된 값을 특성값이라 한다면 식(46)에 의해 특성값은 다음과 같아진다.

$$S_{u,C} = \hat{\mu} - c_{n-1}(\alpha) \cdot s = 60.2 - 2.36 \cdot 10.6 = 35.2kPa$$

5.2 종속변수의 추정

변수 Y를 강도와 같은 토질변수라 하고 깊이에 따라 변화하지만 선형함수로 모델링이 가능하다. 또한, 지반조사에서 (z_i, y_i) $i = 1, \ldots\ldots\ldots n$의 n개의 관찰값을 얻은 경우를 가정해 보자. 깊이에 대한 Y의 평균 변화는 $a_0 + a_1 z$로 나타낸다. 여기서 계수 a_0와 a_1은 식 (33)을 이용하여 주어진 데이터로부터 구한다. 변수 Y의 특성값을 Y의 평균값이라고 가정하고 이때 특성값이 $1-\alpha$의 신뢰도로 추정해야 한다고 하면 특성값을 추정하기 위해 다음식이 적용이 된다.

$$Y_c = \widehat{a_0} + \widehat{a_1 z} - t_{n-2}(\alpha) \cdot s \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{3n}{n^2 - 1}} \tag{47}$$

표 3. Y의 평균값으로 가정된 Y_c에 대한 $t_{n-2}(\alpha)$계수

$n-1$	$1-\alpha = 0.75$	$1-\alpha = 0.90$	$1-\alpha = 0.95$
2	0.82	1.89	2.92
5	0.73	1.48	2.02
10	0.70	1.37	1.81
15	0.69	1.34	1.75
20	0.69	1.33	1.72
30	0.68	1.31	1.70
50	0.68	1.30	1.68

Y의 특성값이 X분포의 5%분위수로 정의가 되고 $1-\alpha$의 신뢰구간을 가지는 경우, 특성값 추정을 위해 다음식이 적용된다.

$$Y_c = \widehat{a_0} + \widehat{a_1 z} - c_{n-2}(n) \cdot s \tag{48}$$

여러 신뢰수준에 대한 계수 $c_{1-\alpha}(n)$은 표 4와 같다. 상기에 언급된 결과는 깊이에 따라 토질특성이 일정하며 선형적으로 변한다는 가정으로 고려된 것이다. 그러나 어떤 토질 특성의 경우에는 표준편차가 심도에 따라서 비례하여 변화하는 경우도 있다. 이 경우$c_{n-1}(\alpha)$는 깊이의 함수이다. 또한, 고려되는 심도에서 데이터의 분포에 따라 달라진다. 이 경우 표 4의 값은 활용할 수가 없다.

표 4. Y의 5% 분위수로 정의된 Yc에 대한 $c_{n-1}(\alpha)$계수

$n-1$	$1-\alpha=0.75$	$1-\alpha=0.90$	$1-\alpha=0.95$
3	5.2	13.8	27.7
5	2.88	4.41	5.80
10	2.29	2.95	3.44
15	2.14	2.62	2.95
20	2.06	2.45	2.70
50	1.88	2.10	2.22
100	1.81	1.96	2.06
∞	1.64	1.64	1.64

5.2.1 종속토질변수 계산

그림 12와 같이 심도 2~39m의 연약층에서 얻은 n=51개의 비배수 전단강도에 대해 고려해 보자. 그림에서 알 수 있듯이 평균값은 깊이에 대해 선형적으로 변화한다.

$$E[s_u]=a_0+a_1z \tag{49}$$

식에서 계수 $\hat{a_o}=-2.22kPa$ 이고 $\hat{a_1}=-2.35kPa/m$ 그리고 표준편차는 $\hat{\sigma}=s=3.76kPa$로 추정되었다. s_u의 특성값을 신뢰도 95%로 추정된 s_u의 평균값으로 고려하는 경우, 식 (47)에 의해 특성값 s_u는 다음과 같다

$$s_{u,C}=\hat{a_0}+\hat{a_1}z-t_{n-2}(\alpha)\cdot s\cdot\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{3n}{n^2-1}}$$

$$=-2.22+2.35z-16.8\cdot 3.76\cdot\sqrt{\frac{1}{51}+\frac{3.51}{51^2-1}}$$

$$=-3.99+2.35z$$

신뢰도 95%로 추정된 s_u의 5%분위수를 특성값이라 하는 경우, 식 (48)에 의한 특성값은 다음과 같다.

$$s_{u,C}=\hat{a_0}+\hat{a_1}z-c_{n-2}(n)\cdot s$$

$$=-2.22+2.35z-2.25\cdot 3.76$$

$$=-10.68+2.35z$$

5.3 샘플링

5.3.1 시료채취(Sampling theory)

현장에서 채취된 시료를 가지고 실내실험에서 얻은 시험결과가 데이터로서의 가치를 갖기 위해서는 다음의 두 가지 조건을 만족해야 한다. 첫째, 채취된 시료는 채취된 위치의 지반특성을 대표할 수 있는 대표성(Representative)이 있어야 한다. 예를 들어 어떤 지역의 정치적인 성향을 파악하기 위해서 한 가정주부를 선정하여 그녀의 정치적인 견해를 물어보는 경우에 인터뷰 대상 주부는 그 지역의 다른 주부들의 의견을 대표할 수 있는 대표성이 있어야 한다. 이와 마찬가지로 현장에서 채취되어 실내로 운반되어 온 시료에서 실내실험을 위해 선정되는 경우에도 선정된 시료는 대표성을 가져야 한다. 둘째 시료의 수가 충분해야 한다.

5.3.2 지반조사 자료의 부족

지반구조물 설계를 위한 설계 파라메타 결정시 가장 어려운 문제 중 하나는 데이터의 부족이다. 대부분의 통계이론은 Law of Large Numbers에 기본을 두고 있기 때문에 충분한 수의 데이터가 있는 경우, 어느 정도 신뢰도 있는 통계적 특성을 추정할 수 있다. 그러나 대부분의 경우, 지반구조물 설계시 Law of Large Numbers의 조건을 만족할 만큼의 충분한 데이터를 얻기가 매우 어려운 것이 사실이다.
Tversky & Kahneman(1971)의 연구에 의하면 사람들은 통계적 특성을 파악할 만큼의 충분한 수의 데이터가 없음에도 불구하고 실제로는 있는 것처럼 행동한다고 하였다. 이를 Law of Small Numbers라 한다. 예를 들어 6개의 전단파 속도로 구성된 데이터를 고려해 보자.

전단파 속도(m/s)	229,	224,	229,	217,	200,	241

이들 자료의 평균은 223m/s, 표준편차는 13.9m/s 그리고 평균의 표준오차(standard error of the mean)는 5.7m/s이다. 그러나 상기 데이터는 측정치가 아니며 평균이 240m/s이고 표준편차가 24m/s인 정규분포에 대한 난수발생에 의해 생성된 데이터중 처음의 데이터 6개를 선정한 값이다. 그림 13은 관찰된 데이터를 이용하여 추정된 정규분포와 생성된 데이터를 이용한 값을 비교한 것이다. 그림에서 알 수 있듯이 관찰된 데이타와 6개의 작은 수의 샘플을 이용하여 추론한 값이 서로 차이가 있음을 알 수가 있다. 마찬가지고 지반공학 구조물 설계에서도 이와 같은 문제들이 많이 발생한다. 적은 수의 데이터를 이용하여 지반의 특성값을 추정하는 경우, 중대하고 많은 미지의 편차들이 발생할 수 있다. 이와 같은 문제는 그 해석이 결정론적이든 확률론적이든 간에 동일한 문제로 작용하게 된다.

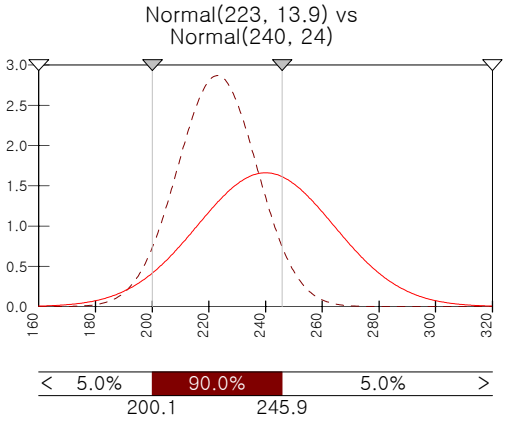

그림 13. 실 데이타와 추정된 데이타의 정규분포 곡선 비교

샘플링에 관한 통계이론에서는 적은수의 데이터를 다루는 경우, 약간의 보완수단을 제시하는 경우도 있다. 즉, 평균의 표준오차 또는 추정된 평균의 표준편차가 데이터 수의 제곱근으로 나눈 표준편차와 같다는 원리이다. 그러나 이것도 통계적인 의미로만 통용되지 실제로는 적용하기 어려운 경우가 많다. 상기 예에서 표준오차는 5.7이다. 그러나 실제 측정된 데이터의 평균값이 223±5.7m/s 범위 내에 들지 않는다. 이와 같이 많은 경우에 있어 실제 결과가 통계적 기댓값과 어긋나는 경우가 상당히 많다.

5.3.3 최소 샘플링 수(Minimum sample number)

지반조사 프로그램의 초기단계에서 얻은 시료를 이용하여 설계자가 요구하는 예측의 정확도를 만족할 만한 시료가 채취되었는지를 판정 할 수 있다. 설계자의 요구를 만족하지 못하는 경우, 추가적인 조사가 요구된다. 설계자에 의해 요구되는 정확도는 모집단의 평균값이 특정된 값과 동일하거나 클 확률의 범위로 나타난다. 이 특정화된 확률을 신뢰수준이라 하며 정확도를 위해 요구되는 범위는 다음과 같이 양

측신뢰구간(two-sided confidence level)으로 나타낼 수 있다.

$$[\bar{x} - t_{n-1}(\frac{\alpha}{2}) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \quad [\bar{x} + t_{n-1}(\frac{\alpha}{2}) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{50}$$

여기서 $\bar{x}$와 s는 시료의 평균과 표준편차이다. 신뢰구간인 $1-\alpha$이고 $t_{n-1}(\alpha/2)$는 표 5와 같다.

표 5. $t_{n-1}(\alpha/2)$계수

$n-1$	$1-\alpha=0.80$	$1-\alpha=0.90$	$1-\alpha=0.95$
2	1.89	2.92	4.30
3	1.64	2.35	3.18
4	1.53	2.13	2.78
5	1.48	2.02	2.57
8	1.40	1.86	2.31
10	1.37	1.81	2.23
15	1.34	1.75	2.13
20	1.33	1.72	2.09
30	1.31	1.70	2.04
50	1.30	1.68	1.96

단단한 점토지반에서 채취된 4개의 시료를 가지고 비배수 전단강도를 측정하여 93, 100, 104 그리고 107kpa의 값을 얻은 경우를 가정해 보자. 이때 미지의 참 평균값이 최소 90%의 신뢰도와 평균시험결과의 5%이내에 들도록 하기 위한 시료의 최소 개수를 구해보자. 상기에서 제시한 데이터를 이용한 평균값은 $\bar{x}=101kPa$이고 표준편차 $s=6.06kPa$이다. 이때 90%신뢰도 구간에 대한 값을 구하면

$$101 \pm 2.35 \cdot \frac{6.06}{\sqrt{4}} = 93.9 \sim 108.1kPa$$

로 평균에 대해 양측으로 7%의 범위내에 값들이 존재한다. 만약 참 평균(true mean)값이 시험결과 평균의 5%이내에 존재해야 한다면 채취된 4개의 시료는 수가 부족하다. 5%이내의 범위는 96~106kpa이다. 표 5에 제시된 신뢰구간에 대해 식(50)과 결합하면 96~106kpa과 동일하거나 좁은 범위의 값을 얻기 위해서는 최소 2개의 시험을 더 추가하여 6개 이상의 실험을 수행해야 한다.

5.4 변수들의 조합

5.4.1 조합규칙

여러가지 불확실성 요소와 관련된 분산은 불확실성 요소가 통계적으로 독립인 경우 단순 합산에 의해서 구할 수 있다. 변수 X가 강도와 같은 변수라고 가정해 보자. 변수 X는 토체내에서 위치마다 고유의 변동성을 보여줄 것이다. 변수 X의 평균과 분산은 토질샘플에서 측정된 n개의 관찰데이타를 가지고 측정한다. 따라서 변수 X의 평균과 분산은 측정의 불확실성이나 통계적인 불확실성을 동반할 수 있다. 측정 불확실성과 통계적인 불확실성은 변수 X의 자연적인 변화에 대해서 독립적인 인지적 불확실성 요소이다. 게다가 측정 불확실성과 통계적 불확실성은 통계적으로 독립성을 유지하고 있다.

변수 X에 대한 n개의 데이터에서 관찰된 분산값 σ^2_{obs} 은 고유의 분산값과 관련된 겉보기 분산값 σ^2_X와 측정불확실성과 관련이 있는 σ^2_{mean}의 결합값이다.

$$\sigma^2_{obs} = \sigma^2_X + \sigma^2_{mean} \tag{51}$$

변수 X의 전체 분산계수는 제한된 데이터의 수로 인하여 발생되는 통계적인 분산 σ_{stat}^2을 포함한다,

$$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{obs}^2 + \sigma_{stat}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_{mean}^2 + \sigma_{stat}^2 \tag{52}$$

만약에 SPT, VST나 CPT시험결과에서 얻은 데이터를 비배수 전단강도로 변환하여 사용하는 경우, 변환에 사용되는 모델의 불확실성이 발생한다. 이 경우, 변환모델의 불확실성과 관련된 분산 $\sigma_{\mathrm{model}}^2$이 관찰된 분산값에 포함되어야 한다.

그러므로 $$\sigma_{obs}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_{mean}^2 + \sigma_{\mathrm{model}}^2 \tag{53}$$

그리고 $$\sigma_{tot}^2 = \sigma_{obs}^2 + \sigma_{stat}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_{mean}^2 + \sigma_{\mathrm{model}}^2 + \sigma_{stat}^2 \tag{54}$$

5.4.2 독립토질변수 계산

그림 12에서 s_u의 관찰값 n=22, s_u의 평균값 $\hat{\mu}$= $60.2kPa$이고 표준편차 $s = 10.2kPa$이다. 관찰된 데이타의 수가 n=22개이기 때문에 측정된 평균값과 표준편차는 통계적인 불확실성을 가지고 있다. 추정된 평균값과 표준편차 대한 표준오차는 식 (31)을 이용하여 다음과 같이 구한다.

평균값에 대한 표준오차는 $$se(\overline{s_u}) = \frac{10.6}{\sqrt{22}} = 2.3kPa$$

표준편차에 대한 표준오차는 $$se(s) = 10.6\sqrt{\frac{2.22-1}{4.22}} = 1.25kPa$$

여기서 2.22는 식(15)의 첨도값 α_4를 이용하여 구한값이다.

평균값과 표준편차를 이용하여 s_u의 변동성을 정확히 파악 할 수 없거나 데이터의 수가 제한된 경우, 고유의 자연적인 불확실성뿐만 아니라 통계적인 불확실성도 가지고 있다. 이러한 경우 비배수 전단강도의 전체 분산은 다음과 같이 추정한다.

$$\sigma_{tot}^2 = s^2 + se(\overline{s_u})^2 + se(s)^2$$

$$= 10.6^2 + 2.3^2 + 1.25^2$$

$$= 10.9^2 kPa$$

5. 지구통계학

5.1 공간평균(spatial averaging)

토질변수 X에 관한 정보를 이용한다는 것은 변수 X자체보다는 지반조사 영역에 대한 공간적인 평균을 의미한다. 따라서 전체 분산 σ_X^2를 사용하기 보다는 감소된 분산값을 사용해야 한다.

$$\sigma_{X_{spatial}} = \lambda\sigma_X^2 \tag{55}$$

여기서 $\lambda < 1$는 저감계수로서 공간적인 평균을 반영하고 변수 X의 자기상관함수이며 토체의 체적이나 면적과 관계가 있다. 실제 적용시 감소된 분산값은 제한된 데이터로 인한 통계적인 불확실성과 적용된 모델의 불확실성과 합산되어 사용되어야 한다. 만약, 조사된 전 지역에 대해서 국부적인 변동성이 완전히 고려된다면 $\lambda = 0$이 된다. 따라서 이 경우에는 통계적인 분산과 모델분산만을 고려하면 된다.

5.2 공간평균의 예

변수 자체보다는 토질변수의 공간적인 평균이 적용된 예로 점토지반에 관입된 마찰말뚝의 연직지지력을 고려해 볼 수 있다. 연직지지력을 예측하기 위한 여러 가지 모델중 α법을 고려해 보면, 말뚝의 길이 L

에 대한 비배수 전단강도의 공간적인 평균값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_{axial} = \alpha\pi D \bullet \int_{z=0}^{L} s_u(z)dz = \alpha\pi D \bullet \left(\int_{z=0}^{L} \mu_{s_u}(z)dz + \int_{z=0}^{L} \epsilon(z)dz \right) \tag{56}$$

말뚝의 지지력 Q_{axial}을 예측하기 위해 사용되는 공간평균 비배수전단강도와 관련된 감소된 분산값은 $\sigma^2_{s_{u,\,spatial}} = \lambda \bullet \sigma^{2_{s_u}}$이며 공간평균에 대한 분산은 다음 식으로 나타낸다.

$$\frac{1}{L}\int_{z=0}^{L} \epsilon(z)dz \tag{57}$$

Q_{axial}을 구하는 식을 통해서 s_u의 평균값 μ_{Su}가 Q_{axial}의 평균값을 좌우함을 알 수 있다.

$$E[Q_{axial}] = \alpha\pi D \bullet \int_{z=0}^{L} \mu_{s_u}(z)dz \tag{58}$$

비배수 전단강도의 평균과 표준편차의 추정은 말뚝의 시공위치와 토질 보오링 자료 및 CPT시험과의 상대적 위치에 따른 불확실성과 관련이 있다. 이와 관련된 경우를 고려해 보면 첫째, 보오링및 CPT시험위치에 대한 말뚝의 위치를 모르는 경우, 평균값과 표준편차를 말뚝이 관입될 지역에서 얻은 토질데이타에서 추정할 수 있다. 둘째, 보오링 및 CPT시험위치에 대한 말뚝의 위치를 아는 경우, 말뚝이 관입될 지역의 보오링과 CPT에서 얻은 결과를 이용하여 평균값과 표준편차를 추정할 수 있다. 셋째, 보오링 및 CPT시험위치와 말뚝의 위치는 알지만 위치가 서로 일치하지 않는 경우, 평균값과 표준편차를 공간보간(spatial interpolation)기법을 이용하여 구할 수 있다.

5.3 공간 추정 -kriging

공간자료의 처리기법으로 여러 분야에서 크리깅이 많이 사용되고 있지만 그 명확한 정의를 이해하지 못하는 경우가 많다. 크리깅은 관심 있는 지점에서 특성값을 알기 위해 이미 값을 알고 있는 주위의 값들의 가중 선형 조합으로 그 값을 예측하는 지구 통계학적 기법이다. 이를 간단히 수식으로 나타내면 다음 식(59)와 같다. 여기서 $\hat{x}(s)$는 위치가 알려진 지점에서 크리깅을 이용한 예측치가 되며 x_i는 이미 그 위치와 값을 알고 있는 주위의 점이고 λ_i는 사용된 주위의 각 자료의 가중치이며 n은 크리깅 예측을 위해 사용된 자료의 총 개수이다. 가중치는 거리에 따른 함수이고 예측값과 참값 사이의 오차가 최소가 되도록 결정되며 많은 경우에 추정값에 편향되지 않아야 한다는 조건을 추가로 사용하여 그 값을 결정한다. 변수 X를 강도와 같은 토질 변수라 가정하고 임의의 토체에 대해 확률장을 이룬다고 하자. 변수 X값은 토체내의 여러 위치에서 측정할 수가 있지만 다른 모든 지점에 대해서는 미지로 존재한다. 임의 변수 X에 대한 자동상관 함수를 사용 가능한 데이터를 이용하여 구할 수 있다고 가정한다. 크리깅은 측정된 변수 X와 자기상관함수와의 조합을 통해 측정되지 않은 위치의 미지의 변수를 예측하는 기법이다. 각각의 특정된 위치를 추정하는데 있어 크리깅기법은 공간적인 상관관계에 의해 추정된 변수 X값과 추정오차를 예측할 수 있다. 토체내의 n개의 위치 s_i ,$i = 1,.....n$ 에서 관찰된 변수 X를 가정해 보자, x_i는 위치 s_i에서 관찰된 변수 X라고 하자, 또한 공분산 함수 $C(r) = \sigma^2\rho(r)$가 성립되도록 변수 X에 대한 자기상관함수 $\rho(r)$을 고려하자. 여기서 r은 두지점 s사이의 지연거리이다. 샘플링이 안 된 지점 s에서의 변수 X값을 추정할 수 가 있다. 단순 크리깅(simple kriging)을 이용하여 위치 s에서의 X(s)를 예측하면 다음과 같다.

$$\hat{x}(s) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i \tag{59}$$

여기서 λ_i, $i = 1,.....n$는 가중계수로서 n개의 식에 대한 해로 구한다.

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j C(|s_i - s_j|) = C(|s - s_i|); i = 1,.....n \tag{60}$$

정규크리깅(ordinary kriging)을 이용하여 위치 s에서의 X(s)의 예측은 다음과 같다.

$$\hat{x}(s) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i \tag{61}$$

여기서 λ_i, $i = 1, \ldots\ldots\ldots\ldots n$는 가중계수로서 n개의 식에 대한 해로 구한다.

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j C(|s_i - s_j|) + k = C(|s - s_i|); i = 1, \ldots\ldots\ldots\ldots n \tag{62}$$

불편향 구속계수는

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \tag{63}$$

미지의 점에 대한 추정값 $\hat{x}(s)$은 추정점에서 떨어진 지점에서 관찰된 데이터 수의 부족으로 불확실성이 발생한다. 추정값 $\hat{x}(s)$가 단순 크리깅이나 정규 크리깅으로부터 추정되었는지 여부에 상관없이 추정된 표준오차는 다음과 같다.

$$se(\hat{x}(s)) = \sqrt{C(0) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j C(|s_i - s_j|) - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i C(|s - s_i|)} \tag{64}$$

$$= \sqrt{\rho(0) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j \rho(|s_i - s_j|) - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \rho(|s - s_i|)}$$

크리깅 추정에 대한 식들과 표준오차는 등방자기상관과 공분산함수라는 가정으로 이루어 졌다 이들 함수들이 비등방성인 경우, 예를 들어 3차원 문제나 연직이나 수평방향으로 상관거리가 달라지는 경우 이들 추정식들은 수정되어야 한다. 크리깅은 특점 지점 S에서 임의의 위치의 값을 추정하기 보다는 토체 V에 대한 변수 X의 공간평균을 추정하는데 적용하는 것이 일반적이다. 크리깅은 지반조사 계획에 적용될 수 가 있다. 즉 기존의 자료를 보완하기 위해 추가적인 시험을 해야 되는 경우 최적의 추가적인 보오링의 위치를 정할 때 적용된다. 또한, 크리깅은 토층을 그리는데 적용될 수 있다.

6. 설계 토질 파라메타

6.1 일반

설계에 사용되는 토질 파라메타는 다음에 제시된 방법중 한두 가지를 따른다. 즉, 토질 특성값, 토질 특성의 최적 추정값, 그리고 토질 특성의 상 • 하한값이다. 이러한 방법으로 주어진 토질파라메타는 4절에서 제시된 방법을 따라 결정된다. 토질 특성에 대한 특성값은 특별한 적용에 목적으로 정해진다. 즉, 특정한 기초의 형식과 크기에만 적용되므로 다른 경우에는 적용할 수 없다. 특정 목적을 위해서 정해진 특성값이 다른 경우에 적용될 수 없는 이유는 특성값에 대한 정의가 적용하는 경우에 따라 달라지기 때문이다. 이것은 토질특성의 평균값의 정도를 어떻게 가정하는냐에 따라 달라진다. 장대 마찰말뚝의 경우 평균의 범위가 커질수 있으나 선단지지말뚝이나 작은 얕은기초의 경우, 평균의 정도가 상당히 작아질 수 있다. 따라서, 특성값을 결정하는데 사용된 가정값들과 불확실성은 무엇인지 알아야 한다. 그리고 지반조사자나 지반보고서 작성자들 그리고 지반보고서를 사용하는 설계자들 사이에 빈번한 접촉이 있어야 하는데 실제로는 그렇치 못한 것이 유감이다. 토질특성에 대해 규정된 설계자료를 사용하는 경우 세심한 주위가 요구된다. 어떤 표준서는 특성값과 설계치를 둘 다 언급하여 계수값으로 두 기준을 구별한다. 그러나 경우에 따라 둘 중 하나만을 표준으로 선택하기도 한다. 설계값 결정시 반듯이 계수값이 곱해져야 하는 것은 아니다. 경우에 따라 특성값과 설계값이 동일하게 사용되기도 한다. 그러므로 설계기준을 적용하기 전에 계수값의 사용 유무를 확인해 야 한다.

6.2 특성값

특성값은 흙의 전단강도와 같이 흙의 특성을 나타내는데 사용된다. 특성값은 다루어야할 설계문제나 지형적인 문제에 의해서 크게 좌우된다. 특성값이 평균값으로서의 정의는 일반적으로 장대 마찰말뚝의 축방향 지지력의 경우와 같이 토질 특성의 국부적인 변동을 토체 전체에 대해 평균값으로 가정할 수 있는 경우에 적용이 된다. 특성값이 분포의 저(lower) 분위수로 정의되는 경우는 선단지지말뚝의 선단저항과 같이 국부적인 강도가 지배하는 경우에 적용이 된다. 기초설계에서 흙의 특성에 대한 특성값은 항상 부분계수와 함께 사용된다. 즉 특성값과 부분계수는 한쌍을 이룬다. 이것은 토질특성의 평균값을 정의하는데 부분계수가 특성값과 함께 사용되는 것을 의미하는 것으로 토질특성의 저분위수로 정의된 특성값과는 함께 사용할 수 가 없다.

6.3 최적 추정

토질특성을 최적 추정값은 가장 작은 표준오차를 가진 중앙 불편향 추정치이다. 최적 추정값은 보통 사용한계(serviceability limit states)평가에 사용된다. 즉 기초의 거동에 대한 예측이 관심일 때 사용이 된다. 예를들면 흙의 침하를 지배하는 최적의 파라메타가 요구되는 침하 예측값을 구하는 경우에 사용된다. 즉 압밀시험으로부터 추정, 이것은 절대 침하량을 예측하거나 부등침하량을 예측할 때 사용이 된다.

6.4 하한과 상한

지반보고서에는 종종 설계시 특성값으로 사용될 값에 대한 하한값이나 상한값을 제시한다. 하한값은 보통 작은 강도값을 선호하지 않는 극한한계상태에 대한 설계수단으로 사용된다. 상한은 특정 해머의 관입능력에 대한 저항치로서 말뚝의 관입과 같이 큰 강도가 선호되지 않은 경우에 사용 된다. 또한 상한값은 말뚝재료의 피로를 평가하기 위한 말뚝의 관입저항을 평가하는데 사용된다. 그러므로 설계자는 토질특성에 대해서 제시된 하한값이나 상한값이 설계시 사용되는 코드나 기준에서 요구되는 특성값을 만족하는지를 고려해야 한다. 반복하중이나 동적하중을 받는 구조물 설계시에는 기초를 지지하는 지반에 대한 관련된 토질특성으로 하한이나 상한값에 대한 민감도 분석이 요구된다.

6.5 설계변수의 평가 절차

지반구조물의 설계시 사용하기 위한 파라미터 값은 항상 설계자에 의해 선정된다. 그러나 어떻게 파라미터가 선정되는지, 그리고 측정된 파라미터를 얼마나 보수적으로 적용해야 하는지는 설계기준이나 규정에 거의 논의되지 않고 있다.

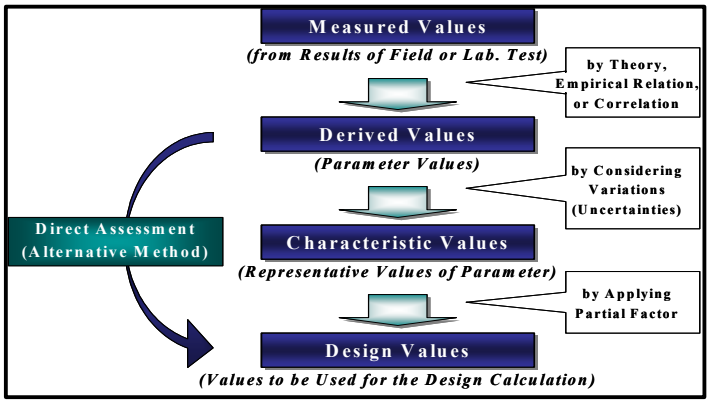

그림 14. 설계치 결정을 위한 절차 (Orr 등, 1999)

이는 유로코드에서 제시된 설계치를 계산하기 위한 부분계수와 특성값의 결정이 매우 중요함을 의미할 뿐 아니라 특성값 산정방법이 쉽게 정의되기 어려움을 보여주고 있다. Eurocode 7에서는 지반공학적 파라미터의 설계치를 얻기 위한 과정으로 측정치(Measured value), 추론치(Derived value), 특성값(Characteristic value) 및 설계치(Design value)의 4가지 단계의 값을 언급하고 있다. 이러한 값들의 기본적인 개념을 나타내면 그림 14와 같다.

7. 결 언

국내에서도 지반설계 코드개발이나 설계기술 표준화등 세계적인 기술발전 흐름에 부응하고자 지반공학 분야에서도 확률통계 및 신뢰성 기법을 연구하는 사례가 점점 증가하고 있다. 지금까지, 설계변수 결정시 주로 평균값을 이용한 결정론적인 설계법에서 벗어나 각 설계변수의 불확실성을 고려하여 지반고유특성에 맞는 최적의 설계파라메타를 적용하는 신뢰성 설계법에 대한 관심이 점차 증가하고 있다. 그러나 아직도 확률 통계 개념을 접목한 신뢰성 해석의 적용이 다른 토목분야에 비해 지반분야는 활발하지 않은 편에 속한다. 이에 대한 대표적인 원인을 들면 첫째, 확률, 통계개념이 대부분의 지반기술자들에게 익숙하지 않은 용어와 개념은 포함하고 있다는 것이다. 둘째, 확률 통계 개념에 바탕을 둔 신뢰성 해석법은 기존의 지반구조물 설계법에서 요구하는 데이터, 시간, 노력보다도 훨씬 많은 것들이 필요하다는 인식 때문이다. 신뢰성 설계 기법은 구조물의 설계에 대한 안정성을 검토하기 위한 전통적인 설계법인 안전율 개념에 대한 또 하나의 방법일 뿐 아니라 공사의 시작, 지반조사의 계획등 모든 분야에 적용될 수 있는 다양성을 가지고 있다. 국내에서도 이러한 인식전환과 더불어 확률, 통계개념이 접목된 신뢰성 설계기법 적용에 대한 올바른 이해를 통하여 지반구조물의 경제성 및 안정성을 보다 증대시킬 수 있는 기술 발전을 이루어야 할 것이다.

참고문헌

1. 이규환, 윤길림(2008),“항만지반의 불확실성과 신뢰성 설계”,제2회 항만구조물 신뢰성 설계 기술교육 워크숍, pp.203~247.
2. 윤길림(2005), "차세대 항만설계 기술개발(V)", 한국해양연구원 연구보고서, 해양수산부, pp.1~230.
3. 윤길림, 이규환, 채광석(2004), "확률 및 신뢰성 개념을 도입한 지반설계 사례연구", 한국지반공학회 지반조사위원회 특별세미나, pp.73-110.
4. 최종근(2004), “공간정보 모델링”, 구미서관, pp.24~96.
5. Ang. A., and W.H. Tang(1975), "Probability Concepts in Engineering Planning and Design", Vol. I, Basic Principles, John Wiley and Sons, New York, N.Y.
6. Ang. A., and W.H. Tang(1984), "Probability Concepts in Engineering Planning and Design", Vol. II, Decision, Risk, and Reliability, John Wiley and Sons, New York, N.Y.
7. Madsen, H.O., N.C. Lind, and S. Krenk(1986), "Methods of Structural Safety", Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.
8. Neter, J., W. Wasserman, and M.H. Kutner(1990), "Applied Linear Statistical Models", Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Ill.
9. Ronold, K.O.,(1990), "Random Field Modeling of Foundation Failure Modes," Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 4, pp. 554-570.
10. Snedecor, G.W., and W.G. Cochran(1989), Statistical Methods, Iowa State University Press, Ames, Iowa.