

칼만필터를 이용한 아라고 진자 시스템의 위치제어

박태동*, 윤수진** 박기현***
 성균관대학교*, 성균관대학교**, 성균관대학교***

Position Control of Arago's Pendulum System by using Kalman Filter

Tae-Dong Park*, Su-Jin Youn**, Kiheon Park***
 SungKyunKwan University*, SungKyunKwan University**, SungKyunKwan University***

Abstract - 본 논문에서는, 전동기를 이용하는 위치제어 시스템을 이용하여, 이너루프 제어기 유무에 따라 시간 응답 특성 개선 효과에 대하여 실험을 통해 검증하고자 한다. 실험 플랫폼로서, 전동기의 속도에 따라 진자의 위치를 제어하는 다중 안정도를 가지고 비선형 시스템인 아라고 진자 시스템을 이용한다. 이 시스템은 속도 정보를 알 수 있는 측정 장치가 없는데, 칼만필터로 전동기의 속도를 추정하고 속도 제어기를 설계하도록 한다. 또한, 선형 시스템을 고려하기 위하여 안정영역 동작점인 진자의 각도가 지면으로부터 45° 인 선형화 모델을 이용한다.

1. 서 론

전동기를 이용하여 진자의 위치를 출력으로 하는 아라고 진자 시스템에서는 하나의 위치 제어기를 이용하여 목표 응답 특성을 만족시킬 수 있다. 그러나 빠른 응답 특성을 요구하고자 한다면, 위치 제어기만 이용해서는 전동기의 속도정보를 이용하지 않기 때문에 목표 응답 특성을 만족시키기가 어렵다. 위치 응답 특성을 개선하기 위해서는 전동기의 속도를 측정하여 이너루프(Inner-Loop) 제어기로서 속도 제어기를 설계하면 가능하다. 그러나 아라고 진자 시스템은 속도 정보를 얻을 수 있는 측정 장치가 없다. 또한, 전동기의 속도를 추정하기 위해서는, 엔코더나 타코 제너레이터와 같은 별도의 측정 장치가 필요한데, 시스템의 구성비용이 증가하므로 효율적인 방법이 될 수 없다. 이러한 문제점을 개선하기 위해서는 측정 가능한 시스템 정보 즉, 진자의 위치 정보를 이용하여 전동기의 속도를 추정한다면, 별도의 속도 측정 장치를 구성하지 않고도 이너루프 제어기를 설계할 수 있게 된다. 대표적인 상태 추정기인 전차수 관측기(Full-Order Observer)는 시스템의 수학적 모델을 구할 수 있다면, 비교적 간단하게 측정 되지 않는 상태를 추정할 수 있게 된다. 그러나 전차수 관측기는 시스템의 불확실성(Uncertainty)을 고려하지 않으므로, 이너루프 제어기를 구성하는 경우에 성능이 저하될 수 있다. 따라서 본 논문에서는, 불확실성을 고려해 상태를 추정하는 칼만필터(Kalman Filter)를 이용하여 측정된 위치 정보로부터 전동기의 속도 응답을 추정하여 이너루프로서 속도 제어기를 구성하고, 아라고 진자 시스템의 위치 응답특성을 분석하고자 한다.

2. 본 론

2.1 아라고 진자 시스템

아라고 진자 시스템은 원판이 회전하면서 만들어진 회전 자계로부터 발생된 토크를 이용하여 지령된 입력을 유지하도록 하는 시스템으로 그림 1과 같다.



〈그림 1〉 아라고 진자 시스템

이 아라고 시스템은 비선형 시스템으로서 선형 제어기를 적용하기 위해서는 식 (1)과 같이 선형화된 수학적 모델이 필요하다[1].

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \\ \Delta \dot{x}_3 \\ \Delta \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ k_1 \cos \alpha_0 & k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 & k_5 \\ 0 & 0 & k_6 & k_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_8 \end{bmatrix} \Delta u \quad (1)$$

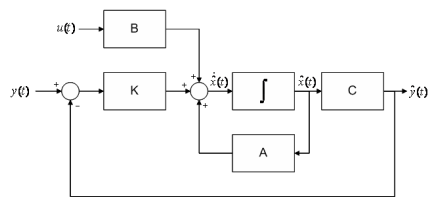
$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \Delta x_4 \end{bmatrix}$$

여기서, $x_1 = \alpha$, $x_2 = \dot{\alpha}$, $x_3 = \omega_m$, $x_4 = i_a$, $u = V_a$, $\alpha_0 =$ 동작점

식 (1)의 $k_1 \cos \alpha_0$ 항으로부터 진자의 동작점에 따라서 다중 안정도를 가지는 시스템인 것을 알 수 있는데, 진자의 각도가 지면으로부터 90도 이하에서는 안정영역, 90도에서는 임계 안정영역, 90도를 넘어서면 불안정영역을 나타낸다. 본 논문에서는 피드 포워드(Feed-Forward) 제어기를 이용하여 45° ± 5° 인 안정 동작점 구간에 대해서 제어기를 설계하고, 칼만필터로부터 속도를 추정하여 이너루프 제어기를 설계하도록 한다.

2.2 칼만필터

칼만필터 문제는 확률 동적 시스템(Stochastic Dynamic System)에서 측정된 출력 $y(t)$ 로부터 상태벡터 $x(t)$ 를 최적으로 추정한 상태추정벡터 $\hat{x}(t)$ 를 찾는 것이다. 이때, 시스템은 안정가능(Stabilizable)해야 하고, 검출가능(Detectable)해야 칼만필터 설계가 가능하다[2]. 칼만필터의 기능은 상태벡터 $x(t)$ 를 추정한 상태추정벡터 $\hat{x}(t)$ 를 실시간으로 만드는 것이다. 칼만필터는 실제 플랜트 차수와 동일한 하나의 선형 시불변 동적 시스템으로 그림 2와 같이 확정(Deterministic) 제어입력 $u(t)$ 와 측정된 출력 $y(t)$ 가 칼만필터의 입력으로 주어진다.



〈그림 2〉 칼만필터의 구조

칼만필터의 동역학 식은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K[y(t) - C\hat{x}(t)] \quad (2)$$

여기서 K 는 칼만필터의 게인행렬이다[2],[3].

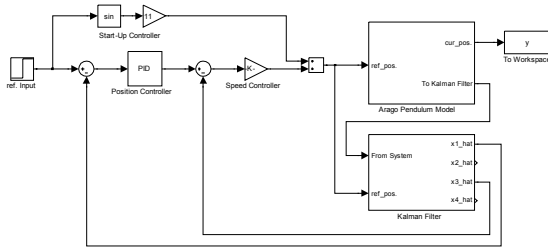
3. 모의실험 및 실험결과

3.1 모의실험 및 실험방법

칼만필터 설계문제는 정상상태에서 상태추정오차의 상호분산행렬(Covariance)을 가능한 작게 유지하도록 하는 최적 필터게인행렬 K 를 찾는 문제이다. 선형화된 식 (1)로부터 동작점을 45° 로하고, MATLAB 을 이용하여 칼만필터 게인행렬을 구하면 다음과 같다.

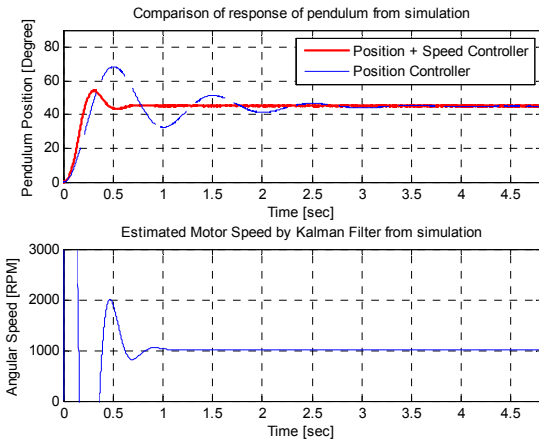
$$K = 1.0e-004 \times [0.4143 \ 0.0086 \ 0.4298 \ -0.0105]^T \quad (3)$$

칼만필터로부터 추정된 속도정보를 이용하여 속도 제어를 이너루프로 구성하고 위치제어기로는 PID제어기를 이용한다. 전체적인 시스템 구성도는 그림 3과 같다.



〈그림 3〉 시스템 구성도

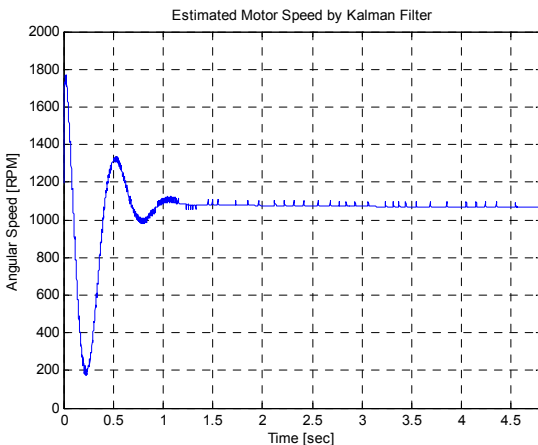
MATLAB을 이용하여 모의실험을 수행하고 위치 제어기만 사용했을 때의 응답 특성과 속도 제어를 이너루프로 구성하였을 때의 응답특성을 비교한 모의실험 결과는 그림 4와 같다.



〈그림 4〉 진자의 시간응답 특성 및 속도추정

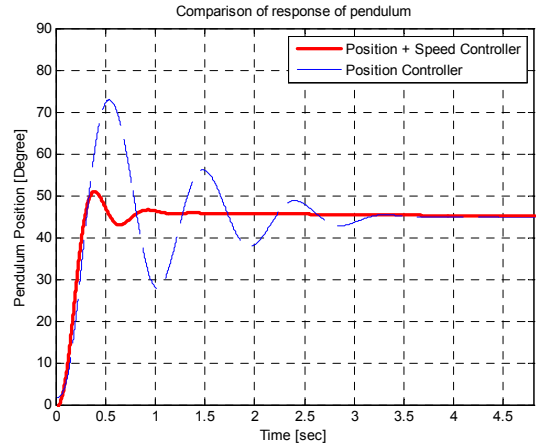
3.2 실험결과

그림 1의 아라고 진자 시스템을 이용하여 응답 특성 비교실험을 하기 위해서 데이터 획득 장비인 dSPACE 장비를 이용하였다. 그림 3과 같이 시스템을 구성하고, 모델링 오차로 인한 제어기와 칼만필터의 게인행렬을 시행착오적인 방법을 거쳐 속도계측기로 측정된 전동기의 속도와 추정결과가 동일하도록 칼만필터의 게인행렬을 조정하고, 또한 만족할만한 응답특성을 갖도록 시뮬레이션 결과를 토대로 제어기의 이득을 조정하였다. 이때, 실제 측정치와 추정 속도간의 오차는 0.3%이하로 만족할 만한 추정결과를 얻을 수 있었다. 45°를 기준입력으로 인가하였을 때, 칼



〈그림 5〉 칼만필터로부터 추정된 속도

만필터로부터 추정된 속도를 관찰하면 그림 5와 같다. 진자의 시간응답 특성을 비교 관찰하기 위해서 위치제어기만을 이용하였을 때와 속도 제어를 동시에 사용한 경우에 대해서 실험을 수행하였다. 진자의 지령각도는 안정영역인 45°를 입력으로 하였다. 이때 두 경우에 대한 시간응답 특성 결과는 그림 6과 같이 나타난다.



〈그림 6〉 시간응답 특성 비교

아라고 진자 시스템은 응답특성이 느린 시스템으로 제어기가 없는 경우에 45°의 지령각도를 유지하기 위해서는 약 8초정도의 시간이 걸린다. 이를 개선하기 위해서 위치 제어기만을 사용하면 그림 6의 결과로부터 약 3초 정도 시간이 걸리는 것을 알 수 있다. 또한 속도 측정 센서가 없다는 단점을 해결하기 위하여 칼만필터를 설계하고 추정된 속도로부터 이너루프로 속도 제어를 추가하면 시간응답특성은 약 1초 경과 후 정상상태로 유지됨을 알 수 있다. 즉, 시간응답특성이 향상된다.

4. 결론

본 논문에서는, 위치 제어기와 이너루프로 속도 제어를 구성하여 아라고 진자 시스템의 위치 응답 특성을 개선하기 위한 방법론에 대해 실험을 통하여 그 유용성을 검증하였다. 아라고 진자 시스템은 전동기의 속도를 측정 할 수 있는 별도의 센서가 부착되지 않아 기본적으로 속도 제어를 구성하기가 곤란한데, 최적 확률 동적 추정기인 칼만필터를 이용하여 측정 가능한 진자의 위치 정보로부터 전동기의 회전 속도를 추정하고, 추정 정보를 이용하여 속도 제어를 구성하였다. 아라고 진자 시스템은 비선형 시스템으로 칼만필터 설계시 선형화된 모델이 필요한데, 본 논문에서는 안정영역인 45°구간에 대해서만 칼만필터를 설계하고 위치 제어기와 속도 제어도 45°구간에 대해서 최적 동작이 이루어지도록 이득을 조정하였다. 모의실험과 실제 실험결과로부터 비교적 동일한 결과를 얻을 수 있었는데, 이는 모의실험을 위한 수학적 모델이 정확하게 도출되었음을 알 수 있다. 다만, 생략된 동역학 성분으로 인하여 실제 실험시 약간의 제어기와 칼만필터의 이득 조정이 필요하였으나 그게 벗어나지 않는 결과를 얻을 수 있었다. 비록 아라고 진자 시스템이라는 특정한 시스템을 고려하였지만, 본 논문에서 이용한 전체적인 폐루프 구조는 전동기를 이용하는 위치제어 분야에 시간응답 특성을 개선하는데 효율적으로 이용할 수 있다는 것을 알 수 있다.

본 논문은 대학 IT 전공 역량 강화(NEXT) 사업(2008-0162-000) 지원으로 수행되었음.

[참 고 문 헌]

- [1] 최근호, "아라고 원판 시스템의 위치제어에 관한 연구", 성균관대학교 공학석사논문, 1994
- [2] 김종식, "선형 제어 시스템 공학", 청문각, 1988
- [3] Robert Grover Brown, Patrick Y.C. Hwang, "Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering with MATLAB Exercise and Solutions", JOHN WILEY & SONS, 1997