

민감도 정보를 이용한 구조물의 내구보강 기법

Technique to reinforce the structure using the sensitivity information

권성훈* · 유희희†

Sung Hun Kwon, Hong Hee Yoo

Key Words : Fatigue Life(피로수명), Sensitivity(민감도), Finite Difference Method(유한 차분법), Stress Based Approach(응력-수명 방법), Structural Dynamic Analysis(구조동역학해석)

ABSTRACT

In this paper, the technique to reinforce the structure using the sensitivity information is proposed. Design variables related to the geometry of structure at fatigue fracture points are determined and sensitivities of fatigue life at fracture points with respect to the variation of design variables are calculated. Then the vector composed of gaps between the target life and initial life cycles at fracture points is calculated. The linear algebraic equation to solve the variation of design variables is composed. From the equation, the design variables for reinforced structure are determined.

1. 서 론

내구성능은 안전한 구조물을 만드는데 있어 가장 중요한 지표의 하나로 구조물에서 가장 짧은 피로 수명을 가진 부분이 목표수명보다 더 큰 수명을 가지도록 하는 것을 목표로 한다. 만일 피로 해석의 결과 충분한 내구 수명을 가지고 있지 않는 지점이 존재한다면 보다 강성을 높이기 위해 단면의 두께를 증가시키거나 형상을 변경하여 면적관성모멘트를 크게 하는 등의 방법으로 이를 보강해야 한다. 이 때 피로 파손 지점에 대한 과도한 구조 보강은 구조물의 무게를 예상보다 많이 증가시키거나 과도설계가 될 수 있으므로 어느 정도로 구조물을 보강해야 적절하게 내구성능을 가지는 지에 대한 설계기법이 필요하다.

피로 해석은 일반적으로 구조물의 형상과 재질을 고려한 모델에 하중을 가하여 산출된 동응력을 레인플로법과 같은 사이클 집계를 통해 S-N 선도나 E-N 선도에 적용하여 각각의 사이클에 대한 손상을 모두 합산하여 누적손상을 계산하는 과정으로 구성된다. 이처럼 피로 해석에서는 각 단계의 정보가 다음 단계에서 사용되므로, 각 단계의 정확도를 개선되어야 피로 수명을 정확히 예측할 수 있게 된다. 동응력을 정확하게 구하기 위해서는 구조물의 유한 요소 모델을 직접적분법을 사용하여 과도응답해석을 수행하여야 하나 이는 과도하게 높은 해석시간을 요구하므로, 모드 중첩법을 사용하면서 동응력의 정확도를

높이거나⁽¹⁻²⁾ 구조물을 분할하여 계산의 효율성을 높이는 부분 구조 합성법⁽³⁻⁴⁾과 같은 여러 연구가 진행되어 왔다. S-N 혹은 E-N 선도와 누적손상은 재료의 시편에 대한 실험에 의해 평가된다.

Kim 등⁵은 유한 차분법과 실험 계획법을 혼합하여 설계에 효과적으로 활용하는 방안을 제시하였다. 그러나 구조물의 내구설계에 사용되는 설계변수는 구조물의 형상에 관련된 것이므로 설계변수가 변화되면 다른 지점의 피로 수명도 따라서 변화되므로, 한 가지 성능지수에 대한 이 기법을 내구설계에 적용하기는 힘들다. Zeiler와 Barkey⁶는 차량 구조물의 피로 성능에 대한 설계 민감도를 해석적으로 구하는 기법을 제안하였다. 그러나 복잡한 하중이 구조물에 가해지는 경우 피로 수명을 도출하기 위한 출력 벡터를 정의하기 힘들다는 단점이 있다. 이렇듯 지금까지의 연구는 주로 피로 수명을 정확하게 예측하거나 민감도 정보를 피로 해석에 사용할 수 있는지를 살펴보는 정도이며 구조물의 내구성능을 보강하는 방법에 관한 연구는 아직 활발하지 못하다.

본 연구에서는 구조물의 피로 해석을 통해 예측된 피로 파손지점이 여러 개일 때 과도설계를 하지 않으면서 각 피로 파손지점의 기하학적 형상에 관련된 설계변수에 대한 민감도 정보를 활용하여 보강하는 기법을 제안하고자 한다.

2. 민감도 정보를 이용한 내구 보강 기법

2.1 피로 수명에 대한 민감도

민감도 정보란 설계변수의 변화에 대한 응답함수

† 한양대학교 기계공학부

E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2220-0446

· 한양대학교 기계공학과

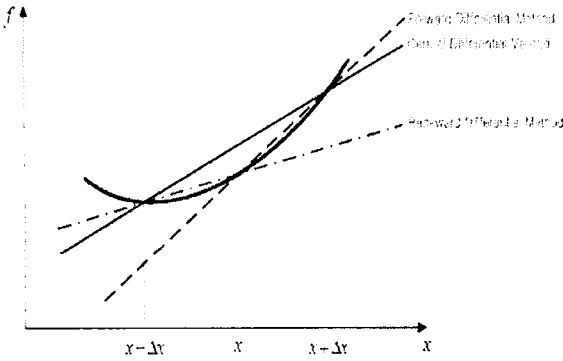


Fig. 1 Finite Differential Method

의 민감도 정보란 설계변수의 변화에 대한 응답함수의 변화율로 정의된다. 민감도는 수학적 전개를 통해 직접 편미분을 하는 것이 가장 정확하나, 피로수명의 경우 이를 수학적으로 정식화할 수 없으므로, 유한 차분법을 사용한다. Fig.1 은 유한 차분법의 세 가지 방법인 전진, 중앙 그리고 후진 유한 차분법을 나타내고 있다.

본 연구에서 민감도 정보는 식 (1)과 같이 표현된다.

$$S = \frac{\partial N_i}{\partial b_i^j} \quad (1)$$

여기서 b_i^j 는 i 지점의 j 번째 설계변수를 의미하고 N_i 는 i 지점의 피로수명을 뜻한다. 따라서 민감도 S 는 각각의 피로 파손지점의 기하학적 형상에 관련된 설계변수의 변화에 대한 각 피로 파손지점의 피로수명 변화가 된다. 예를 들어 구조물이 Fig. 2 와 같이 단면을 가진 Beam 요소로 모델링 되었다면 구조물의 내구성능을 보강하기 위한 설계변수는 각 지점에서 단면의 형상을 구성하는 b , h , t 이다. 즉, 두 번째 절점에서 t 는 세번째 설계변수이므로 b_2^3 으로 표현할 수 있다.

2.2 민감도 정보를 사용한 구조물 보강

민감도 정보를 설계에 적용할 때 일반적으로 하나의 성능함수를 결정하는 여러 설계변수들의 교호작용을 어떻게 고려할 것인가에 초점을 맞춘다. 그러

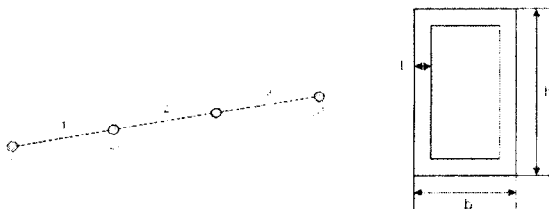


Fig. 2 Example of Beam Structure with Section

나 Fig.3 에서 볼 수 있듯이 설계변수 b_i^j 의 변화는 i 지점뿐 아니라 다른 절점의 피로수명에도 영향을 미친다. 따라서 설계변수 b_i^j 의 변화를 통해 다음과 같은 각 지점의 피로수명에 대한 변화를 벡터형태로 얻을 수 있다.

$$\{S_i^j\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial b_i^j} \\ \frac{\partial N_2}{\partial b_i^j} \\ \vdots \\ \frac{\partial N_n}{\partial b_i^j} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

각각의 설계변수에 대해 이러한 민감도 벡터를 구한 뒤 이를 행렬형태로 나타내면 피로수명에 대한 민감도 행렬 $[S]$ 는 다음과 같다.

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial b_1^1} & \frac{\partial N_1}{\partial b_1^2} & \dots & \frac{\partial N_1}{\partial b_1^k} & \frac{\partial N_1}{\partial b_2^1} & \dots & \frac{\partial N_1}{\partial b_n^m} \\ \frac{\partial N_2}{\partial b_1^1} & \frac{\partial N_2}{\partial b_1^2} & \dots & \frac{\partial N_2}{\partial b_1^k} & \frac{\partial N_2}{\partial b_2^1} & \dots & \frac{\partial N_2}{\partial b_n^m} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial N_n}{\partial b_1^1} & \frac{\partial N_n}{\partial b_1^2} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial b_1^k} & \frac{\partial N_n}{\partial b_2^1} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial b_n^m} \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 구조물의 피로파손 지점은 n 개이고 1 지점의 설계변수의 개수는 k 개, 지점의 설계변수의 개수는 m 개라 가정할 것이다.

Fig.3 에서 민감도에 설계변수의 변화를 곱하면 피로수명의 변화가 나타난다. 즉,

$$\frac{\partial N_i}{\partial b_i^j} \Delta b_i^j = \Delta N_i \quad (4)$$

이 때 ΔN_i 는 목표수명과 초기수명의 차이이다. 그런데, i 지점의 수명 N_i 는 다른 모든 설계변수에 영향을 받으므로, 목표수명에 도달하기 위한 설계변수의 변화량은 다음과 같은 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\Delta N_i = \sum_{j=1}^n \sum \frac{\partial N_i}{\partial b_i^j} \Delta b_i^j \quad (5)$$

여기서 두번째 Σ 기호는 그 지점의 설계변수의 개수에 대한 합을 나타내므로 설정한 설계변수만큼 더해 주면 된다. 또한 이는 민감도 행렬 $[S]$ 를 사용하여

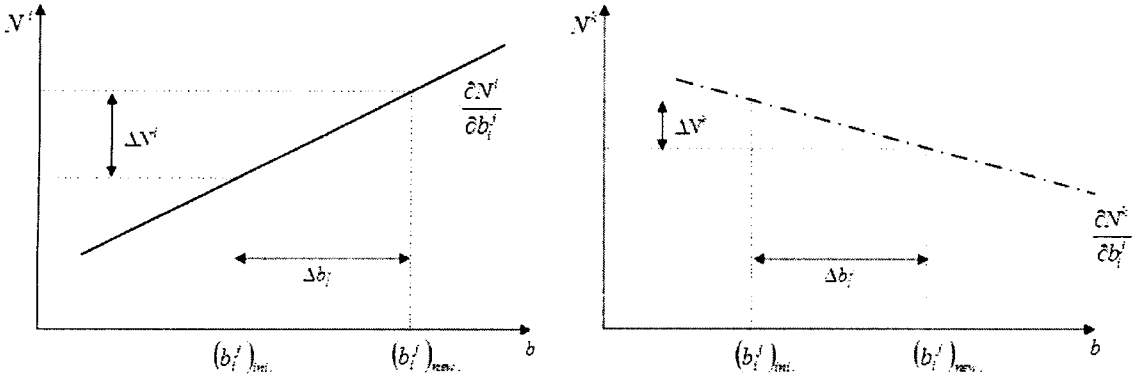


Fig.3 Sensitivity Information of Point i and k

$$[S]\{\Delta b\} = \{\Delta N\} \quad (6)$$

여기에서 민감도 행렬 $[S]$ 는 유한 차분법을 사용하여 구할 수 있고 $\{\Delta N\}$ 벡터는 초기의 피로 해석을 통해 구한 피로 파손지점의 수명을 목표수명에서 빼면 구할 수 있다. 그러나 한 지점에 대한 설계변수가 여러 개인 경우 식(6)을 풀기 위한 방정식의 개수가 모자라므로, 각 설계변수들 사이의 구속조건과 같은 부가적인 식이 더 필요하다. 식 (6)과 부가적인 구속조건을 통해 구조보강을 위한 설계변수의 변화 벡터 $\{\Delta b\}$ 를 구할 수 있으며 설계변수의 초기값 벡터를 이에 더하여 식 (7)과 같이 최종적으로 보강된 구조를 위한 설계변수를 얻을 수 있다.

$$\{b\}_{new} = \{\Delta b\} + \{b\}_{ini} \quad (7)$$

3. 피로 해석

본 연구에서는 작용응력이 재료의 탄성영역 내에 주로 있고 수명이 긴 경우에 주로 사용되는 응력-수명 방법을 사용하였다. 이는 재료의 S-N 선도를 사용하여 파괴시까지의 반복수를 계산하는 방법이다.

다음은 평균 응력이 존재하는 경우 피로수명을 예측하기 위한 식으로 식 (8)은 Goodman 방법, 식 (9)은 Gerber 방법 그리고 식 (10)은 Basquin's Equation 이다.

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1 \quad (8)$$

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1 \quad (9)$$

$$\sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m)(2N_f)^b \quad (10)$$

로강도계수 그리고 b 는 피로 강도 지수로 재료의 물성치이다.

동응력에 대한 사이클 집계는 레인폴로 사이클 집계법을 사용하였으며, 변동하중에 의해 발생하는 누적 손상을 분석하기 위해 식(11)로 표현되는 Miner 법칙을 사용하였다.

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{n_i}{N_i} \quad (11)$$

여기서 D 는 누적 손상 계산값이고 n_i 는 응력진폭이 가해진 사이클 횟수, 그리고 N_i 는 그 응력진폭이 가해졌을 때의 수명을 나타내며 $D=1$ 일 때 피로파괴가 일어난다고 가정하였다.

4. 수치 예제

4.1 Spring-Mass 시스템

이 절에서는 앞서 제시한 민감도 정보를 활용한 구조물의 피로강도를 보강하는 방법에 대한 수치예제를 제시하였다. Fig.4는 4개의 자유도를 가지는 Spring-Mass 시스템의 예이다. 시스템의 질량행렬과 강성행렬 및 하중벡터는 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (12)$$

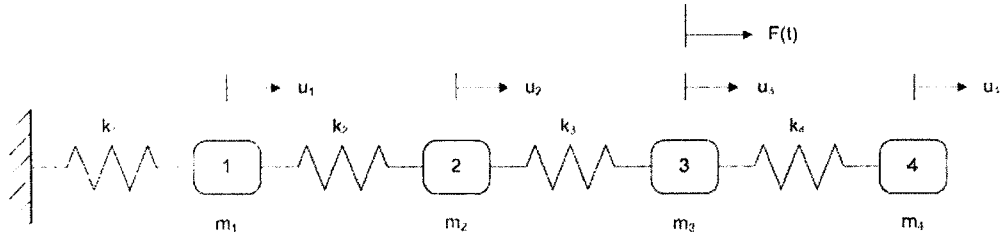


Fig.4 4 D.O.F Spring-Mass System

있다. 이 때 피로해석을 위한 응력은 식(15)와 같이 계산된다.

$$K = 10000 \begin{bmatrix} 2.0 & -1.0 & 0 & 0 \\ -1.0 & 2.0 & -1.0 & 0 \\ 0 & -1.0 & 2.0 & -1.0 \\ 0 & 0 & -1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$F = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20\sin(100t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

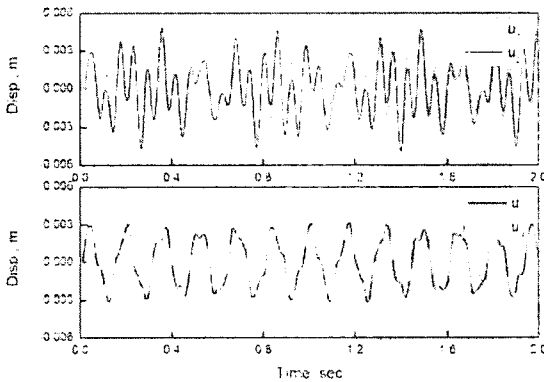


Fig.5 Displacement of System

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} k_1 u_1 \\ k_2 (u_2 - u_1) \\ k_3 (u_3 - u_2) \\ k_4 (u_4 - u_3) \end{Bmatrix} \quad (15)$$

이러한 과정을 통해 구한 동응력 이력을 레인폴로 사이클 집계와 식 (10)의 Basquin' s Equation 을 사용하여 피로수명을 구하면 Table.1 과 같다. 이 때 목표수명을 1.0E09 사이클이라 하면 Element1 과

Table. 1 Fatigue Life of 4 D.O.F Spring-Mass System

Element	Fatigue Life
1	3.8186E08
2	1.2894E10
3	3.4593E08
4	7.0367E09

Element3 이 목표수명을 만족하지 못하게 되어 k_1, m_1 그리고 k_3, m_3 를 각각 설계변수 $b_1^1, b_1^2, b_1^3, b_3^2$ 라 두고 각 지점에 대한 민감도를 계산하면 민감도 행렬 $[S]$ 는 다음과 같게 된다.

$$[S] = \begin{bmatrix} 1.24E05 & -2.54E09 & 2.54E05 & -5.65E07 \\ 2.22E05 & -2.37E09 & 2.40E05 & -7.65E07 \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서 행렬의 각 요소는 설계변수가 1% 변화될 때 각 지점의 피로 수명의 변화량을 중앙차분법으로 구한 것이다. $\{\Delta N\}$ 은

$$\{\Delta N\} = \begin{Bmatrix} 6.1814E08 \\ 6.5407E08 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

이 예제에서 추가적으로 필요한 구속조건은 2 개이다. 각 지점의 강성과 질량이 같은 비율로 보장된다고 가정하면

$$\Delta b_1^1 = \Delta b_3^1, \quad \Delta b_1^2 = \Delta b_3^2 \quad (18)$$

따라서 새로운 설계변수는

$$\{b\}_{new} = \begin{Bmatrix} 10666.03N/m \\ 0.8586kg \\ 10666.03N/m \\ 0.8586kg \end{Bmatrix} \quad (19)$$

새로운 설계변수에 따른 시스템의 피로응답은 다음과 같다.

Table. 2 Fatigue Life for New Design Variables

Element	Fatigue Life
1	1.3826E09
2	1.0751E10
3	1.6365E09
4	1.1684E10

보강된 구조물의 결과를 초기 피로수명과 비교하면 Element1 과 Element3 의 수명은 목표수명을 만족하고 있으며, Element2 의 경우 수명이 17% 감소, Element4 의 경우 수명이 66% 증가함을 알 수 있다. 이는 Element1 과 Element3 의 수명이 원래 목표수명과 많은 차이를 보였기 때문에 Element2 와 Element4 의 피로수명에 설계변수들의 변화가 영향을 끼친 것으로 보인다.

5. 결 론

본 연구에서는 구조물의 피로수명에 대한 설계민감도 정보를 사용하여 구조물의 내구강도를 보강하는 기법을 제시하고 간단한 4 자유도 스프링-질량 시스템을 통한 예제를 제시하였다. 이 방법에서 민감도 정보 이외에 부가적으로 설계변수들 사이에 구속조건을 정의해야 하지만, 이러한 과정을 통해 간단한 연립방정식을 풀이하여 구조물을 보강하기 위한 설계변수를 결정할 수 있었다. 향후 보다 실용적인 예제에 적용하여 확장함으로써 다양한 경우에 이러한 기법이 사용될 수 있을 것으로 예상된다.

후 기

본 연구는 2008 년도 2 단계 두뇌한국 21 사업의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Yoo, W. S. and Haug, E. J., 1986, " Dynamics of Flexible Mechanical Systems Using Vibration and Static Correction Modes, Journal of Mechanisms" , Transactions of ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 108,pp.315~322.

(2) Yim, H. J., 1990, " Computational methods for stress analysis of mechanical components in dynamic systems" , Ph.D Dissertation, The University of Iowa.

(3) Craig, R. R. and Bampton, M. C., 1968, " Coupling of Substructures for Dynamic Analysis" . AIAA Journal, Vol.6, No.7, pp.1313~1319.

(4) Kim, C. W., 2003, " Frequency Response Analysis of Structure with Damping and Acoustic Fluid using Automated Multilevel Substructuring" , Ph.D Dissertation, The University of Texas at Austin.

(5) Kim, Y. I., Yi, J. W., Yoon, J. Y. and Park, G. J., 2003, " A Design Methodology and Software Development with Sensitivity Information" , Transactions of KSME. Vol.27, No.12, pp.2092~2100.

(4) Kenneth, G. M., 1995, Vibration Testing, John Wiley & Sons, Inc., New York.