

구조적 복잡성을 감소시킨 로봇 머니플레이터 적응 퍼지 제어

장진수, 양해원
한양대학교

Adaptive Fuzzy Control with Reduced Complexity for Robot Manipulators

Jin-Su Jang, Hai-Won Yang
Hanyang University

Abstract - This paper presents a adaptive fuzzy control suitable for motion control of multi-link robot manipulators with uncertainties. When joint velocities are available, full state adaptive fuzzy feedback control is designed to ensure the stability of the closed loop dynamic. If the joint velocities are not measurable, an observer is introduced and an adaptive output feedback control is designed based on the estimated velocities. To reduce the number of fuzzy rules of the fuzzy controller, we consider the properties of robot dynamics and the decomposition of the unknown input gain matrix. The proposed controller is robust against uncertainties and external disturbances. The validity of the control scheme is demonstrated by computer simulations on a two-link robot manipulator.

1. 서 론

로봇 머니플레이터는 고 비선형성과 링크간의 강한 상호 작용으로 인해 고 정밀 제어가 힘들다. 그리고 시스템의 불확실 성분으로 인해 정확한 수학적 모델에 기반한 효과적인 제어 알고리즘을 설계하는 것이 어렵다. 고정된 구조와 적용 가능한 파라미터들을 가지는 적응 제어는 구조적 불확실 성분에 대처하는데 효과적이다. 하지만 비선형 마찰력, 외란 등 비구조적 불확실 성분의 문제는 해결하지 못 한다. 이런 문제를 해결하기 위해 퍼지 또는 신경망을 이용한 다양한 적응 제어 기법들이 제안되었다.

로봇 머니플레이터에 퍼지 시스템을 이용한 것은 새로운 것이 아니다 [1-3]. 하지만 기존의 연구들은 공통적인 단점을 가지고 있다. 한 개의 퍼지 시스템으로 한 개의 비선형 함수를 근사화 함으로써 퍼지 규칙과 조정해야 할 많은 파라미터들 때문에 제어 시스템의 구조적 복잡성과 연산에 소비되는 시간이 증가하게 된다. 본 논문에서는 로봇 머니플레이터를 위한 구조적 복잡성과 연산 소비 시간을 감소시킨 관측기에 기반한 적응 퍼지 제어를 제안한다.

2. 관측기에 기반한 적응 퍼지 제어

2.1 로봇 머니플레이터 제어 문제

n 자유도를 가지는 로봇 머니플레이터의 동적 방정식은 Lagrange-Euler 방정식을 통하여 다음과 같이 표현된다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + \tau(q, \dot{q}) = u \tag{1}$$

여기서 $M(q) \in R^{n \times n}$ 은 양의 한정 관성 행렬, $C(q, \dot{q}) \in R^n$ 은 코리올리 효과와 원심력, $G(q) \in R^n$ 은 중력 토크, 그리고 $\tau(q, \dot{q}) \in R^n$ 은 외란이다. $u \in R^n$ 은 액추에이터에 의해 공급되는 조인트 토크 벡터이다. $q \in R^n$, $\dot{q} \in R^n$ 와 $\ddot{q} \in R^n$ 는 각각 조인트의 위치, 속도와 가속도 벡터이다.

$x_i^T = [q_i, \dot{q}_i]$ 을 가지는 상태 벡터 $x^T = [x_1^T \dots x_n^T]$ 을 이용하여 식 (1)의 동적 방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + B[F(q, \dot{q}) + M^{-1}(q)u] \tag{2}$$

여기서

$$F(q, \dot{q}) = -M^{-1}(q)[C(q, \dot{q}) + G(q) + d(q, \dot{q})]$$

$$d(q, \dot{q}) = -M^{-1}(q)\tau(q, \dot{q}).$$

퍼지 제어기의 퍼지 규칙의 개수를 줄이기 위해 관성 행렬을 대각성분과 비 대각성분으로 분리하여 식 (2)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + B[L(q, \dot{q}) + P(q)u] \tag{3}$$

여기서

$$L(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} l_1(q, \dot{q}) \\ \vdots \\ l_n(q, \dot{q}) \end{bmatrix} = F(q, \dot{q}) + H(q)u, \quad M^{-1}(q) = \begin{bmatrix} g_{11} & \dots & g_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & \dots & g_{nn} \end{bmatrix},$$

$$P(q) = \begin{bmatrix} g_{11}(q) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & g_{nn}(q) \end{bmatrix},$$

$$H(q) = \begin{bmatrix} 0 & g_{12}(q) & \dots & g_{1n}(q) \\ g_{21}(q) & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & g_{(n-1)n}(q) \\ g_{n1}(q) & \dots & g_{n(n-1)}(q) & 0 \end{bmatrix}.$$

그리고 $A = \text{diag}[A_1, \dots, A_n]$, $b_i = [b_1, \dots, b_n]$ ($A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $b_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $i = 1, \dots, n$).

2.2 퍼지 시스템

퍼지 시스템은 4개의 주요 요소들로 구성되는데 퍼지화부(fuzzifier), 제어 규칙부(fuzzy rule base), 추론부(inference engine), 그리고 비 퍼지화부(defuzzifier)이다[5].

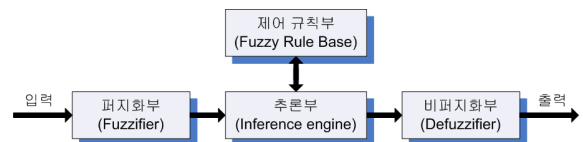
퍼지 시스템의 i 번째 IF ~ THEN 규칙은 다음과 같다.

$$R^{(i)}: \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^i \text{ Then } y^i \text{ is } G^i \tag{4}$$

여기서 $x = [x_1, \dots, x_n]$ 은 퍼지 시스템의 입력 성분이며, y^i 는 퍼지 시스템의 출력 성분이다. 또한 F_j^i 와 G^i ($j = 1, \dots, n$)은 각각 입력과 출력의 퍼지 집합을 의미한다. 식 (4)의 퍼지 규칙에 기초하여 퍼지 시스템을 Singleton Fuzzifier, Product Inference Engine 그리고 Center Average Defuzzifier를 사용하여 구성하면 퍼지 시스템의 출력은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$y(x) = \frac{\sum_{i=1}^m y^i \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^m \prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j)} = \theta^T \xi(x) \tag{5}$$

여기서 적응 파라미터 벡터 $\theta = [y^1, \dots, y^m]^T$ 는 각각의 퍼지 규칙에서 출력되는 퍼지 집합의 중심을 의미하며, $\xi(x) = [\xi^1(x), \dots, \xi^m(x)]^T$ 는 퍼지 기저 함수(basis function) 벡터이다. 또한 m 은 퍼지 규칙의 총 수를 나타낸다.



<그림 1> 퍼지화 시스템의 기본 구성도

2.3 상태 궤환 적응 퍼지 제어

이 절에서는 로봇의 조인트 속도를 측정 가능하다고 가정한다. 그러면 상태 궤환 적응 퍼지 제어는 전체 상태 벡터 정보를 이용하여 설계될 수 있다. 그리고 미지의 비선형 함수 $L(q, \dot{q})$ 와 $M^{-1}(q)$ 을 알고 있다고 가정하면 식 (3)의 로봇 머니플레이터 시스템을 선형화하기 위한 상태 궤환 제어 법칙을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u = P^{-1}(q) [-L(q, \dot{q}) + \ddot{q}_d + K\dot{e}] \tag{6}$$

여기서 $e^T = [(q - q_d)^T (q - q_d)^T]^T$ 는 추종 오차 벡터, $K_i \in R^2$ 을 가지는 $K = \text{diag}[K_1, \dots, K_n]$ 는 PD 이득 벡터이다. $A - BK$ 는 Hurwitz하게 선택되어야 한다. 하지만 미지의 비선형 함수를 알지 못 하기 때문에 식 (3)의 시스템을 선형화할 수 없다. 본 논문에서는 미지의 비선형 함수를 근사화하기 위해 2.2절의 퍼지 시스템을 이용하였다.

$$l_i(q, \dot{q}) = \theta_i^* T \phi_i(q, \dot{q}) + \varepsilon_i \quad (7)$$

$$g_{ii}(q) = \theta_{g_i}^* T \psi_i(q) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

여기서 ε_i 와 ϵ_i 는 유한한 개수의 퍼지 규칙을 사용함으로써 필연적으로 발생하는 근사화 오차이다.

가정 1. 퍼지 시스템의 근사화 오차는 어떤 양의 상수 ε_{0i} 와 ϵ_{0i} 에 대해 $|\varepsilon_i| \leq \varepsilon_{0i}$ 와 $|\epsilon_i| \leq \epsilon_{0i}$ 에 의해 바운드된다.

그러면 제어입력 식 (6)은 가정 1에 의해 미지의 비선형 함수를 식 (7)을 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$u = [\Theta_g \Psi(q)]^{-1} [-\Theta_f \Phi(q, \dot{q}) + \ddot{q}_r + K\dot{e}] \quad (8)$$

여기서

$$\Psi(q) = \text{diag}[\psi_1(q), \dots, \psi_n(q)],$$

$$\Phi(q, \dot{q}) = \text{diag}[\phi_1(q, \dot{q}), \dots, \phi_n(q, \dot{q})],$$

$$\Theta_l = \text{diag}[\theta_{l_1}^T, \dots, \theta_{l_n}^T], \quad \text{그리고} \quad \Theta_g = \text{diag}[\theta_{g_{11}}^T, \dots, \theta_{g_{nn}}^T] \text{이다.}$$

정리 1. 로봇 매니퓰레이터 시스템 (1)의 제어 문제를 고려하자. 만약 식 (8)의 제어입력, 식 (7)의 미지의 비선형 함수의 근사화와 식 (9)과 (10)의 적응적에 의해 파라미터 벡터 $\Theta_l = [\theta_{l_1} \dots \theta_{l_n}]$ 과 $\Theta_g = [\theta_{g_{11}} \dots \theta_{g_{nn}}]$ 가 조정되어 진다면 전체 폐-루프 시스템의 시그널은 바운드되어 지고 추종 오차는 점근적으로 영에 수렴한다. 여기서 γ_1 과 γ_2 는 각각의 적응적에 대한 적응 속도를 결정하는 상수 파라미터이며, 각각 양의 실수로 선택한다.

$$\dot{\Theta}_l = -\gamma_1 B^T Q e \Phi^T(q, \dot{q}) \quad (9)$$

$$\dot{\Theta}_g = -\gamma_2 B^T Q e u^T \Psi^T(q) \quad (10)$$

그리고 시스템의 Singularity 문제를 해결하기 위해 식 (8)의 제어입력을 다음과 같이 표현할 수 있다[3].

$$u = [\Theta_g \Psi(q)]^{-1} [\omega_0 I_n + [\Theta_g \Psi(q)]^T [\Theta_g \Psi(q)]] [-\Theta_f \Phi(q, \dot{q}) + \ddot{q}_r + K\dot{e}] \quad (11)$$

2.4 관측기에 기반한 적응 퍼지 제어

2.3 절에서는 조인트 속도를 제외한 가능하다고 가정하였다. 하지만 많은 실제 환경에서는 조인트 위치 정보만 측정이 가능하기 때문에 이런 가정은 제한된 설계 기법의 적용을 제한한다. 이 절에서는 아래의 선형 상태 관측기를 이용하여 출력 제한 적응 퍼지 제어를 설계한다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + \bar{L}q \\ \hat{q} &= C\hat{x} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\hat{x} = [\hat{q}^T \hat{q}^T]^T$ 는 추정된 위치 및 속도이고, $\bar{q} = q - \hat{q}$ 는 위치 추정 오차이다. $L^T = \text{diag}[L_1, \dots, L_n]$ ($L_i \in \mathbb{R}^2$)은 관측기의 이득 행렬이고 $C = \text{diag}[C_1, \dots, C_n]$ ($C_i = [1 \ 0]$)은 관측기의 출력 행렬이다.

추정된 상태 벡터를 이용하면 제어입력 식 (11)은 다음과 같다.

$$u = [\Theta_g \Psi(q)]^{-1} [\omega_0 I_n + [\Theta_g \Psi(q)]^T [\Theta_g \Psi(q)]] [-\Theta_f \Phi(q, \dot{q}) + \ddot{q}_r + K\dot{e}] \quad (13)$$

여기서 \hat{e} 는 추정된 추적 오차이다.

식 (8)과 식 (12)을 이용하면 상태와 출력 추정 오차는 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}} = A\bar{x} + B[\Theta_l^* \Phi(q, \dot{q}) + \Theta_g^* \Psi(q)u] - \bar{L}q \quad (14)$$

여기서 $\bar{x} = x - \hat{x}$ 는 상태 추정 오차이다.

시스템 전체의 안정도 해석을 위하여 Lyapunov 함수 후보를 다음과 같이 선택하였다.

$$V = \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2} \bar{x}^T P_0 \bar{x} + \frac{1}{2\gamma_1} \text{tr}[\bar{\Theta}_l^T \bar{\Theta}_l] + \frac{1}{2\gamma_2} \text{tr}[\bar{\Theta}_g^T \bar{\Theta}_g] \quad (15)$$

여기서 주어진 $Q_0 = Q_0^T > 0$ 에 대해 $P_0 = P_0^T > 0$ 은 Lyapunov 방정식의 해이다.

$$A_0^T P_0 + P_0 A_0 = -Q_0 \quad (16)$$

안정도 해석의 나머지 증명 부분은 생략하도록 한다.

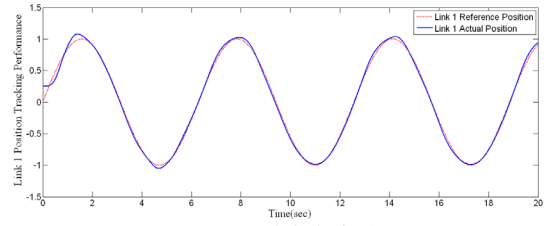
3. 모의실험 결과

본 논문에서 제안한 적응 퍼지 제어를 검증하기 위해 2 자유도 로봇 매니퓰레이터에 대해 모의실험을 하였다. 식 (1)의 동적 방정식의 파라미터는 다음과 같다.

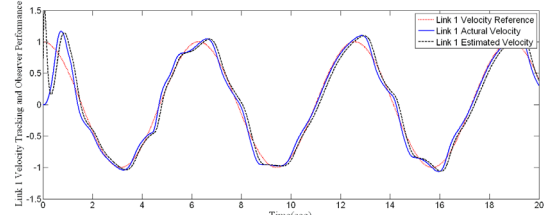
$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 & m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) \\ m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_2 (c_1 s_2 - s_1 c_2) \dot{q}_2^2 \\ -m_2 l_1 l_2 (c_1 s_2 - s_1 c_2) \dot{q}_1^2 \end{bmatrix}, \quad G(q) = \begin{bmatrix} -g(m_1 + m_2) s_1 l_1 \\ -g m_2 l_2 s_2 \end{bmatrix}.$$

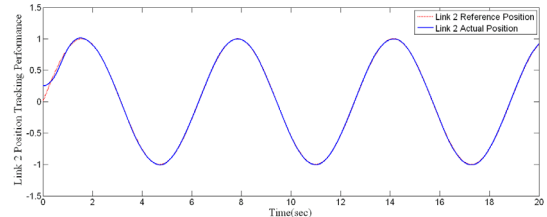
모의실험에서 이용된 로봇의 파라미터 값은 $l_1 = l_2 = 1m$, $g = 9.8m/s^2$ 그리고 $m_1 = m_2 = 1kg$ 이다. 조인트의 속도 성분을 추정하기 위한 관측기의 이득 벡터 $L^T = \text{diag}[L_1, L_2]$ 여기서 $L_1 = L_2 = [50 \ 2500]$ 을 사용하였다. 미지의 비선형 함수를 근사화하기 위해 위치와 속도 성분에 대해 각각 3개의 퍼지 집합을 이용하였다.



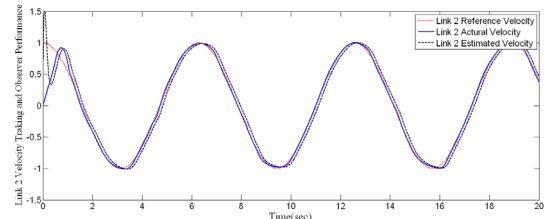
(a) Link 1 위치 추적 성능



(b) Link 1 속도 추적 및 관측기 성능



(c) Link 2 위치 추적 성능



(d) Link 2 속도 추적 및 관측기 성능

<그림 2> 모의실험 결과

4. 결 론

본 논문에서 로봇 매니퓰레이터를 위한 적응 퍼지 제어를 제안하였다. 입력 이득 행렬의 대각 비선형 함수만을 근사화 함으로써 구조적 복잡성을 감소시켰고 이로 인해 퍼지 규칙의 수가 감소하여 연산의 효율이 증대하였다. 또한 비구조적인 불확실 성분에 대한 강인성을 유지하도록 하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] C. M. Lim, T. Yiyama, "Application of fuzzy logic control to manipulator", IEEE Trans., 7, 688-691, 1991
- [2] Hui Hu, Peng-Yung Woo, "Fuzzy Supervisory Sliding-Mode and Neural-Network Control for Robotic Manipulator", IEEE Trans., 3, 929-940, 2006
- [3] Salim Labiod, Mohamed Seghir Boucherit, Thierry Marie Guerra, "Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear systems", Automatica, 151, 59-77, 2005
- [4] Petros A. Ioannou, Jing-Sun, "Robust Adaptive Control", Prentice Hall, 1996
- [5] L. X. Wang, "Adaptive Fuzzy Systems and Control", Prentice Hall, 1997