

## 와전류를 포함하는 시간차분 해석의 계산오차에 대한 연구

최명현, 김병택

군산대학교 공과대학 전자정보공학부

### Study on the Error Estimation of Time-step Analysis for a Problem with Eddy Current

Myoung-Hyun Choi, Byung-Taek Kim

Kunsan National University

**Abstract** - This paper deals with the computation error produced in the time step analysis for a electric machine with eddy current. To investigate the error in quantity, the analytic equations representing the steady state results of time-step analysis are deduced. Using the equations, the characteristics of errors are calculated for a general electric circuit, with variation of the circuit parameters and step size.

#### 1. 서 론

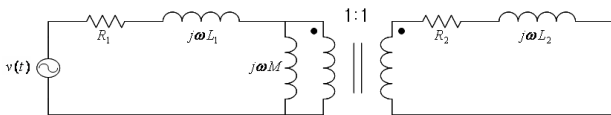
최근 많은 전기기기의 특성해석을 위해 유한요소해석에 시간차분방법을 많이 사용한다. 이때 유한요소 근사에 의한 오차도 발생하지만 시간차분 근사에 의해서도 오차가 발생한다. 우리는 기존 논문에서 시간차분 오차를 정량적으로 분석하기 위해서 간단한 R-L, R-L-C회로에 대해 연구한 바가 있다[1]. 하지만 이는 와전류 등의 실제 전기기기에 발생하는 현상이 고려되지 않았다.

따라서 본 연구에서는 와전류를 포함하는 회로에 대해 시간차분 해석의 오차를 분석하고자 한다. 이를 위해서 간단한 유도결합회로를 대상으로 해석적인 방법을 이용하여, 시간차분해석결과를 유도하고 이를 이용하여 입력전류, 유도전류 및 효율, 역률, 입·출력 등의 전기특성에 오차를 분석하였다.

#### 2. 해석적 방법을 통한오차분석

##### 2.1 해석 model 및 전압방정식

와전류를 포함하는 회로의 예를 들기 위해 간단한 유도결합회로를 그림1에 나타내었다. 그리고 일반 유도전동기와 유사한 회로정수의 분포를 갖도록 표 1과 같이 회로정수를 산정하였다. 특히 유도전동기의 경우, 회전속도에 따라 2차측 저항이 변화하므로 이를 고려하기 위해  $R_2$ 를 0.1~1ohm의 범위로 선정하였다.



〈그림 1〉 유도결합회로

〈표 1〉 유도결합회로의 parameter

$V_{rms}$	[V]	10
$f$	[Hz]	60
$R_1$	[Ω]	0.1
$R_2$	[Ω]	0.1~1
$\omega L_1, \omega L_2$	[Ω]	0.1
$\omega M$	[Ω]	0.1, 1, 3, 5

유도결합회로의 1, 2차측 회로에 대한 전압방정식은 식(1)과 같다.

$$\begin{cases} v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{d}{dt}(i_1 - i_2) \\ 0 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{d}{dt}(i_2 - i_1) \end{cases} \quad (1)$$

식(1)을 시간 차분방정식으로 표현하면 식(2)와 (3)이 된다.

$$i_1(t) = \frac{K_2 \Delta t v_1 - (K_2(-L_1 - M) + M^2)i_1(t - \Delta t) - (-M(L_2 + M) + K_2 M)i_2(t - \Delta t)}{K_1 K_2 - M^2} \quad (2)$$

$$i_2(t) = \frac{(L_2 + M)i_2(t - \Delta t) + M i_1(t) - M i_1(t - \Delta t)}{\Delta t R_2 + L_2 + M} \quad (3)$$

여기서  $K_1$ 과  $K_2$ 는 식(4)와 같다.

$$\begin{cases} K_1 = \Delta t R_1 + L_1 + M \\ K_2 = \Delta t R_2 + L_2 + M \end{cases} \quad (4)$$

위 시간차분 방정식을 해석하여 정상상태에 진입하면 전류가 주기함수가 된다고 볼 수 있으므로, 시간차분해석의 입력전류와 유도전류를 식(5)와 같이 놓을 수 있다. 식(5)를 식(2)와 (3)에 대입하고 연립하여 계산하면 각 전류의 크기  $I_m$ 과 위상각  $\alpha$ 값을 식(6)~(9)와 같이 얻을 수 있다. 여기에 사용된 변수는 (10)~(14)에 제시하였다

$$\begin{cases} i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \alpha_1) \\ i_2 = I_{m2} \sin(\omega t + \alpha_2) \end{cases} \quad (5)$$

$$I_{m1} = \frac{X_2}{X_4} \Delta t V_{m1} \quad (6)$$

$$\alpha_1 = -\gamma_4 \quad (7)$$

$$I_{m2} = \frac{X_1}{X_2} I_{m1} \quad (8)$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \gamma_1 - \gamma_2 \quad (9)$$

$$\begin{cases} A_1 = -M + M \cos(\omega \Delta t) \\ B_1 = -M \sin(\omega \Delta t) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} A_2 = \Delta t R_2 + L_2 + M - (L_2 + M) \cos(\omega \Delta t) \\ B_2 = (L_2 + M) \sin(\omega \Delta t) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} A_3 = \Delta t R_1 + L_1 + M - (L_1 + M) \cos(\omega \Delta t) \\ B_3 = (L_1 + M) \sin(\omega \Delta t) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} A_4 = X_3 X_2 \cos(\gamma_3) - X_1^2 \cos(2\gamma_1 - \gamma_2) \\ B_4 = X_3 X_2 \sin(\gamma_3) - X_1^2 \sin(2\gamma_1 - \gamma_2) \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} X_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \\ \gamma_n = \tan^{-1} \left( \frac{B_n}{A_n} \right) \end{cases} \quad (14)$$

2차 측 저항  $R_2$ 에서 발생하는 전력을 출력으로 하면, 식(6)~(9)를 이용하여 시간차분해석으로부터 계산되는 시스템의 출력과 입력을 식 (15)과 (16)으로 나타낼 수 있으며 이때의 효율은 식(17)을 이용하여 구할 수 있다.

$$P_{out} = \frac{I_{m2}^2 R_2}{2} \quad (15)$$

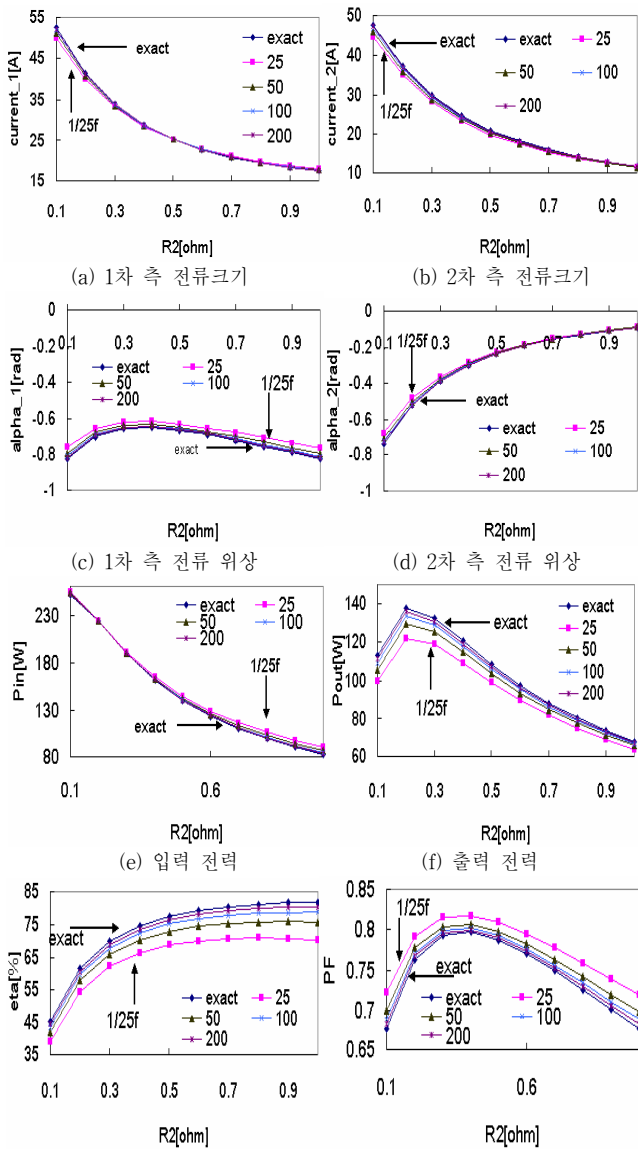
$$P_{in} = V_{rms} \frac{I_{m1}}{\sqrt{2}} \cos \alpha_1 \quad (16)$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100 \quad (17)$$

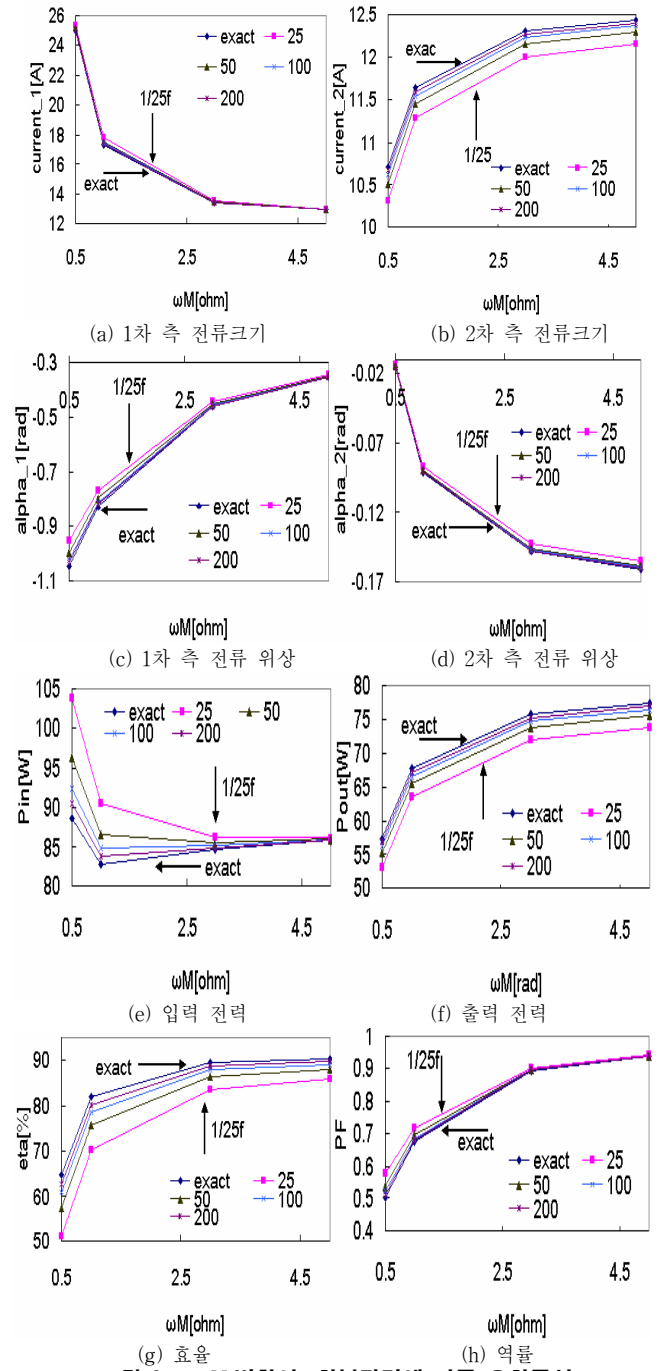
## 2.2 계산결과

식(6)~(9)의 전류와 식(15)~(17)의 입력력 및 효율 계산식은 시간차분 해석결과 즉 오차를 갖고 있는 해석결과이다. 이를 진해와 비교하기 위해  $j\omega$ 법을 이용하여 입력전류와 유도전류의 이론 해를 구할 수 있다.

유도결합회로의 전압방정식을  $j\omega$ 법을 이용한 이론 해와 차분간격에 따른 시간차분 해석 결과를 비교한다. 차분 간격을  $1/(25f)$ ,  $1/(50f)$ ,  $1/(100f)$ ,  $1/(200f)$ 로 할 때의 근사 해를 구하였다. 먼저  $R_2$ 의 변화에 따른 오차특성을 그림2에 나타내었다. 그리고  $R_2$ 값을 1로 고정하고, 결합상태의 변화에 따른 추이를 분석하기 위해  $\omega M$ 을 변수로 할 때 오차특성을 그림3에 도시하였다. 그림2로부터 2차 측 저항이 증가함에 따라 효율, 역률의 오차는 증가하는 특성이 나타남을 알 수 있다. 이는 2차 저항이 증가하면서 출력의 오차는 감소하는 반면, 입력전력의 오차가 증가하기 때문이라는 것을 알 수 있다. 따라서 실제 시간차분유한요소해석을 하는 경우 2차 측 출력의 오차보다 입력전력의 오차가 비교적 클 것임을 유추할 수 있다. 그림2의 결과로부터, 1차 측과 2차 측의 결합도가 높아질수록 효율과 역률의 해석오차는 감소하게 되는 것을 알 수 있다. 이는 출력전력의 오차는 거의 일정한 상태로 머무는 반면 입력전력의 오차가 급격히 감소함에 따른다. 그림 1과 2를 고려하면, 결합도가 높을수록 2차 저항이 작을수록 시간차분해석의 오차는 감소하며, 그 반대에서 오차가 증가하게 된다고 볼 수 있으며, 이를 고려한 차분간격의 선택이 필요하다.



<그림 2>  $R_2$  변화 시, 차분간격에 따른 오차특성



<그림 3>  $\omega M$  변화시, 차분간격에 따른 오차특성

## 3. 결론

본 논문에서는 유도전류가 발생하는 유도결합회로에 대해 시간차분 해석에 의한 오차를 고찰하였다. 유도기와 유사한 등가회로모델을 대상으로 시간차분간격 및 회로정수의 변화에 따라 근사해와 진해의 오차변화특성을 분석하였다. 해석결과로부터 2차 측 저항의 크기가 작을수록 1-2차회로의 결합강도가 낮을수록 정상상태의 효율 및 역률 오차의 크기가 커짐을 알 수 있었다. 따라서 본 연구를 바탕으로 실제 유한요소해석에서 해석결과와 신뢰도를 예측할 수 있을 뿐 아니라, 향후 연구과제로 진행 중인 보정방법의 유도에 기초가 될 것으로 사료된다.

## [참고 문헌]

- [1] Byoung-hun Yu, Byung-taek Kim, "Correction Method for the Computation Error of Time-step FEA", CEFC 2008, 13TH, 452P, May 2008