

크리깅 기법을 이용한 휠인 영구자석 동기전동기의 최적 설계

장은영*, 황규윤*, 류세현**, 권병일*
한양대학교*, 전자부품연구원**

Optimal Design of an In-Wheel Permanent Magnet Synchronous Motor Using a Design of Experiment and Kriging Model

Eun-Young Jang*, Kyu-Yun Hwang*, Se-Hyun Rhyu** and Byung-Il Kwon*
Hanyang University*, Korea Electronics Technology Institute**

Abstract - This paper proposes an optimal design method for the shape optimization of the permanent magnets (PM) of an in-wheel permanent magnet synchronous motor (PMSM) to reduce the cogging torque considering a total harmonic distortion (THD) and a root mean square (RMS) value of back-EMF. In this method, the Kriging model based on a design of experiment (DOE) is applied to interpolate the objective function in the spaces of design parameters. The optimal design method for the PM of an in-wheel PMSM has to consider multi-variable and multi-objective functions. The developed design method is applied to the optimization for the PM of an in-wheel PMSM.

1. 서 론

최근 휠인 영구자석 동기전동기는 전기 자동차와 로봇 등에 구동용으로 많이 쓰이고 있으며 이를 이동용 로봇 또는 운송 수단에 사용할 경우 클러치나 기어 같은 별도의 동력 전달 기기를 사용하지 않아도 된다. 따라서 전달 손실은 최소화되고 운전 효율은 향상된다 [1]. 그러나 영구자석 동기전동기는 본래 회전자와 영구자석과 고정자의 치 사이에서 상호 작용하는 코깅 토크를 가지고 있는데 이것은 바람직하지 않은 진동과 소음을 발생시킨다. 그러므로 영구자석 동기전동기의 특성을 향상시키기 위해 코깅 토크를 저감시켜야 한다. 이에 따라 근래에 코깅 토크를 저감시키기 위한 연구가 활발히 진행되고 있다 [2]. 특히, 영구자석 전동기의 최적화 설계에서 반응표면법이 많이 사용되고 있는데 반응표면법은 일반적으로 2차 다항 회귀 모델을 이용한다 [3]. 그러나 반응표면법은 비선형성이 강해지고 고차 함수가 될수록 불안정한 예측함수를 만들기 때문에 최적값을 정확히 예측하기가 어렵다. 이에 반해 크리깅 모델은 설계 변수가 많거나 반응이 복잡하거나 비선형성이 강한 모델을 보다 정확히 예측할 수 있다 [4]. 본 논문은 휠인 영구자석 동기전동기에서의 역기전력 왜형률과 실효치 및 코깅 토크를 효과적으로 고려하기 위해 실험 계획법을 이용한 크리깅 모델을 최적화 설계 기법으로 제안한다. 이 최적 설계 기법의 유효성은 휠인 영구자석 동기전동기의 초기 모델과 최적 모델의 특성 해석 결과 비교를 통하여 확인한다.

2. 실험 계획법을 이용한 정규 크리깅 모델

2.1 정규 크리깅 (Ordinary Kriging)

크리깅 모델에는 몇 가지가 종류가 있는데 여기서는 정규 크리깅을 사용한다. 정규 크리깅은 식 (1)의 크리깅 추정식이 편향되지 않으면서 오차분산을 최소로 하는 경우의 크리깅을 의미한다 [4]. 이미 그 값을 알고 있는 n 개의 자료값을 이용하여 정규 크리깅에 의한 지점 x_0 에서의 값의 예측은 다음의 크리깅 추정식으로 구할 수 있다.

$$z^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i z_i \quad (1)$$

여기서 z^* 는 위치가 알려진 지점에서 크리깅을 이용한 예측치, z_i 는 이미 그 위치와 값을 알고 있는 주위의 점, λ_i 는 사용된 주위의 각 자료의 가중치, n 은 크리깅 예측을 위해 사용된 자료의 총 개수를 나타낸다. 가중치는 거리에 따른 함수이고 예측값과 참값 사이의 오차가 최소가 되도록 결정되며 많은 경우에 추정값이 편향되지 않아야(unbiased) 한다는 조건을 추가로 사용하여 그 값을 결정한다. 다음은 식 (1)의 크리깅 추정식이 편향되지 않을 조건을 나타낸다.

$$b_z = E(z) - E(z^*) = E(z) - E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i z_i\right) = 0 \quad (2)$$

정규 크리깅은 식 (4)의 제약 조건 하에서 식 (3)의 오차분산을 최소가 되게 하는 가중치를 구하고 이들 가중치를 이용하여 알려진 값들의 선형조합으로 미지의 값을 예측하는 기법이다.

$$\sigma_{OK}^2 = \sigma^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{0i}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij}^2 \quad \text{where } \sigma_{ij}^2 = \text{Cov}(z_i, z_j) \quad (3)$$

$$\text{with a constraint } 1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i = 0 \quad (4)$$

여기서 σ_{OK}^2 은 오차분산을 나타내며 이를 최소로 하는 가중치들을 결정해야 하며 z_0 는 예측하고자 하는 참값, z_0^* 는 정규 크리깅에 의한 예측값, n 은 사용한 자료의 총 개수를 나타낸다. z_0 는 x_0 에서의 특성치 값으로 $z(x_0)$ 를 간단히 표시한다.

여기서는 라그랑제 인자법(Lagrange parameter method)을 사용하여 주어진 제약 조건 하에서 최소값을 구할 것이다. 여기에 도입된 임의의 인자를 라그랑제 인자라 하며 새로운 함수를 라그랑제 목적함수(Lagrangian objective function)라고 한다. 유의할 것은 제약 조건을 추가하여 새로운 함수를 정의하여도 그 값에는 변화가 없다는 것이다. 이를 이용하여 최소화하여야 할 정규 크리깅 오차분산식을 나타내면 다음과 같다.

$$L(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n; \omega) = \sigma^2 - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \sigma_{0i}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \sigma_{ij}^2 + 2\omega \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right) \quad (5)$$

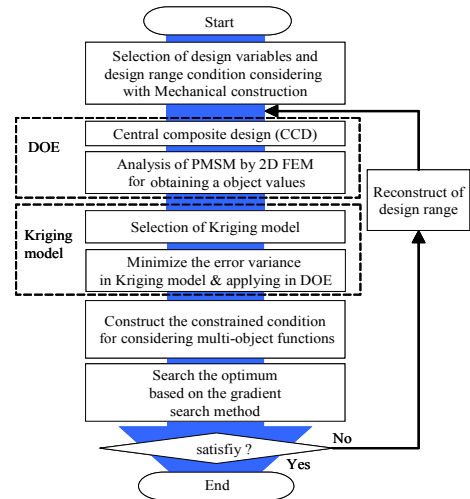
여기서 $L(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n; \omega)$ 은 라그랑제 목적함수, ω 는 라그랑제 인자이다. 식 (5)를 λ 와 ω 에 대해 편미분하여 정리하면 다음과 같은 크리깅의 행렬 방정식을 얻게 된다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1n}^2 & -1 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2n}^2 & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1}^2 & \sigma_{n2}^2 & \dots & \sigma_{nn}^2 & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \dots \\ \lambda_n \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{01}^2 \\ \sigma_{02}^2 \\ \dots \\ \sigma_{0n}^2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

여기서 $\sigma_{ij}^2 = \text{Cov}(z_i, z_j)$, $\sigma_{0i}^2 = \text{Cov}(z_0, z_i)$ 이다. 위와 같은 크리깅 모델을 실험 계획법에 적용한다.

2.2 실험 계획법을 이용한 정규 크리깅 모델

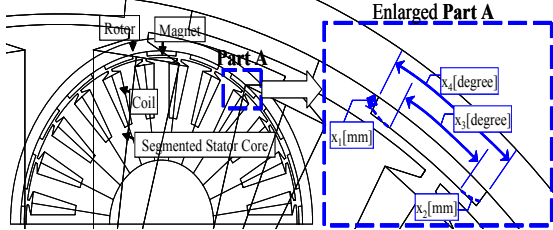
실험 계획법 중에 하나인 중심합성계획법을 이용해 휠인 영구자석 동기전동기의 설계 변수에 따른 반응값들을 계산하였다. 이를 이용해 여러 목적 함수에 대한 크리깅 모델들을 만든 후 다목적 함수를 적용하여 최적 설계를 하였으며 이는 그림 1에서 나타낸다.



〈그림 1〉 실험 계획법을 이용한 크리깅 모델에 의한 최적 설계 과정

3. 휠인 영구자석 동기전동기의 영구자석 최적 설계

그림 2는 휠인 영구자석 동기전동기의 영구자석 설계 변수를 보여주며 코깅 토크에 영향을 주는 변수들로 결정 하였다. 영구자석의 설계 변수는 각 파라미터를 네 가지 변수의 조합이 가능한 범위 내에서 결정된다. 여기서 x_1 은 영구자석 양 끝단의 두께, x_2 는 영구자석의 곡률 반경, x_3 는 영구자석의 평평한 내부 각, x_4 는 영구자석의 전체 외부 각을 나타낸다. 기본 모델은 외전형으로 코어는 개별 코어(세그먼트 타입)이다.



〈그림 2〉 영구자석의 설계 변수 결정

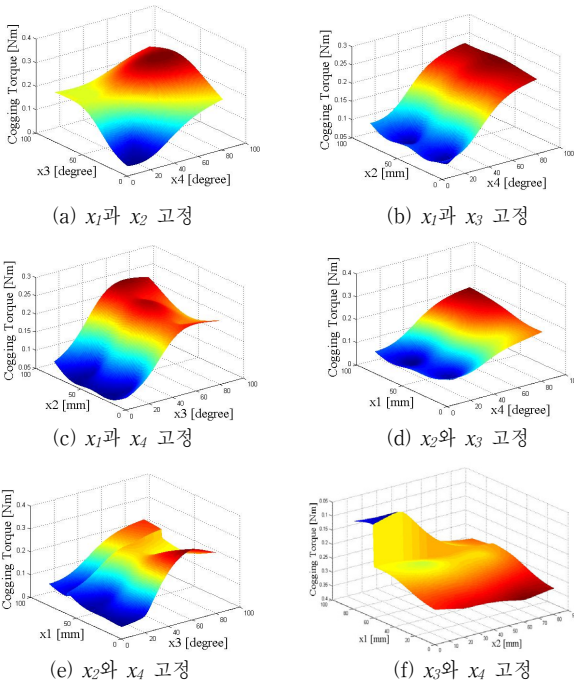
실험 계획법을 사용한 크리깅 모델에 의해 목적 함수는 다음과 같이 정해진다.

$$F_{obj1} = F_{cogging}(x_1, x_2, x_3, x_4) = \text{cogging torque [Nm]} \quad (7)$$

$$F_{obj2} = F_{THD}(x_1, x_2, x_3, x_4) = \text{THD in back_EMF [%]} \quad (8)$$

$$F_{obj3} = F_{RMS}(x_1, x_2, x_3, x_4) = \text{RMS in back_EMF [V]} \quad (9)$$

그림 3은 각각의 설계 변수에 대한 크리깅 모델의 코깅 토크 반응 표면을 보여준다. 이는 크리깅 모델이 비선형적인 특성을 잘 보여줌을 알 수 있다.



〈그림 3〉 코깅 토크의 반응 표면

표 1은 코깅 토크, 역기전력 왜형률과 실효치를 각각 목적 파라미터로 정한 것을 보여준다. μ 는 각각의 목적함수의 범위에 연관된 값으로써 μ 가 0에서 1사이의 값을 가지도록 식 (10)과 같은 목적 함수를 정할 수 있다.

〈표 1〉 다목적성을 고려한 파라미터

항 목	파라미터	
	$\mu=1$	$\mu=0$
목적 1 : Cogging torque	0.15	0.5
목적 2 : THD in back_EMF	14	15
목적 3 : RMS in back_EMF	8.9	7.9

$$\mu_{cogging} = \begin{cases} 0 & \text{when, } y_{cogging} > 0.5 \\ (0.5 - y_{cogging})/0.35 & \text{when, } 0.15 \leq y_{cogging} \leq 0.5 \\ 1 & \text{when, } y_{cogging} < 0.15 \end{cases} \quad (10)$$

위와 비슷한 과정으로 μ_{THD} , μ_{RMS} 를 얻을 수 있다. 그 후에 각 목적을 만족하는 최적값을 얻기 위해 다음과 같은 목적을 가지고 세 개의

목적함수를 만족하는 공통의 μ 를 최대화한다.

Maximize : μ

$$\text{Subject to : } -0.1 \times \mu - y_{cogging} \leq -0.15$$

$$-1 \times \mu - y_{THD} \leq -14$$

$$-1 \times y_{RMS} + \mu \leq -7.9$$

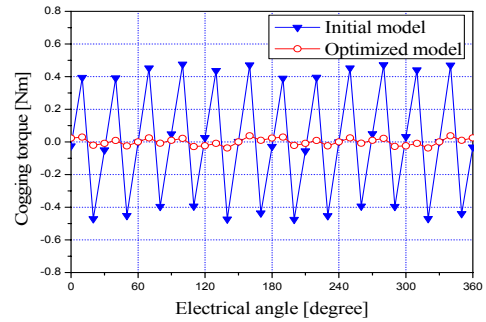
$$0.5 \leq x_1 \leq 1, 50 \leq x_2 \leq 100, 4 \leq x_3 \leq 8, 12 \leq x_4 \leq 16$$

μ 가 0.14일 때, 목적 함수는 설계 목적을 만족한다. 그 결과를 표 2에서 보여주고 있다. 초기 모델과 비교하여 최적 모델의 코깅 토크는 92.12% 정도 감소하였으며 역기전력 왜형률은 8.24% 정도 감소하였고 역기전력 실효치는 0.91% 정도 감소하여 거의 같은 값을 유지한다.

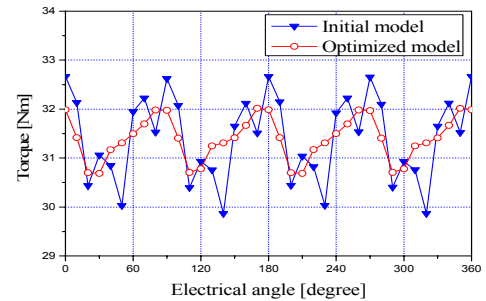
〈표 2〉 2D FEM에 의한 최적 모델 설계 결과

	x_1 [mm]	x_2 [mm]	x_3 [deg]	x_4 [deg]	$T_{cogging}$ [Nm]	THD in back_EMF [%]	RMS in back_EMF [V]
초기 모델	2	-	10.6	10.6	0.952	16.15	8.122
최적 모델	0.867	61.5	4.8	13.1	0.075	14.82	8.048

그림 4는 초기 모델과 최적 모델의 코깅 토크 파형을 비교한 것으로 초기 모델보다 최적 모델에서 코깅 토크가 효과적으로 감소되었다. 그림 5는 초기 모델과 최적 모델에 60[A]의 정현적인 전류원을 인가하였을 때 토크 리플 파형을 보여준다. 초기 모델과 최적 모델을 비교해보면 최적 모델에서 토크 리플이 52.52% 정도 감소되었다.



〈그림 4〉 코깅 토크 결과 비교



〈그림 5〉 토크 리플 결과 비교 (I=60[A])

4. 결 론

본 논문에서는 휠인 영구자석 동기 전동기의 영구자석의 형상을 최적 설계하였다. 역기전력 왜형률과 실효치를 고려하면서 코깅 토크를 감소시키기 위한 영구자석 최적 설계를 하기 위해 실험계획법을 이용한 크리깅 모델을 최적 설계 기법으로 제안하였다.

[참 고 문 헌]

- [1] J. Angeles, "An innovative drive for wheeled mobile robots," *IEEE Trans. Mech.*, vol. 10, pp. 43-49, Feb. 2005.
- [2] K. Y. Hwang, S. B. Rhee, B. Y. Yang and B. I. Kwon, "Rotor pole design in spoke type brushless DC motor by response surface method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no. 4, pp. 1833-1836, April 2006.
- [3] X. K. Gao, T. S. Low, Z. J. Liu and S. X. Chen, "Robust design for torque optimization using response surface methodology," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 4, pp. 1219-1222, April 2006.
- [4] L. Lebensztajn, C. A. R. Marretto, M. C. Costa and J. L. Coulomb, "Kriging : A Useful Tool for Electromagnetic Device Optimization," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 1196-1199, March 2004.