

적응형 칼만 필터를 이용한 TDoA 기반 정밀 위치 추정 알고리즘 구현

성육진, 최승옥, 유관호
 성균관대학교, 전자전기컴퓨터공학과

Realization of TDoA based Position Tracking Algorithm using Adaptive Fading Kalman Filter

Wook-Jin Sung, Seoung-Ok Choi, Kwan-Ho You
 SungKyunKwan University, School of Electronics, Electrical, and Computer Engineering

Abstract - Extended Kalman Filter(EKF) is widely used in tracking position of nonlinear system. but there exists a divergence problem caused by approximation of nonlinear system's linearization. Adaptive fading Kalman filter (AFKF) is one of the effective methods which employs suboptimal fading factors to solve the divergence problem in an EKF. In this paper we present an improved TDoA (time difference of arrival) based position tracking by using AFKF.

1. 서 론

군사용으로 개발되어 사용되던 GPS (Global Positioning System)가 일반인들도 사용할 수 있게 되면서, 위치추적 시스템에 대한 관심이 많이 증가하고 있다. 그러나 GPS 시스템은 별도의 수신기가 필요하며 항상 GPS 수신기가 3개 이상의 위성에서 오는 신호를 획득해야만 위치 추정이 가능하다는 단점이 있다. 또 다른 위치추정 방법 중 많이 쓰이는 방법으로 발신 신호의 각 수신국까지의 도달 시간차 (time difference of arrival: TDoA)를 이용한 방법이 최근 많이 사용되고 있으며, 그 해를 구하는 이론으로는 TDoA의 정의로부터 얻어지는 쌍곡선 방정식에 대해 테일러 시리즈를 이용하는 방법, 최소 자승법 (Least Square)의 응용을 사용해 풀이하는 Chan's 방법[3]이 있고, TDoA의 변화를 측정방정식으로 두고 칼만 필터를 적용한 방법[4] 등이 있다.

본 논문에서는 확장 칼만 필터(extended Kalman filter: EKF)를 이용한 정밀 위치추정 시스템 구현을 목표로 한다. 이를 위해 적응형 페이딩 요소를 추가한 알고리즘을 사용하여 위치추적 시스템을 모델링하고, 모의실험을 통하여 제안한 알고리즘의 효율성에 대한 결과를 입증하게 된다.

2. 본 론

2.1 시스템 모델링.

TDoA를 이용한 일반적인 위치 추정은 그 정의에 기반한 두 개의 쌍곡선의 교점을 해로 하는 방법을 사용하지만 노이즈가 들어간 실제 상황을 모델로 하였을 경우에는 수식이 매우 복잡하게 되어 계산량이 매우 커지는 단점이 있다. 반면에 본 논문에서 다룰 칼만 필터를 이용하게 되면 TDoA를 측정값으로 사용하여 그 변화량에 따라 이동을 추정하게 되므로 계산량이 기존 방법에 비해 줄어들게 되는 장점이 있다.

칼만 필터를 사용하기 위해서는 프로세스 모델과 측정 모델의 상태-공간 방정식이 필요한데. 먼저 프로세스 모델의 경우 다음과 같이 일정 방향으로 움직이는 물체의 속도에 노이즈를 첨가해 모델링을 진행하였다.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \Delta: \text{측정 단위시간}$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x\text{좌표} \\ y\text{좌표} \\ x\text{속도} \\ y\text{속도} \end{bmatrix}, \bar{u} = [\text{입력속도}], w: \text{진행 노이즈}$$

또한, 측정 모델의 경우 아래와 같이 TDoA로 측정되는 값을 출력으로 정의한다. 단 이 모델의 경우 비선형 방정식이 되므로, 일반 칼만 필터에는 적용이 불가능하기 때문에 EKF를 사용하게 된다.

$$z(k) = h(x(k), v(k))$$

$$= \frac{1}{c} (\|x - p_j\| - \|x - p_1\|)$$

$z(k)$: TDoA value, c : 전달속도, v : 측정 노이즈

위 식 (2)의 상태 공간 방정식으로의 변형은 아래 식 (3)의 편미분을 이용한 근사화를 통해 행렬식 형태로 나타내게 되며, 이로 인해 필연적으로 발산 요인이 잠재하게 된다.

$$H_k \approx \left. \frac{\partial h_k}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k}, w_k \approx \left. \frac{\partial h_k}{\partial w} \right|_{x=\hat{x}_k}$$

2.2 적응형 페이딩 칼만 필터

칼만 필터는 위치추정 시스템에서 널리 쓰이고 있는 방법 중 하나이지만 모델링 에러로 인한 추정 결과의 발산은 칼만 필터에서 중요한 단점 중 하나이다. 일반적으로 칼만 필터에서도 시스템의 동적인 특성과 오차를 고려하고 있지만, 만약 이론적인 추정 모델과 실제 시스템의 결과가 일치하지 않으면 발산은 언제든 일어날 수 있다. 특히 본 논문에서처럼 TDoA 데이터를 기반으로 하는 비선형 시스템 모델일 경우 그 확률은 더 높아진다. 이러한 칼만 필터의 발산을 방지하는 방법 중 하나가 페이딩 요소를 사용하는 적응형 페이딩 칼만필터 (adaptive fading Kalman filter: AFKF)가 있다. 그 기본원리는 우선 발산의 정도(Degree of Divergence: DoD)를 정의하고, 이를 이용하여 추정의 예측 결과를 조정하는 기법이다[1],[2].

먼저 기존의 EKF 알고리즘은 아래와 같이 크게 두 부분으로 구성된다.

1. Time update

estimate : $\hat{x}_k^- = a(\hat{x}_{k-1}, u_k)$ (4)

error covariance : $P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + w_k Q w_k^T$ (5)

2. Measurement update: (effect of measurement z_k)

Kalman gain : $K_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + v_k R_k v_k^T]^{-1}$ (6)

error covariance : $P_k = [I - K_k H_k] P_k^-$ (7)

estimate : $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k [z_k - h(\hat{x}_k^-, u)]$ (8)

위 '1. Time update'와 같이 시간의 흐름에 따른 시스템 상태 모델의 추정 값을 구한 후 '2. Measurement update' 와 같이 실제 측정된 값과 추정 모델링을 통한 추정값을 차이를 비교하여 상태 예측값을 교정하게 된다.

물론 EKF만을 이용해도 어느 정도의 정확도는 보장이 가능하지만 비선형성의 시스템을 선형화하는 방법을 사용하기 때문에 주 추정기로 사용할 경우 어느 특정 상황에서 발산의 가능성이 있어, 아래와 같은 적응형 fading 요소(adaptive fading factor)를 첨가한 AFKF로 정밀 추정 시스템의 알고리즘을 구성하면 좀 더 정확한 위치 추정이 가능해진다. 따라서 식 (5)를 다음의 식 (9)와 같이 수정하여 적용하게 된다.

$$P_k^- = \lambda_k A_k P_{k-1} A_k^T + w_k Q_k w_k \quad (9)$$

where $\lambda_k = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m)$

만약, 추정치에 가까워졌을 경우에는 $\lambda \leq 1$ 이 되고, 그 외의 경우에는 다음과 같이 업데이트하게 된다.

$$\lambda_{k+1} = \max\left\{1, \frac{\alpha \cdot \text{tr}[N_k]}{\text{tr}[M_k]}\right\} \quad (10)$$

$$N_k = C_0 - R_k - H_k Q_k H_k^T, \quad C_0 = \begin{cases} \frac{v_0 v_0^T}{2}, & k=0 \\ [\lambda_k v_k v_k^T], & k \geq 1 \\ 1 + \lambda_k \end{cases}$$

$$M_k = H_k A_k P_k A_k^T H_k^T$$

α : constant, $\text{tr}[\cdot]$: trace of matrix

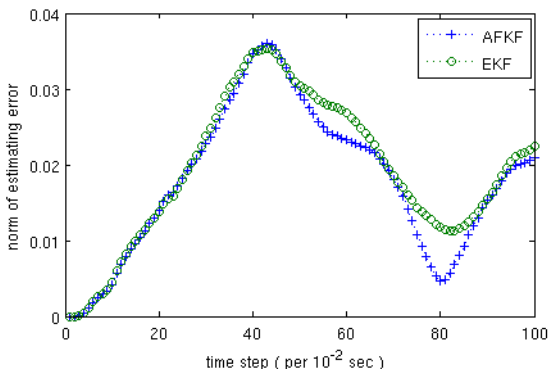
위의 (10)과정을 '적응형 페이딩 루프라' 하며, 이를 통하여 DoD를 판별하고 구해진 λ 값을 시스템의 식 (9)와 같이 오차 공분산을 상황에 맞게 변화시킴으로서 확장 칼만 필터가 좀더 신뢰성을 가질 수 있게 한다.

2.3 모의 실험

위의 식 (10) 과정을 적응형 페이딩 루프라 하며, 이를 통하여 DoD를 판별하고 구해진 λ 값을 시스템의 식 (9)와 같이 오차 공분산을 상황에 맞게 변화시킴으로서 확장 칼만 필터가 좀더 신뢰성을 가질 수 있게 한다.

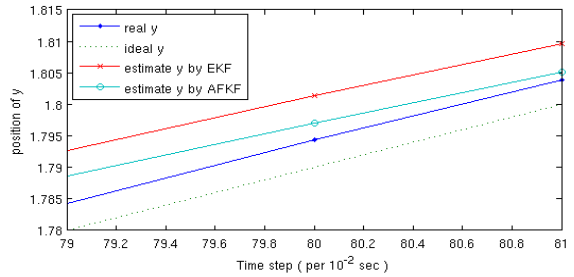
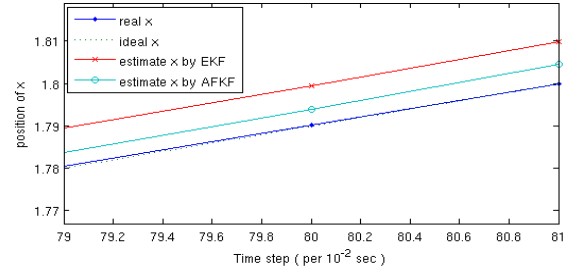
<표 1> 모의 실험 환경

이동물체	좌표 (1,1)로부터 x축 및 y축방향으로 속도 1의 입력에 따른 등속이동.
진행 오차	각각의 속도 요소에 평균 0, 파워 1인 화이트 가우시안 노이즈 첨가.
측정 오차	각각의 측정 값에 평균 0, 파워 1인 화이트 가우시안 노이즈 첨가.
추정 시간 간격	1/100sec 마다 데이터 측정 및 추정 실시
수신기 위치 (x, y)	수신기 1 : (0, 0), 수신기 2 : (0, 1)



<그림 1> 추정 에러

위 <그림 1>은 실제 움직임 데이터 x 와 추정값 \hat{x} 과의 차에 대한 norm 값 즉 $\text{norm}(x(k) - \hat{x}(k)) = \text{norm}\begin{pmatrix} \text{error of } x \\ \text{error of } y \end{pmatrix}$ 의 값을 보여주며, 결과적으로 AFKF를 이용한 결과가 EKF를 이용한 결과보다 성능이 좋음을 보여주고 있다.



<그림 2> 위치 추정 비교

<그림 2>에서 'ideal'값은 노이즈가 없는 상황에서의 이상적 시스템의 이동을 의미하며, 'real'값은 노이즈를 포함한 실제 시스템의 이동을 나타내고, 'estimate'값은 확장 칼만필터를 통해 추정해낸 결과값을 의미하며, 'estimate by AFKF'값은 적응형 페이딩 요소를 첨가한 확장 칼만필터의 추정 값을 각각 보여준다. 앞의 <그림 1>에서 AFKF가 가장 실제 값에 가까운 값을 추정함을 보여주며, 또한 아래 그림에서처럼 EKF와 큰 차이를 보이는 특정 구간에 대한 확대도를 통해, 역시 AFKF가 EKF보다 오차를 포함한 실제 경로에 더 근접한 추정을 해내는 모습을 보여준다.

3. 결 론

일반적인 방법을 사용하면 계산량이 매우 커지는 TDoA 기반의 위치 추정 시스템의 경우, 비선형 시스템의 선형화를 통해 추정값을 내는 EKF를 사용하여 계산량은 줄일 수 있으나, 편미분을 이용해 근사값을 구해 만들어낸 이론적인 추정 모델과 실제 시스템의 결과가 일치하지 않으면 언제나 발산의 가능성이 존재하게 된다.

본 논문에서는 EKF에서의 발산정도를 알아내고, 이에 따른 적응형 fading 요소를 통하여 오차 공분산을 상황에 맞게 변화시키는 AFKF를 이용한 알고리즘을 제안하였고, 이를 모의실험을 통해 상대적인 성능을 평가 하였다. 그 결과 기존의 EKF만을 사용하였을 때 보다 AFKF를 사용하였을 때 좀더 정밀한 위치 추정이 가능하다는 것을 확인할 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] Q. Xia, M. Rao, Y. Ying, and X. Shen "Adaptive Fading Kalman Filter with an Application", Automatica. Vol. 30, No. 8, pp. 1333-1338, 1994
- [2] H.-K Kwang, J.-G Lee, C.-G Park, "Adaptive Two-Stage EKF for INS-GPS Loosely Coupled System with Unknown Fault Bias", Journal of Global Positioning System 5(1-2) pp. 62-69, 2006
- [3] K.C. Ho, Y.T. Chan, "Solution and Performance Analysis of Geolocation by TDOA", IEEE Tr. Aerospace & Electronic Systems, Vol. 29, No. 4, 'pp. 1311-1322, 1993
- [4] M. Najjar, J. Vidal, "Kalman tracking based on TDOA for UMTS mobile location", Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, 12th IEEE International Symposium on Volume: 1, pp. B45-B49, 2001