

축간 거리 변동을 고려한 평치차의 동적 해석

Dynamic Analysis of Spur Gear Pair with Varying Distance between Axes

윤안수* · 김우형* · 정진태†

Ansoo Yoon, Woohyung Kim, Jintai Chung

1. 서론

치차를 이용한 동력 전달 체계는 높은 효율과 안정성을 가지는 동력 전달 방법으로서 감속비에 따라 원하는 구동력을 얻을 수 있다. 동력은 두 치차의 물림에 의해서 전달되는데, 전달과정에 있어서 치차 물림부의 변형과 치차를 고정하는 축의 변형이 발생된다. 이러한 변형은 치차의 동력 전달에 있어서 효율과 안정성을 저하시키고 적용 제품의 진동 문제 원인으로 작용된다.

치차의 진동은 일반적인 기계 부품의 구조적 진동뿐 아니라 두 치차의 물림에 의해서 발생하는 진동이 상당하다. 치차 물림에 관련하여 보면, 크게 두 가지로 나누어질 수 있다. 첫 번째로 물림부의 변형량에 관한 모델링으로 Vedmar 와 Hemriksson 은 두 치차의 회전운동에 의한 중첩을 이용하여 치차의 물림부에서 발생되어지는 변형량으로 고려하였고, 이를 통하여 두 치차의 물림에 관해서 모델링을 하였다. 하지만 치차를 지지하고 있는 축의 병진운동을 고려하지 않은 모델이었다. 그래서 Vedmar 와 Andersson 은 앞에서 연구한 내용을 바탕으로 축의 병진운동에 관한 내용을 추가적으로 고려하여 중첩에 관한 모델링을 통하여 물림부의 변형에 관하여 연구를 수행하였다. 두 번째는 치차의 강성에 관한 연구로서 일반적으로 치차는 물림률에 따른 강성의 변화가 발생하는데 이러한 강성의 변화를 주기적으로 변화시키는 변동강성과 평균값을 이용한 등가강성을 통한 해석을 수행하게 된다. 그러나 치의 물림 위치에 따른 강성을 변화를 고려하기 위하여 Cornell 은 치의 굽힘과 강체 회전, 접촉 등에 관한 응력 계산을 통하여 치차의 강성에 관한 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 병진운동 발생에 따른 두 치차 축 사이의 상대적인 거리 변동에 따른 물림부의 변형량에 관하여 모델링하고 등가 강성과 변동 강성을 각각 적용하여 시간에 따른 물림 변형량의 응답을 해석하였다.

2. 물림 치차의 변형

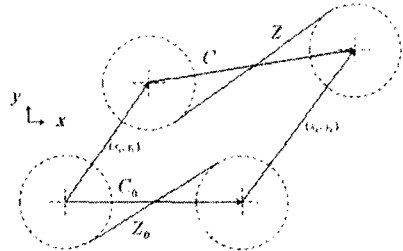


Figure 1. Configuration of Translation Motion

두 치차의 축간 거리와 작용선의 길이는 초기상태에서 식 (1), (2) 와 같이 치차의 기초원 반지름과 압력각에 의해서 결정되어진다. 작용선의 길이는 축간 거리에 의한 정의가 가능하다.

$$C_0 = \frac{r_{b1} + r_{b2}}{\cos \alpha_0} \quad (1)$$

$$Z_0 = (r_{b1} + r_{b2}) \tan \alpha_0 = \sqrt{C_0^2 - (r_{b1} + r_{b2})^2} \quad (2)$$

치차의 병진운동이 Figure 1 과 같이 발생하였을 때, 이를 고려한 축간 거리는 식 (3) 와 같고 그에 따른 작용선의 길이는 식 (4) 와 같이 정의 할 수 있다.

$$C = \sqrt{(C_0 + x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (3)$$

$$Z = \sqrt{(C_0 + x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - (r_{b1} + r_{b2})^2} \quad (4)$$

치차 물림의 변형량은 병진운동에 따른 작용선 길이의 변형과 회전운동에 따른 작용선상의 변형으로 이루어진다. 병진운동에 의한 작용선 길이의 변형량과 회전운동에 의한 변형량을 종합하여 물림 치차의 변형량을 정의하게 된다. 변형량을 Figure 2 의 모델에 적용하면 식 (5) 와 같은 변형량에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta &= Z - Z_0 - r_{b1}\theta_1 - r_{b2}\theta_2 \\ &= \sqrt{(C_0 + x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - (r_{b1} + r_{b2})^2} \\ &\quad - \sqrt{C_0^2 - (r_{b1} + r_{b2})^2} - r_{b1}\theta_1 - r_{b2}\theta_2 \end{aligned} \quad (5)$$

† 교신저자; 정희원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : jchung@hanyang.ac.kr
Tel : 031-400-5287, Fax : 031-406-6964
* 한양대학교 일반대학원 기계공학과

3. 시스템 해석

3.1 수학적 모델링

치차의 동적 해석을 수행하기 위하여 Figure 2 와 같은 모델을 수립하였다.

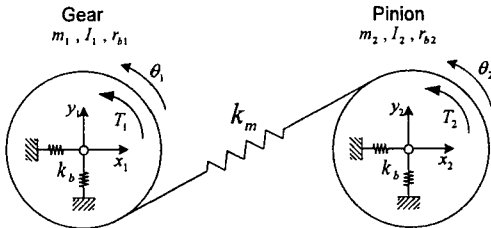


Figure 2. Mathematical Model of Spur Gear

6개의 자유도 $x_1, y_1, \theta_1, x_2, y_2, \theta_2$ 를 이용하여 모델을 정의하고 각 치차의 물성치와 축의 강성, 치차 물림 강성을 Table 1 과 같이 구성하였다.

Table 1. Parameter of Spur Gear Pair

	Value	Unit
r_{b1}	0.06	m
r_{b2}	0.08	m
α_0	20	Degree(°)
k_b	1×10^6	N/m
m_1	0.6	kg
m_2	0.9	kg
I_1	0.002	kgm^2
I_2	0.004	kgm^2
T_1	200	Nm
T_2	0	Nm

3.2 운동방정식

3.1 에서 수립한 모델을 바탕으로 Lagrangian's Equation 을 이용하여 아래 식과 같은 운동방정식을 이끌어내었다.

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_b x_1 + k_m \delta \delta_{x_1} = 0 \quad (1)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_b y_1 + k_m \delta \delta_{y_1} = 0 \quad (2)$$

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + k_m \delta \delta_{\theta_1} = T_1 \quad (3)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_b x_2 + k_m \delta \delta_{x_2} = 0 \quad (4)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + k_b y_2 + k_m \delta \delta_{y_2} = 0 \quad (5)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + k_m \delta \delta_{\theta_2} = T_2 \quad (6)$$

3.3 시간 응답

시간에 따른 물림 치차의 변동량을 분석하기 위해서 Newmark Method 와 Newton-Raphson Method 를 이용하였다.

Figure 3 은 치차 물림부의 강성을 등가 강성으로 고려하여 해석한 결과이고 Figure 4 는 치차의 물림에 따른 변동강성을 고려한 해석 결과이다.

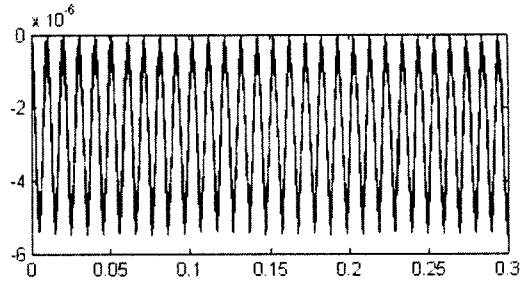


Figure 3. Time response with constant stiffness

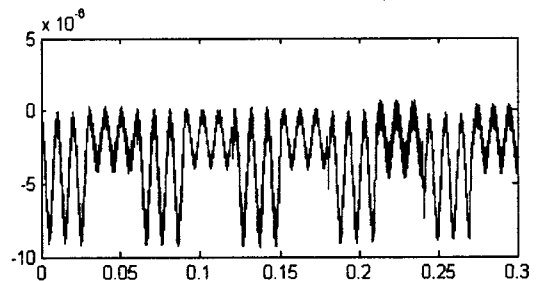


Figure 4. Time response with time-varying stiffness

4. 결 론

축간 거리 변동을 고려한 평치차 시스템의 응답 특성을 살펴보면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

(1) 축간 거리 고려에 따른 비선형 시스템의 해석에서 등가강성을 적용할 경우 영향력이 크게 나타나지 않지만 변동 강성을 적용할 경우 비선형적 특성들이 나타나는 것을 확인할 수 있었다.

(2) 치차의 구동에 있어서 치차 사이의 거리 변동이 운동의 안정성에 영향을 미칠 수 있다는 것을 확인하였다.

후 기

본 연구는 BK21 사업으로 지원되어 수행하였습니다.