2008년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2008. 7. 16 - 18

SOSTOOL을 이용한 T-S 퍼지모델 이동로봇의 경로추적 제어

김철중*, 좌동경*, 홍석교*
아주대학교*

T-S Fuzzy Model Mobile Robot Trajectory Tracking Control using SOSTOOL

Cheol-Joong Kim*, Dongkyoung Chwa*, Suk-Kyo Hong*
Ajou University*

Abstract - 이 논문에서는 이동로봇의 경로추적문제를 다항 퍼지 모델로 나타내고 SOSTOOL을 이용하여 해결하고자 한다. 제안하는 방법은 기존의 LMI을 사용한 방법과 비교하여 작은 제어입력과 이동로봇이 주어진 경로를 쫓아감에 있어 매끄러운 결과를 나타냄을 알 수 있다. 본 논문에서는 이동로봇 기구학을 시스템의 안정성 문제로 변형하고 이를 퍼지모델로 구성하여 SOSTOOL을 사용하여 제어입력을 구하고 모의실험을 통해 그 결과를 검증하도록 한다.

1. 서 론

이동로봇의 경로추적 문제는 많은 분야에서 다양하게 응용될 수 있는 문제로 많은 부분에서 연구되어 왔다. 이동로봇은 전형적인 nonholonomic 제약조건을 갖는 시스템으로 Brockett은 매끄러운 시불변 상태궤환으로는 제어할 수 없음을 증명하였다.[1] 대부분의 연구에서는 이러한 제약조건을 피하기 위해 사슬구조를 사용하였다.[2] 하지만 이러한 사슬구조의 제어 방법은 시스템의 차수를 높이게 되어 전체적인 시스템이 복잡해지는 단점이 있다.

최근 G.Klancar에 의해 이동로봇의 기구학은 오차가 작은 범위에서 선형화 될 수 있음을 보였다.[3] 이는 이동로봇의 경로추적 문제를 간단한 시스템 안정성 문제로 표현한 방법이며 이번 논문에서는 이러한 모델을 사용하여 이동로봇의 경로추적문제를 해결하고자 한다.

시스템의 안정성 문제를 해결함에 있어 K. Tanaka와 O. Wang 은 퍼지모델에 있어 LMI을 이용한 알고리즘을 제안하였다.[4] 하지만 이러한 방법을 이동로봇에 적용함에 있어 얻어진 제어입력이 크고 과도상태일때 상태변수가 크게 요동치는 단점이 있다.

이번 논문에서는 기존의 LMI을 이용한 방법이 아닌 SOSTOOL을 이용하여 시스템의 이동로봇의 경로추적 문제를 해결하고자 한다.[5] 제안하는 방법을 이동로봇에 적용했을 때는 기존의 방법보다 작은 제어입력과 매끄러운 상태변수의 변화를 모의실험을 통해 검증하였다.

이 논문의 구성은 먼저 이동로봇의 기구학을 보여 경로추적문제를 시스템의 안정성 문제로 변형하고 3장에서는 다항 퍼지모델과 SOSTOOL을 이용하여 제어입력을 구하도록 한다. 4장에서는 얻어진 모델과 제어입력을 사용한 모의실험결과를 보이고 5장에서 결론을 맺는다.

2. 이동로봇 기구학

이동로봇의 기구학은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta & 0\\ \sin\theta & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v\\ w\end{bmatrix} \tag{1}$$

이때 x,y,θ 는 로봇의 지역 좌표계에서의 로봇의 위치와 각도를 나타낸다. 경로 추적 문제는 주어진 기준경로와의 오차 동역학으로 표현 될 수 있다. 기준 경로와 현재 로봇과의 오차는 다음과 같이 구해지며

$$\begin{bmatrix}e_x\\ e_y\\ e_\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 0\\ -\sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_r-x\\ y_r-y\\ \theta_r-\theta\end{bmatrix} \tag{2}$$

오차 동역학은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{bmatrix}\dot{e}_x\\ \dot{e}_y\\ \dot{e}_\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos e_\theta & 0\\ \sin e_\theta & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_r\\ w_r\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1 & e_y\\ 0 & -e_x\\ 0 & -1\end{bmatrix}u \tag{3}$$

이때 제어입력 u 는 피드포워드와 피드백의 합으로 표현된다.

$$u=u_F+u_B=[v_r\cos e_\theta \;\; w_r]^T+[v_c \;\; w_c]^T \tag{4}$$

여기서 v_c,w_c 는 로봇이 경로 추적을 위한 로봇의 선속도와 각속도 이다. 기준경로와 로봇 좌표의 오차가 크지 않을 때를 고려하여 $(e_x=e_x=e_\theta=0)$ 식(4)와 식(3)을 정리하여 선형화 하게 되면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix}\dot{e}_x\\ \dot{e}_y\\ \dot{e}_\theta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & w_r & 0\\ -w_r & 0 & v_r\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e_x\\ e_y\\ e_\theta\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}u_B \tag{5}$$

식(5)는 $\dot{e}=Ae+Bu_B$와 같은 형태로 기준경로와 로봇간의 오차를 0으로 만드는 시스템의 안정성 문제로 생각할 수 있다.

이 논문에서는 위의 시스템을 다항 퍼지모델을 구성하고 SOSTOOL을 이용하여 기준경로와 로봇좌표간의 오차를 0으로 만드는 제어기를 제안한다.

3. 다항 퍼지모델 및 다항 퍼지 제어기

앞에서 우리는 이동로봇의 경로추적문제를 오차 동역학의 선형화함으로써 시스템의 안정성 문제로 변환 하였다. 이장에서는 앞에서 구한 시스템을 퍼지모델로 표현하고 시스템이 안정해 질 수 있도록 하는 제어입력을 구하도록 한다.

3.2 다항 퍼지모델

다항 퍼지모델은 T-S 퍼지모델의 새로운 형태로 Tanaka와 Wang 에 의해 제안되었다.

하나의 퍼지 규칙에 대한 다항 퍼지모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}&Rule\ i: \\ &\quad If\ \ z_1(t)\ is\ M_{i1}\ \text{and}\ \cdots\ \text{and}\ z_p(t)\ is\ M_{ip} \\ &\quad then\ \dot{x}(t)=A_i(x(t))\hat{x}(x(t))+B_i(x(t))u(t) \\ &\qquad\qquad u(t)=-F_i(x(t))\hat{x}(x(t)) \qquad i=1,2,\cdots,r\end{aligned} \tag{6}$$

이때, $z_i(t)(i=1,2,\cdots,r)$는 퍼지 멤버 함수의 입력변수가 되고, $A_i(x(t))$ 와 $B_i(x(t))$ 는 $x(t)$에 대한 다항행렬이다. $\hat{x}(x(t))$는 $x(t)$에 대한 모든 단항식 요소의 열벡터이다.

식(6)에서 제어입력 $u(t)$을 이용하여 폐루프를 구성하면 전체적인 퍼지 시스템은 식(7)과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(z(t))h_j(z(t))A_i(x(t))-B_i(x(t))F_j(x(t))\hat{\ }x(x(t)) \tag{7}$$

3.2 다항 퍼지 제어기

이절에서는 앞에서 구한 퍼지모델에서 시스템이 안정하기 위한 제어입력을 SOSTOOL을 이용하여 구하도록 한다.

정리 1: 다음과 같은 식(8), (9)과 같은 다항 대칭행렬 $X(\tilde{x})\in R^{N\times N}$와 $M_i(x)\in R^{n\times N}$ 이 존재하면 식 (7) 는 안정하다.

$$v^T(X(\tilde{x})-\epsilon_1(x)I)v \quad is \quad SOS \tag{8}$$

$$
\begin{aligned}
&-v^T\big(T(x)A_i(x)X(\tilde{x})-T(x)B_i(x)M_j(x) \\
&\quad+X(\tilde{x})A_i^T(x)T^T(x)-M_j^T(x)B_i^T(x)T^T(x) \\
&\quad+T(x)A_j(x)X(\tilde{x})-T(x)B_j(x)M_i(x) \\
&\quad+X(\tilde{x})A_j^T(x)T^T(x)-M_i^T(x)B_j^T(x)T^T(x) \\
&\quad-\sum_{k\in K}\frac{\partial X(\tilde{x})}{\partial x_k}A_i^k(x)\hat{x}(x)-\sum_{k\in K}\frac{\partial X(\tilde{x})}{\partial x_k}A_j^k(x)\hat{x}(x)+\epsilon_{2ij}(x)I\big)v \\
&\quad is\ \ SOS
\end{aligned}
\tag{9}
$$

이때, $T(x)\in R^{N\times n}$ 은 (i,j) 번째 요소가 다음과 같이 주어지는 다항 행렬이다.

$$
T^{ij}(x)=\frac{\partial \hat{x_i}(x)}{\partial x_j} \tag{10}
$$

안정화하기 위해 필요한 제어입력 $F_i(x)$는 다음과 같이 $M_i(x)$와 $X(\tilde{x})$의 관계식으로부터 구할 수 있다.

$$
F_i(x)=M_i(x)X^{-1}(\tilde{x}) \tag{11}
$$

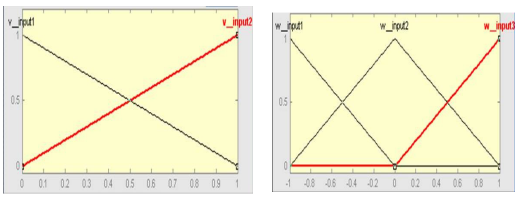
4. 모의 실험 및 결과

식(10)을 식(5)에 적용하기 위해 주어진 경로의 기준 선속도와 기준 각속도를 퍼지 모델의 입력변수로 사용하였고 그 크기는 다음과 같이 정규화 하였다.

$$
v_{input}(t)=\frac{v_r(t)}{\max(v_r(t))} \tag{12}
$$

$$
w_{input}(t)=\frac{w_r(t)}{\max(|w_r(t)|)} \tag{13}
$$

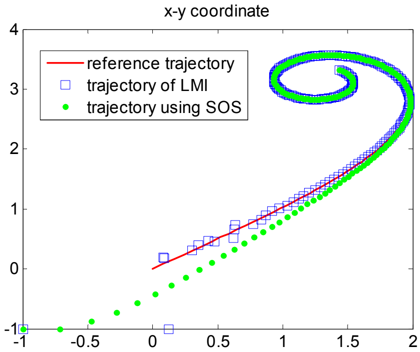
위와 같이 정규화 과정을 통해 기준 선속도는 [0, 1] 범위 안에 존재하게 되고 기준 각속도는 [-1, 1] 사이에 존재하게 된다. 이런 멤버쉽 함수를 나타내면 다음과 같다.



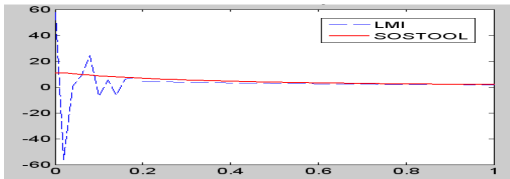
<그림 1> 기준 선속도와 각속도에 대한 멤버쉽 함수

그림 2부터 7은 위 내용을 토대로 이동로봇의 모의실험을 한 결과이다. 비교를 위해 같은 조건에서 LMI(Linear Matrix Inequality) 방법을 이용한 결과와 함께 나타내었다. 모의 실험시 로봇의 초기조건은 $q_r(0)=[0,0,45^o]^T$, $q(0)=[-1,-1,0^o]^T$ 이며, 주어진 경로는 $v_r(t)=1+5e^{-2t}$, $w_r(t)=100\sin(0.01t)$ 이다.

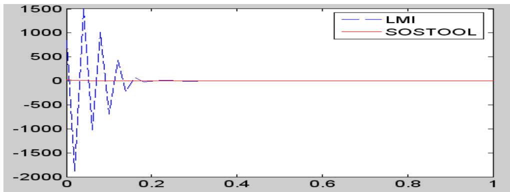
모의실험 결과 이동로봇이 주어진 경로를 따라 이동하는 것을 확인할 수 있다. 실험결과를 보면 LMI 방법을 이용한 결과는 얻어진 제어입력이 굉장히 크기 때문에 실제 사용하기 어렵지만 SOSTOOL을 이용한 제어입력은 그보다 작고 연속적이고 매끄러운 곡선을 나타냄을 알 수 있다. 또한, 오차가 0에 도달하기 전까지의 상태를 보면 LMI 방법을 이용한 결과에서는 크게 요동치는 것을 확인할 수 있다.



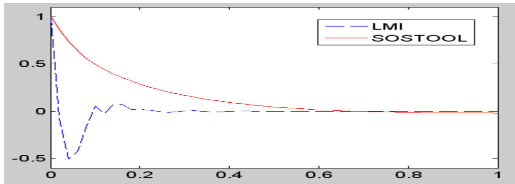
<그림 2> 모의실험 결과



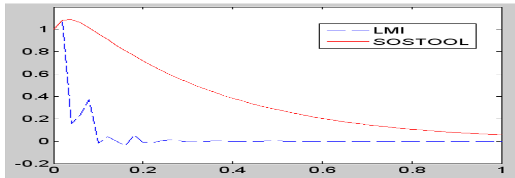
<그림 3> 선속도 결과



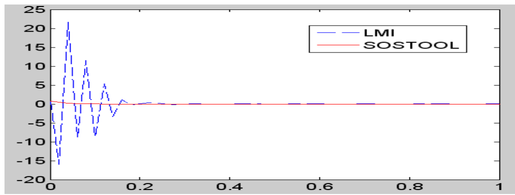
<그림 4> 각속도 결과



<그림 5> x 오차



<그림 6> y 오차



<그림 7> 각도 오차

5. 결 론

지금까지 우리는 이동로봇의 경로추적문제를 다항 퍼지모델로 구성하고 SOSTOOL을 이용하여 제어입력을 구하는 방법에 대해 제안하였다. 모의실험결과 이동로봇이 안정적으로 주어진 경로를 따라감을 확인하였고 LMI 방법과 비교하였을 때, 보다 매끄럽고 작은 제어입력을 얻을 수 있었다.

하지만, 제안된 방법은 오차가 작은 범위에서 선형화하였기 때문에 지역적인 안정성만을 보장할 수 있다. 앞으로 모델의 선형화가 아닌 오차동역학을 변형시켜 전역적인 안정성을 보장할 수 있는 알고리즘을 개발할 계획이다.

감 사

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구 R01-2006-000-11373-0 지원으로 수행되었음.

[참 고 문 헌]

[1] R.W.Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization", *Differential Geometric Control Theory*, 181-191, 1983

[2] J. Wang, X. Zhu, M. Oya, C-Y Su, "Robust motion tracking control of partially nonholonomic mechanical systems", *Robotic and Autonomouse Systems*, vol 54, 332-341, 2006

[3] G. Klancar, I. Skrjanc, "Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time", *Robotics and Autonomous Systems,* vol 55, 460-469, 2007

[4] K. Tanaka, H. Ohtake, O. Wang, "A Descriptor System Approach to Fuzzy Control System Design via Fuzzy Lyapunov Function", *IEEE Transaction on Fuzzy System,* vol 15, 333-341, 2007

[5] S. Prajna, A. Papachristodoulou, P. Seiler and P. A. Parrilo: SOSTOOLS: Sum of Squares Optimization Toolbox for MATLAB, Version 2.00, 2004.