LSM을 이용한 이동체를 포함하는 전기기기의 유한요소 해석

백명기, 성탄일, 최윤석, 김영선, 박일한
성균관대학교

FE Analysis of electromechanical device including moving part using LSM

Myung Ki Baek, Tan Il Sung, Yoon Seok Choi, Young Sun Kim, Il Han Park
Sungkyungkwan University

Abstract - This paper presents a coupling scheme of LSM(Level Set Method) and Poisson's equation to analyze the dynamic performance of electromagnetic system with moving parts. Remeshing process is necessary to analyze the dynamics of moving object using finite element method. LSM is useful for analysis of moving objects or propagating models in time varying system.

In this paper, we proposed the material setting technique of mover using level set function. To validate the algorithm, we adopted the simple hinged electromagnet model with moving arm. The results of simulation are reasonable as expect.

1. 서　　론

공학적인 문제 해결을 위해 유한요소법(Finite Element Method)이 많이 사용되었다. 유한요소법은 해석영역을 유한개의 요소로 나누고 나누어진 요소 위에 정의된 지배방정식를 적용하여 연속체 문제를 유한차원 문제로 수식화 하는 근사적인 방법이다. 그런데 유한요소법은 전자기 시스템에서 동적인 부분을 해석하는데 있어서 어려움이 따른다. 해석모델에 동적인 부분이 있다면 힘을 받아서 동적인 부분이 움직이게 될 때, 매번 요소분할을 다시 해야 하기 때문이다. 동적인 부분을 다루는 방법들로는 moving mesh나 FEM,BEM-FEM 커플링 방법 등이 있지만 요소분할을 다시 하게 되면 해석시간이 오래 걸린다는 것과 동일하게 분할된 요소에서 모델을 해석하는 것이 아니기 때문에 결과가 부정확하게 된다.

Osher와 Sethian이 제안한 level set method[1],[2]는 변화하는 경계를 효과적으로 나타낼 수 있는 방법 중 하나로, topology optimization, chemistry, computer vision, control theory, image processing, fluid mechanics등 여러 분야에 널리 쓰이고 있다. Level set method를 요한요소해석에 적용하면 해석영역의 동적인 부분 혹은 힘을 받아서 움직이는 물체를 해석하는데 있어서 앞서 언급되었던 문제점들을 해결할 수 있다. Level set 함수를 사용하면 시간에 따라 변화하거나 또는 움직이는 물체의 경계를 표현할 수 있고, 모델을 해석할 때 모델이 변화하거나 움직일 때마다 요소분할을 다시 할 필요가 없다는 장점이 있다.

본 논문은 전자석 모델을 해석하였으며, 전자석의 플런저에 level set method를 적용하여 위치가 변화함에 따라 플런저가 받는 힘을 계산하였다.

2. 본　　론

2.1 Level set method

Level set method는 경계를 음함수 형태로 표현할 수 있다는 간단한 개념으로부터 시작된다. 사용되어지는 level set 함수는 고차함수로 zero level set은 함수의 값이 영을 만족하는 고차함수의 경계면을 나타낸다.

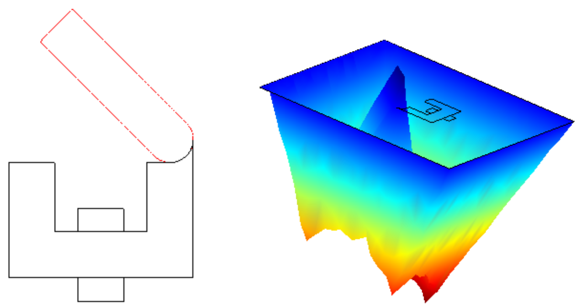
임의의 경계가 주어진 영역에서(Ω)에서 음함수 $\phi(\vec{r})$는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\phi(\vec{r}) > 0, && \vec{r} \in \Omega^{+} \ : \ air \\ &\phi(\vec{r}) = 0, && \vec{r} \in \partial\Omega \ : \ boundary \\ &\phi(\vec{r}) < 0, && \vec{r} \in \Omega^{-} \ : \ material \end{aligned} \tag{1}$$

Level set method에서 사용되는 두 개의 유용한 함수는 Heaviside 함수 $H(\phi)$와 Dirac-Delta 함수 $\delta(\phi)$로 다음과 같다.

$$H(\phi(\vec{r})) = \begin{cases} 0, & \phi \le 0 \\ 1, & \phi > 0 \end{cases} \tag{2}$$

$$\delta(\phi(\vec{r})) = \frac{dH(\phi(\vec{r}))}{d\phi} \tag{3}$$



<그림 1> Zero level set surface과 level set surface

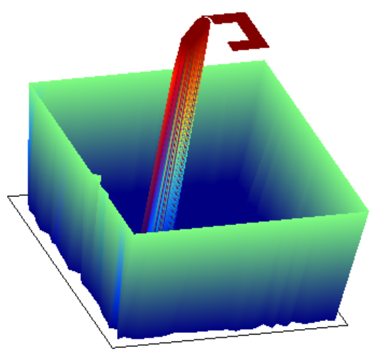
ϕ는 $\vec{r}$에 관한 함수로 주어진 영역에서 ϕ값이 0을 만족하는 부분의 경계를 나타낸다. smeared Heaviside 함수를 사용하여 영역에 매질값을 부여하였다.

$$\mu = \mu_0 H(\phi,h) + \mu_r(1 - H(\phi,h)) \tag{4}$$

$$\mu(\phi,h) = \begin{cases} \mu_0 & \phi > 0 \\ \mu_0\mu_r & \phi \le 0 \end{cases} \tag{5}$$

식(4),(5)에서 μ_0는 자유공간에서의 투자율이고, μ_r은 상대투자율이며, h는 매질과 자유공간의 경계를 조절해주는 파라미터이다. h의 값은 유한요소의 크기와 관련이 있으며 적절한 값을 선택해 주어야한다. 유한요소에 level set 함수를 적용하는 경우에 zero level set의 값이 항상 유한요소의 경계에 위치하는 것은 아니기 때문에 수치해석을 할 때, 어려움이 따르므로 smeared Heaviside 함수(6)를 사용하였다.

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & \phi < -h \\ \dfrac{1}{2} + \dfrac{\phi}{2h} + \dfrac{1}{2\pi}\sin(\dfrac{\pi\phi}{h}) & h \le \phi \le h \\ 1 & \phi > h \end{cases} \tag{6}$$



<그림 2> Smeared Heaviside 함수를 이용한 매질 설정

Zero level set으로 표현된 영역의 경계는 다음과 같은 적분식으로 계산 할 수 있다.

$$\int_{\Omega} f(\vec{r})H(\phi(\vec{r}))d\Omega \tag{7}$$

$$\int_{\Gamma} f(\vec{r})d\Gamma = \int_{\Omega} f(\vec{r})\delta(\phi(\vec{r}))|\nabla\phi(\vec{r})|d\Omega \tag{8}$$

Level set 방정식은 Hamilton-Jacobi 방정식으로 다음과 같고 $\vec{V}$는 경계의 속도이다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla\phi = 0 \tag{9}$$

Level set surface의 초기값은 signed distance function을 사용하여 설정하였다.

$$d(\vec{r}) = \min(|\vec{r} - \vec{r_I}|) \qquad \text{for } all \ \ \vec{r_I} \in \partial\Omega \tag{10}$$

모든 영역에서 $d(\vec{r}) = 0$이면 경계를 나타낸다.

2.2 위치변화에 따라 플런저가 받는 힘

전자기장에서 단위부피 속의 전하가 받는 힘은 Lorentz force 식(11)을 사용하여 계산할 수 있다.

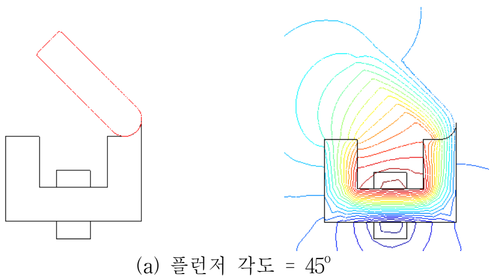
$$\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \tag{11}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{12}$$

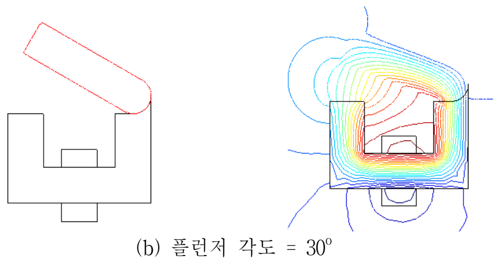
식(11)에 Ampere의 주회법칙(12)을 대입하고 곱셈규칙을 적용하여 정리하면 준정근사(Quasi-static approximation)에 의해 Maxwell stress tensor 식을 얻을 수 있다[5].

$$\vec{F} = \int_{v} \vec{f}\ dv = \oint_{s} \vec{p} ds$$
$$= \oint_{s} \frac{1}{\mu_0}\vec{B}(\vec{B} \cdot \hat{n}) - \frac{1}{2\mu_0}(\vec{B})^2\ ds \tag{13}$$

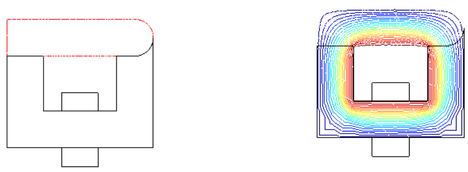
전자석 모델의 플런저를 level set 함수를 사용하여 나타내었으며 위치가 변화함에 따라 플런저가 받는 힘을 Maxwell stress tensor를 이용하여 계산하였다.



(a) 플런저 각도 = 45°



(b) 플런저 각도 = 30°



(c) 플런저 각도 = 0°

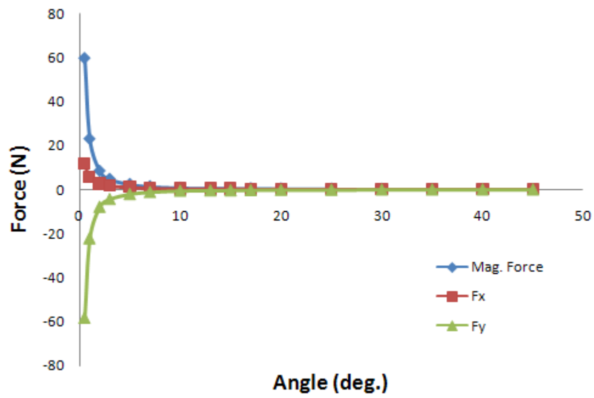
<그림 3> Zero level set surface와 자위분포

그림3에서 좌측은 위치에 따라 zero level set으로 표현한 플런저 이고, 우측은 smeared Heaviside을 사용하여 매질을 부여한 후 계산한 자위의 분포를 나타낸다.

위치에 따라 플런저가 받는 힘을 계산한 결과는 아래 <표 1>과 같다.

<표 1> 위치변화에 따라 플런저가 받는 힘

각 도	힘	각 도	힘
0.5°	59.6418 N	15°	0.573636 N
1°	22.9951 N	17°	0.478304 N
2°	8.42628 N	20°	0.419827 N
3°	4.78789 N	25°	0.316445 N
5°	2.44325 N	30°	0.251035 N
7°	1.453 N	35°	0.19859 N
10°	0.794612 N	40°	0.175783 N
13°	0.679085 N	45°	0.154693 N



<그림 4> 위치변화에 따라 플런저가 받는 힘

그림4에서 Fx는 플런저가 x방향으로 받는 힘이고 Fy는 y방향으로 받는 힘이며 $Mag.\ Force$는 $\sqrt{F_x^2 + F_y^2}$이다. 위의 결과로부터 플런저의 각도가 작아짐에 따라서 플런저가 받는 힘의 크기가 커져감을 알 수 있다.

3. 결 론

본 논문은 유한요소법과 level set method를 결합하여 위치변화에 따라 플런저가 받는 힘을 해석하였다. 전자기장에서 플런저가 받는 힘은 Maxwell stress tensor를 사용하였다. Level set method의 장점은 모델의 형상이 변화함에 따라 요소재분할을 하지 않고 해석을 할 수 있다는 것이다. 이는 해석시간의 절감을 가져오고, 초기에 분할된 요소에서 모델의 변화를 해석하기 때문에 오차가 줄어든다고 할 수 있다. 향후 계산되어진 플런저가 받는 힘을 운동방정식과 결합하면 이동체 전기기기의 해석이 용이할 것으로 기대된다.

[참 고 문 헌]

[1] Sethian, J. A., “Level Set Methods and Fast Marching Methods : Evolving Interfacesin Computational Geometry, FluidMechanics, Computer Vision, and Materials Science”, Cambridge University Press, 1999.

[2] Osher, S. and Fedkiw, R., “Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces”, Springer, NewYork, 2003.

[3] Zhenyu Liu, Jan G. Korvink, Ruoyu Huang, "Structure Topology Optimization : Fully Coupled Level Set Method via FEMLAB", Struct Multidisc Optim, 407-417, 2005

[4] Young Sun Kim, Jin Kyu Byun, Il Han Park, "A Level Set Method for Shape Optimization of Electromagnetic Systems", IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, 2008

[5] Julius Adams Stratton, “Electromagnetic Theory”, McGRAW-HILL Book Company, NewYork and London, 1941. pp. 83-104