

## 순환적 WLS를 이용한 헤테로다인 레이저 간섭계의 비선형 오차 보정

김대현, 허건행, 유관호  
성균관대학교, 정보통신공학부

### Nonlinearity error compensation in heterodyne laser interferometer using recursive WLS

Daehyun Kim, Gunhaeng Heo, Kwanho You  
Sungkyunkwan University, School of Information and Communication Engineering

**Abstract** - The heterodyne laser interferometer has a nano-meter scale resolution. However, the unwanted nonlinearity error caused from frequency-mixing limits the ultra-precise resolution. In this paper, we propose a recursive WLS algorithm to improve the resolution of heterodyne laser interferometer. Some experimental results show an effectiveness of the recursive WLS algorithm in nano-meter scale resolution.

#### 1. 서 론

나노 단위의 정밀도를 가지며 동시에 변위가 큰 경우에도 측정이 가능한 헤테로다인 레이저 간섭계는 광원으로 두 개의 주파수를 사용한다. 하지만 레이저 간섭계는 간섭계 설치상의 오차, 온도, 공기 굴절률 등의 환경적 오차, 편광 혼합이나 주파수 혼합 등의 비선형성 오차 등 여러 가지 요인에 의해 나노 단위의 정밀도를 유지하기 힘들다. 따라서 레이저 간섭계의 오차 요인들을 다양한 최적화 기법을 이용하여 보정함으로써 측정 정밀도를 향상시키기 위한 여러 가지 연구가 진행되었다.

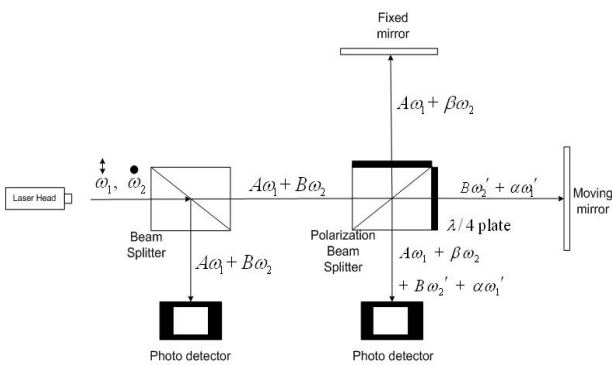
대표적인 방법으로는 Heo는 같은 재원을 갖는 두 대의 레이저를 사용하여 다중의 데이터를 얻은 후 데이터 퓨전 기법을 이용하여 보정하는 방법을 사용하여 환경적 오차를 보정하였고[1], Hong은 가우스 분포를 가진 잡음의 최적의 예측 방법을 제공하는 칼만필터(Kalman Filter)를 응용하는 방법을 사용하여 비선형성 오차를 줄였다[2]. 마찬가지로 Cha는 비선형성 오차를 줄이기 위한 최적화 기법인 WLS(Weighted Least Square)를 이용하는 방법을 제안하였다[3].

본 논문에서는, 헤테로다인 레이저 간섭계의 주파수 혼합에 따른 비선형 오차 보정과 이를 통한 측정 정밀도 향상을 위해 Recursive WLS 알고리즘을 적용하는 방법에 대해 제안한다. 기존의 WLS 알고리즘은 주어진 데이터의 covariance 행렬을 이용해 최적의 보정 값을 한번만 구해내는 알고리즘이지만 Recursive WLS 알고리즘은 기존의 데이터에 실시간으로 측정된 데이터가 추가되는 경우 새로운 covariance 행렬을 구해서 반복적으로 최적의 보정 값을 얻어내는 기법이다[4].

#### 2. 본 론

##### 2.1 헤테로다인 레이저 간섭계

서로 다른 직교 성질을 갖는 두 개의 광원을 사용한 헤테로다인 레이저 간섭계는 편광분리기에 의해 발생하는 주파수 혼합의 결과로 비선형 성분인  $\alpha\omega_1'$ ,  $\beta\omega_2'$  이 발생한다. <그림 1>은 헤테로다인 레이저 간섭계의 실제 비선형 성분을 고려한 경우를 나타낸다.



<그림 1> 비선형 성분을 고려한 헤테로다인 간섭계의 구성

<그림 1>에서 광검출기 B로 입력되는 신호에 의해 발생하는 전기장의 세기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_A &= A \exp[i(\omega_1 t + \Phi_A)] + \beta \exp[i(\omega_2 t + \Phi_A)] \\ E_B &= B \exp[i(\omega_2' t + \Phi_B)] + \alpha \exp[i(\omega_1' t + \Phi_A)] \end{aligned} \quad (1)$$

위 식을 통하여 광검출기 B에 입력되는 신호의 세기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_m \propto (E_A + E_B)(E_A + E_B)^* &= \frac{1}{2} (A^2 + \beta^2 + B^2 + \alpha^2) \\ &+ AB \cos[(\Delta\omega + \psi)t + (\Phi_B - \Phi_A)] \\ &+ A\beta \cos[\Delta\omega t + (\Phi_B - \Phi_A)] \\ &+ B\alpha \cos[\Delta\omega t + (\Phi_B - \Phi_A)] \\ &+ A\alpha \cos[\psi t + (\Phi_A - \Phi_A)] \\ &+ B\beta \cos[\psi t + (\Phi_B - \Phi_B)] \\ &+ \alpha\beta \cos[(\Delta\omega - \psi)t + (\Phi_B - \Phi_A)] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ 이다.

초기위상  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Phi_\alpha$ ,  $\Phi_\beta$  를 생략하고 고대역통과필터를 통해 DC 성분을 분리해 내면 다음과 같다.

$$I_{m,AC} \propto \cos(\Delta\omega t + \phi) + I_1 \cos(\Delta\omega t) + I_2 \cos(\Delta\omega t - \phi) \quad (3)$$

여기서,  $I_1 = (A\beta + B\alpha)/(AB)$ ,  $I_2 = (\alpha\beta)/(AB)$ ,  $\phi = \psi t$ 이다.

신호  $I_r$ 을  $0^\circ$ 와  $90^\circ$  지연시킨 후 각각을  $I_m$ 에 곱해주면  $I_m I_r$ ,  $I_m I_r \exp(j\pi/2)$ 가 나온다.

$$\begin{aligned} I_m I_r &= \cos(\Delta\omega t) [AB \cos(\Delta\omega t + \Phi) \\ &+ (A\beta + B\alpha) \cos(\Delta\omega t) \\ &+ \alpha\beta \cos(\Delta\omega t - \Phi)] \\ I_m I_r \exp(j\pi/2) &= \sin(\Delta\omega t) [AB \cos(\Delta\omega t + \Phi) \\ &+ (A\beta + B\alpha) \cos(\Delta\omega t) \\ &+ \alpha\beta \cos(\Delta\omega t - \Phi)] \end{aligned} \quad (4)$$

이 식을 저대역통과필터에 통과시키면  $I_x, I_y$ 를 다음과 같이 분리해 낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{I}_x &= \frac{AB + \alpha\beta}{2} \cos \Phi + \frac{A\beta + \alpha B}{2} = a \cos \Phi + h \\ \hat{I}_y &= \frac{AB - \alpha\beta}{2} \sin \Phi + v = b \sin \Phi + v \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 a, h, b, v는 비선형성을 포함한 보정 변수이며, 이 보정변수를 다양한 기법을 이용해서 가장 적합한 보정변수를 구해야 한다.

이 식에서 위상 정보  $\Phi$ 를 얻은 후 다음의 관계식을 통해 moving mirror가 이동한 거리 L을 구해야 한다.

$$\Phi = 4\pi nL/\lambda \quad (6)$$

여기서, n은 경로의 굴절률,  $\lambda$ 는 레이저의 평균 파장 길이이다.

오차 보정을 위한 기준 신호의 설정을 위해 오차가 거의 없는

정전용량센서(CDS)를 이용하여 moving mirror가 이동한 거리  $L$ 을 측정한다. 정전용량센서의 일반적인 식은 다음과 같다.

$$I_x = \frac{AB}{2} \cos \Phi \quad (7)$$

$$I_y = \frac{AB}{2} \sin \Phi$$

### 2.2 Recursive WLS를 이용한 비선형 오차의 보정

Recursive WLS 알고리즘은 기존의 LS 알고리즘에서 가중치 행렬을 추가한 WLS를 순환적으로 적용한 것이다. 새로운 측정 데이터가 추가되면 기존의 보정변수와 가중치 행렬을 이용하여 새롭게 최적의 보정 값을 얻어내는 알고리즘이다.

먼저 Least Square(LS) algorithm을 적용하여 보정 변수  $a, h, b, v$ 를 얻을 수 있다.

$$Px = \hat{I}_{xy} \quad (8)$$

$$x = (P^T P)^{-1} P^T \hat{I}_{xy}$$

여기서  $\hat{I}_{xy}, P, x$ 는 각각  $[\hat{I}_x, \hat{I}_y], \begin{bmatrix} \cos \phi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \phi & 1 \end{bmatrix}, [a \ h \ b \ v]^T$ 를 나타낸다.

LS를 통해 얻은  $[a \ h \ b \ v]^T$ 로부터 새로운 추정 값  $\tilde{I}_x, \tilde{I}_y$ 를 정의하면 다음과 같다.

$$\tilde{I}_x = aI_x + h \quad (9)$$

$$\tilde{I}_y = bI_y + v$$

Recursive WLS 알고리즘을 적용하기 위해 오차 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$e = [e_x \ e_y] = [\hat{I}_x - \tilde{I}_x \ \hat{I}_y - \tilde{I}_y] \quad (10)$$

다시  $I_x, I_y$  식을 나타내고, 최적 보정 변수  $x^*$ 를 정의하면

$$Px + e = I_{xy} \quad (11)$$

$$x_{n-1}^* = (P_{n-1}^T E_{n-1} P_{n-1})^{-1} P_{n-1}^T E_{n-1} I_{xy}$$

$$x_n^* = x_{n-1}^* + (P_n^T E_n P_n)^{-1} a_n e_n^{-1} (I_{xy(n)} - a_n x_{n-1}^*)$$

여기서  $E_n$ 은 오차 행렬의 covariance 행렬이고,  $a_n$ 은  $n$ 번째 발생한 측정값,  $e_n$ 은  $n$ 번째까지 발생한 에러들의 covariance 값이다.

Recursive WLS를 이용하여 구한  $x^* = [a^* \ h^* \ b^* \ v^*]^T$ 로  $\hat{I}_x, \hat{I}_y$ 를 보정한  $I_x^*, I_y^*$ 의 식을 결정한다.

$$I_x^* = \frac{\hat{I}_x - h^*}{2a^*} AB \quad (12)$$

$$I_y^* = \frac{\hat{I}_y - v^*}{2b^*} AB$$

식 (12)의  $I_x^*, I_y^*$ 으로부터 보상된 위상정보  $\Phi^*$ 와 길이  $\Delta L$ 을 다음과 같은 식을 통하여 얻을 수 있다.

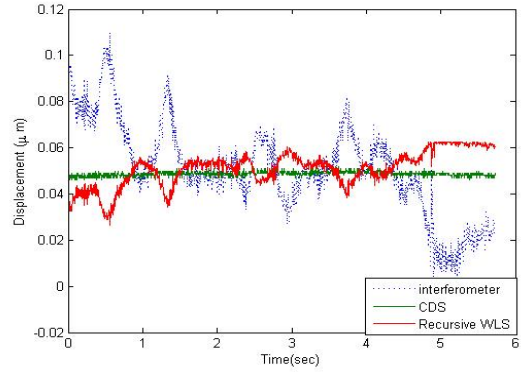
$$\Phi^* = \tan^{-1} \left( \frac{I_y^*}{I_x^*} \right) \quad (13)$$

$$\Delta L = \frac{\Phi^* \lambda}{4\pi n}$$

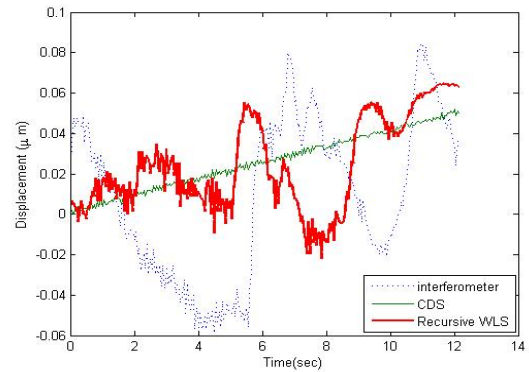
### 2.3 실험결과

목표물이 고정되어 있는 경우와 이동하는 경우에 대한 두 가지 실험을 통하여 레이저 간섭계의 위치측정값과 이것을 Recursive WLS 알고리즘을 이용하여 보정한 위치측정값을 비교해 보고 보정 알고리즘의 우수성을 증명한다. 실험에서 사용된 두 개의 레이저 광원의 진폭  $A, B$ 는  $1(V)$ 이고, 굴절률  $n$ 은  $1.00000026654516$ , 그리고 평균파장( $\lambda$ )는  $0.6329912(\mu m)$ 이다.

<그림 2>는 정밀한 위치 이동이 가능한 압전변환기(piezo-elec



<그림 2> 50 nm에 고정된 목표물에 대한 길이오차보정



<그림 3> 50 nm로 이동하는 목표물에 대한 길이오차보정

tirc transducer)를 통해 50nm로 목표물을 움직인 후 Recursive WLS를 이용하여 오차를 보정한 결과이다. <그림 3>은 목표물이 50nm지점을 향하여 움직일 때 레이저 간섭계의 측정값을 보정한 결과이다. 가는 점선은 레이저 간섭계로 측정된 값을 나타내며 굵은 실선은 보정된 레이저 간섭계의 측정값을 나타낸다. <그림 2>와 <그림 3>에서 볼 수 있듯이 제안된 보정기법인 Recursive WLS 알고리즘을 이용하여 길이를 보정해준 결과 고정하는 목표물이나 이동하는 목표물에 대한 비선형 오차들이 줄어들어 보다 정밀한 측정을 가능하게 해준다.

### 3. 결 론

헤테로다인 레이저 간섭계의 오차는 여러 가지 요인, 즉 간섭계 설치상의 오차, 공기 굴절률 등의 환경적 오차, 편광 혼합이나 주파수 혼합 등의 비선형성 오차에서 기인한다. 이 중 다윈 편광이나 두 주파수 성분이 완벽히 직교하지 않아 발생하는 주파수 혼합이 오차에 미치는 영향은 측정 정밀도에 상당한 영향을 끼친다. 이를 최소화하기 위해서 본 논문에서는 Recursive WLS 알고리즘을 제안하였다. 두 가지의 실험을 통하여 성능을 평가하였으며, 실험결과를 통하여 Recursive WLS 알고리즘을 이용하는 것이 헤테로다인 레이저 간섭계에서 바로 측정값을 얻는 것 보다 더 좋은 성능을 갖는 것을 확인하였다.

### [참 고 문 헌]

- [1] G.H. Heo, W.J. Sung, W.R. Lee, K.H. You, "Error Compensation In Heterodyne Laser Interferometer using Data Fusion Method", CICS, pp. 225-226, 2007.
- [2] M.S. Hong, J.W. Jeon, K.H. Park, and K.H. You, "Adaptive nonlinearity compensation of heterodyne laser interferometer", LNAI 4252, pp. 545-552, 2006.
- [3] H.S. Cha, W.R. Lee, K.H. You, "Nonlinearity Error Compensation in Heterodyne Laser interferometer using WLS Method", CICS, 271-272, 2007.
- [4] P.L. Odell, T.O. Lewis, "Best Linear Recursive Estimation", Journal of the American Statistical Association, Vol. 66, No. 336. pp. 893-896, 1971.
- [5] S.J.A.G. Cosijns, H. Haitjema, P.H.J. Schellekens, "Modeling and verifying non-linearities in heterodyne displacement interferometry", Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, pp. 448-455, 2002.