

역진 제어 기법을 사용한 산업용 로봇의 진동 억제 제어기의 설계

방재성*, 심형보*, 박상균**

*서울대학교 공과대학 전기컴퓨터 공학부

**현대중공업

Backstepping Approach to Vibration Suppression for An Industrial Robot Manipulator

Jae Sung Bang*, Hyungbo Shim*, Sang Kyun Park**

*ASRI, School of Electrical Eng., Seoul National Univ.,

** Hyundai Heavy Industry

Abstract - 이 논문에서는 임의의 크기를 가진 외란과 모델 불확실이 포함된 2관성계 시스템의 강인 제어기를 설계하고자 한다. 제안된 제어기는 역진 제어 기법을 사용하여, 2-관성계 시스템의 제어하고자 하는 상태 변수의 궤적과 공칭 궤적 사이의 오차를, 정상 상태에서뿐만 아니라 과도 상태에서도 임의의 크기로 줄일 수 있도록 설계될 것이다. 또한 비선형 제어 기법의 일종인 역진 제어 기법을 사용하였지만, 제시된 제어기의 구조는 시불변 선형 상태 궤환(state-feedback) 및 앞먹임(feedforward)의 구조를 가지게 되어 산업용 로봇에 적용될 수 있다는 장점을 가지고 있다. 실제로 이 논문에서는 제어기의 안정성에 대한 증명뿐만 아니라, 실제 로봇에 적용한 결과가 포함될 것이다.

1. 서 론

2-관성계 제어기 설계 기술의 발전으로, 유연 관절 로봇의 성능이 비약적으로 발전해왔다[1-2]. 2-관성계 시스템은 비선형성, 모델 불확실성, 외란 등과 같은 특징뿐만 아니라, 기술적으로나 경제적으로 모든 상태변수들을 측정하는 것이 불가능하기 때문에, 제어하고자 하는 상태변수와 센서로 측정 가능한 상태변수가 다르다는 문제점을 가지고 있다. 이러한 점들로 인해 2-관성계 시스템 제어기 설계에 많은 어려움이 존재한다.

2-관성계의 특징을 가지고 있는 유연 관절 로봇의 진동을 억제하고, 추종 오차를 줄이기 위해서 다양한 종류의 제어기 설계 기법이 제시되었다. 주파수 영역에서 설계하는 외란 관측기[3-5], 공칭비 제어[6-7] 기법 등이 있고, 비선형 제어 기법으로는 역진 제어(backstepping control)[8], 수동성에 기반한 제어(passivity-based control)[9], 특이 섭동 제어(singular perturbation) 등이 제시되었다. 그러나 주파수 영역에서 설계한 제어기들은 외란이나 모델 불확실성을 포함한 시스템에 대한 안정성 증명이 완전하지 못한 채 사용되고 있고, 비선형 제어 기법들은 실제 산업용 로봇에 적용하기에는 어려운 가정들이 포함되어 있을 뿐만 아니라 많은 계산량을 필요로 하기 때문에 실제 로봇에 적용하는 데에 한계가 있어왔다.

이 논문에 제시된 제어기 설계 기법은 역진 제어에 기반을 두고 있다. 모터와 링크 사이에 유연성을 가지고 있고, 모델 불확실성과 외란을 가진 2-관성계 시스템을 고려할 것이며, 제시된 제어기가 임의의 크기의 외란과 모델 불확실성에도 출력의 궤적 오차를 임의로 작은 범위내로 제한할 수 있음을 증명하고, 이를 기반으로 한 제어기를 실제 로봇에 적용한 실험 결과를 보일 것이다.

2. 본 론

이 논문에서 제시되는 제어기의 목표는 링크 궤적(θ_l)이 공칭 궤적(θ_{lr})을 정상 상태에서 뿐만 아니라 과도 상태에서도, 임의로 작은 오차 범위 안에서 거동하도록 하는 것이다. 2.1에서는 2-관성계 시스템에 대한 정의와 공칭 모델에 대해서 서술하고, 2.2에서는 제어기를 설계하여 이 제어기가 이론적으로 안정함을 증명할 것이며, 2.3에서는 실험 결과를 보이도록 하겠다.

2.1 2-관성계 시스템

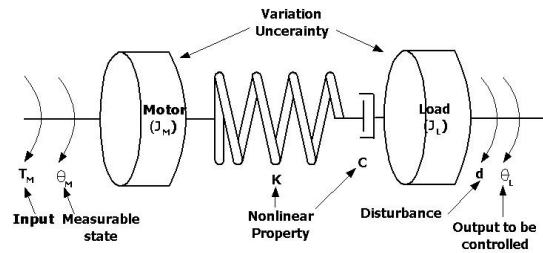
2-관성계 시스템은 그림 1과 같다. 이 시스템의 동역학 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_l &= \omega_l \\ \dot{\omega}_l &= a_l(\theta_l, z_1)z_1 + d_1 \\ z_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= -(a_m(\theta_l, z_1) + a_l(\theta_l, z_1))z_1 + b_m(\theta_l, z_1)u + d_2 \end{aligned} \quad (1)$$

상태 변수 $z_1 = \theta_m - \theta_l$, $z_2 = \omega_m - \omega_l$ 이고, $a_l = K/J_l$, $a_m = K/J_m$, $b_m = 1/J_m$ 이다. 여기서 K, J_l 과 J_m 은 모두 θ_l 과 z_1 의 함수이다. d_1 과 d_2 는 쿨롱 마찰, 중력 등에 의한 외란과 모델의 불확실성을 포함한다. 시스템 (1)의 기준 자세에서의 a_l, a_m, b_m 의 공칭 상수값을 a_{lr}, a_{mr}, b_{mr} 이라 하자. 그리고 시스템 (1)의 기준 자세에서의 공칭 모델을 다음과 같이 정의하겠다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{lr} &= \omega_{lr} \\ \dot{\omega}_{lr} &= a_{lr}z_{1r} \\ \dot{z}_{1r} &= z_{2r} \\ z_{2r} &= -(a_{mr} + a_{lr})z_{1r} + b_{mr}(\theta_{lr}, z_{1r})u_r \end{aligned} \quad (2)$$

공칭 모델(2)와 주어진 공칭 궤적(θ_{lr})으로부터 모든 상태 변수의 공칭 궤적($\omega_{lr}, \theta_{mr}, \omega_{mr}$)들과 앞먹임(feedforward) 제어기를 구성하는 데에 필요한 u_r 을 구할 수 있다.



<그림 1> 2관성계 시스템

2.2 제어기 설계

이 절에서는 링크 궤적(θ_l)과 공칭 궤적(θ_{lr}) 사이의 오차가 임의의 작은 범위 내에 존재하도록 역진 제어기법을 사용한 제어기를 제안하겠다.

- 가정 1. (i) 링크의 공칭 궤적(θ_{lr})은 충분히 미분 가능하다.
 (ii) 모터의 회전 관성(J_m)은 정확히 알고 있다.
 (iii) 모든 초기값은 0이다.

링크의 공칭 궤적(θ_{lr})은 Spline Interpolation 방법을 사용하면 충분히 미분 가능하게 설계할 수 있으므로, 가정 1.(i)은 일반적으로 만족된다. 그리고 모터의 회전 관성은 일반적으로 집중 관성으로 모델링을 할 수 있으며, 로봇이 정지 상태에서부터 제어를 한다면 가정 1.(ii)과 1.(iii)도 적절한 가정이라고 할 수 있다.

보조정리 1. $\lambda_i, i=1,2,\dots,n$ 는 행렬 $A \in R^{n \times n}$ 의 고유값들이고, $\underline{\lambda}(A) = \min_i |\lambda_i|$, $\bar{\lambda}(A) = \max_i |\lambda_i|$ 로 정의한다면, $\underline{\lambda}(A) \leq \bar{\lambda}(A) \leq \|A\|$ 이다.

이 논문에서 제시된 제어기는 식 (3) 같이 선형 피드백과 피드 포워드 제어기로 구성되어 있다.

$$u = u_r + A(\theta_l - \theta_{lr}) + B(\omega_l - \omega_{lr}) + C(\theta_m - \theta_{mr}) + D(\omega_m - \omega_{mr}) \quad (3)$$

우리는 역진 제어 기법을 사용하여, 이 제어기 (3)가 적절한 상수값 A, B, C, D에 의해서 임의의 크기를 가진 d_1 과 d_2 에 대해서 링크 궤적의 오차가 임의로 작은 범위 내에 있음을 보이도록 하겠다.

정리 1. 식 (1)에서 d_1 과 d_2 의 크기는 상한값과 하한값을 가지고, 가정 1의 조건들이 모두 만족된다고 하자. 적절한 상수 A, B, C, D 를 설계한다면, 제어기 (3)은 임의의 양수 ϵ 에 대해서 다음의 조건을 만족시킨다.

$$|\theta_l(t) - \theta_r(t)| < \epsilon \quad \text{for all } t > t_0 \quad (4)$$

증명: 증명은 역진 제어 기법을 사용하여 제어기를 설계하는 것과 설계된 제어기가 식 만족시킴을 보이는 두 단계로 이루어져 있다.

(가) 먼저 역진제어를 사용하여 제어기를 설계하도록 하자.

(i) $e_a := \theta_l - \theta_r$ 이고, $V_a := \frac{1}{2}e_a^2$ 이라면 첫 번째, 가상 제어기를 다음과 같이 설계한다.

$$\bar{\omega}_l = \omega_{lr} - \gamma e_a \quad (5)$$

(ii) $e_b := \omega_l - \bar{\omega}_l$ 이고, $V_b = V_a + \frac{1}{2}c_b e_b^2$ 이라면, 두 번째 단계에서의 가상 제어기를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\bar{z}_1 = z_{1r} - \frac{(\alpha + \gamma)}{a_{lr}} e_b \quad (6)$$

여기서 $c_b = \frac{1}{\gamma^2}$ 을 사용하였다.

(iii) $e_c := z_1 - \bar{z}_1$ 이고, $V_c = V_b + \frac{1}{2}c_c e_c^2$ 이라면, 세 번째 가상 제어기를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\bar{z}_2 = z_{2r} + \frac{(\alpha + \gamma)\gamma^2}{a_{lr}} e_a + \left\{ \frac{(\alpha + \gamma)\alpha}{a_{lr}} - \frac{a_{lr}}{c_c \gamma^2} \right\} e_b - (\alpha + \beta + \gamma)e_c \quad (7)$$

(iv) 마지막으로 $e_d := z_2 - \bar{z}_2$ 이라 정의하고, $V_d = V_c + \frac{1}{2}c_d e_d^2$ 이고, 제어기를 다음과 같이 설계하자.

$$u = u_r + A e_a + B e_b + C e_c + D e_d \quad (8)$$

여기서 계수 A, B, C, D 는 \dot{V}_d 이 특정한 영역에서 음수가 될 수 있게 하는 계수들이다. \dot{V}_d 는 다음과 같다

$$\dot{V}_d = [e_a \ e_b \ e_c \ e_d] L [e_a \ e_b \ e_c \ e_d]^T + \Gamma_b e_b + \Gamma_c e_c + \Gamma_d e_d \quad (9)$$

행렬 L 은 성분 $(1,k)(k=2,3,4)$ 이 0인 대칭 행렬이다. $\Gamma_b, \Gamma_c, \Gamma_d$ 는 d_1, d_2 와 모델 불확실성을 포함한 시변 계수들이다.

(나) 식 (9)는 행렬 $L < 0$ 을 만족하는 적절한 상수 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 가 존재한다.

$x := [e_a \ e_b \ e_c \ e_d]^T$ 라 정의하면, 다음 식을 만족하는 λ 가 존재한다.

$$\dot{V}_d \leq x^T (L + T(\lambda)) x - T(\lambda) \|x\|^2 + \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \|x\| \quad (10)$$

$T(\lambda) = \mu \lambda$ ($0 < \mu < 1$)는 $L + T(\lambda) I < 0$ 을 만족시키는 양수이고, $u = \max_t \Gamma_a(t)$ 이고, $v = \max_t \Gamma_b(t)$, $w = \max_t \Gamma_c(t)$ 이다. 그러므로

$$\dot{V}_d \leq x^T (L + T(\lambda)) x, \quad \forall \|x\| \geq \frac{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}}{T(\lambda)} \quad (11)$$

그리고 $y := [\theta_l - \theta_r, \omega_l - \omega_{lr}, \theta_m - \theta_{mr}, \omega_m - \omega_{mr}]$ 이면, $x = M \cdot y$ 을 만족하는 고유값이 모두 1인 하삼각 행렬 M 이 존재한다. $\Phi(\lambda)$ 를 식 (11)로부터 구한 ultimate bound라면, $\|x\| = \|M \cdot y\| \leq \Phi$ 이고, 보조정리 1로부터 $\|y\| \leq \frac{\Phi}{\|M\|} = \Phi$ 이고, $|\theta_l - \theta_r| \leq \|y\|$ 이므로

$$|\theta_l - \theta_r| \leq \Phi(\lambda) \quad (12)$$

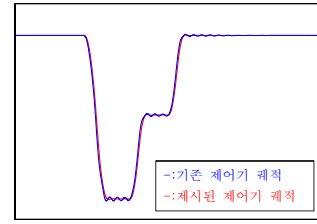
이고, $\Phi(\lambda)$ 는 양수이고, λ 에 대하여 감소 함수이므로, 식 (4)가 만족된다. \blacklozenge

2.3 실험 및 결과

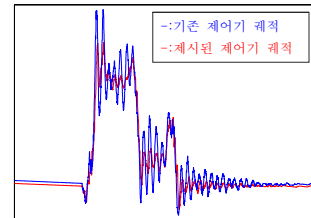
실험을 위해서 현대 중공업의 산업용 로봇 HA-165를 사용하였다. 본 논문에서 제시된 방법에 의해서 제어기를 구성하였고, 제어기와 관련된 구체적인 수치 및 실험 결과 그래프의 수치는 현대 중공업과의 협의하에 밝히지 못 함을 미리 언급한다. 본 실험은 각 축의 제어를 본 논문에서 제시한 방법으로 구성하였고, 3차원 측정기를 사용하여 로봇팔 끝단의 궤적을 측정하였다. 그림 2, 3, 4로부터 기존의 제어기보다 이 논문



<그림 2> 로봇팔 끝단의 x축 궤적



<그림 3> 로봇팔 끝단의 y축 궤적



<그림 4> 로봇팔 끝단의 z축 궤적

에서 제어기에 제시된 방법으로 설계된 제어기가 진동을 매우 줄인다는 점을 보여준다.

3. 결 론

이 논문은 역진 제어 방법을 사용하여, 모델 불확실성과 외란을 가지고 있는 2-관성계 시스템에 대한 효율적인 제어기 설계 방법을 제시하였다. 이 방법이 실험적으로도 효과적인 방법임을 보여주었을 뿐만 아니라, 이론적으로도 궤적 추종 오차를 임의로 줄일 수 있음을 보였다.

[참 고 문 헌]

- [1] Y. Hori, Vibration suppression and disturbance rejection control on torsional systems. IFAC Motion control, pp. 41-50. 1995
- [2] K. Sugiura & Y. Hori. Vibration suppression in 2- and 3-mass system based on the feedback of imperfect derivative of the estimated torsional torque. IEEE Tran. Ind. Elec., vol. 43, no. 1, Feb. 1996
- [3] T. Umeno & Y. Hori, Robust servosystem design with two degree of freedom and its application to novel motion control of robot manipulators, IEEE Tran. Ind. Elec., vol. 40, no. 5, pp. 473-485
- [4] Y.J. Choi & I.H. Suh On the robustness and performance of disturbance observers for second-order systems, IEEE Tran. Auto. Con., vol. 48, no. 2, Feb. 2003
- [5] C.S Liu & H. Peng, Inverse-dynamics base state and disturbance observers for linear time-invariant systems, ASME, Jour. Dyn. Sys. Meas. & Cont., vol. 124, Sep. 2002
- [6] K. Yuki & K. Ohnishi, Vibration control of 2-mass resonant system by resonance ratio control, Proc. Conf. IEEE Ind. Elec., vol. 3, pp. 2009-2014, 1993
- [7] S. Katsura & K. Ohnishi, Force servoing by flexible manipulator based on resonance ratio control, IEEE ISIE, Jun. 2005
- [8] H.H Oh & J.S Lee, Backstepping control design of flexible joint manipulator using only position measurements, Proc. Rob. Auto., Apr. 1997
- [9] R. Ortega & H. Sira-Ramirez, Passivity-based control of Euler-Lagrange systems, Communications and Con. Eng., Sep. 1997

Appendix

$$A = -\frac{\gamma^2(\alpha + \gamma)^2}{a_{lr} b_{mr}} + \frac{a_{lr}}{c_b b_{mr}}, \quad B = -\frac{(\alpha + \gamma)(a_{mr} + a_{lr} + \alpha^2 - \gamma^2)}{a_{lr} b_{mr}} + \frac{a_{lr}(2\alpha + \beta + \gamma)}{c_c \gamma^2 b_{mr}}$$

$$C = \frac{a_{mr} + a_{lr}(\alpha + \gamma)(\alpha + \beta) + \beta^2}{b_{mr}} - \frac{1}{\gamma^2 c_d b_{mr}} - \frac{a_{lr}^2}{\gamma^2 c_b b_{mr}}, \quad D = -(\alpha + \beta + \gamma + \delta)$$