Full-Ring 영구자석을 갖는 영구자석 동기 전동기의 특성 해석

장석명*, **박지훈***, 최장영*, 김일중**, 황준현***
충남대학교*, 호서대학교**, (주)매그플러스***

Characteristic analysis of permanent magnet synchronous motor with full-ring magnet

Seok-Myeong Jang*, Ji-Hoon Park*, Jang-Young Choi*, Il-Jung Kim**, Joon-Hyun Hwang***
Chungnam National University*, Hoseo University**, Magplus***

Abstract - This paper deals with characteristic analysis of permanent magnet synchronous motor with full-ring magnet. The modeling of magnetic circuit is performed analytically. And then, analytical solution for open-circuit field distribution due to permanent magnet, back-EMF and torque are derived in terms of magnetic vector potential and two-dimensional polar coordinate system. The analytical results are validated extensively by finite element analyses. Finally, we performed experiments of permanent magnet synchronous motor with full-ring magnet.

1. 서 론

초고속 회전기 시스템은 공작 기계의 스핀들 구동, 터보 압축 펌프타 마이크로 터빈과 같은 특수 시스템에 필수적인 요소 기술로 자리 잡아 가는 추세이다.[1]~[3] 초고속 회전기는 증속기 등의 기어가 필요 없이 직접 구동 드라이버나 가스 터빈 등에 접속되어 초고속 회전력을 얻을 수 있으며, 초고속 회전기를 이용하여 시스템을 구성하는 경우 소형 컴팩트화와 비용의 절감 및 시스템의 고효율화를 꾀할 수 있는 장점을 갖는다.

지금까지 고속 회전기의 구동원으로 농형 유도 전동기가 견고성과 유지보수, 안정적 운전 등의 장점 때문에 산업 전반에 주로 사용되어 왔다. 그러나 저속 영역에서의 효율이 낮고, 초고속 구동시 농형 알루미늄 바, 슬롯-치 등의 복잡한 자기적 구조가 내구성 측면에서 적합하지 않을 뿐남 아니라, 항상 슬립이 존재하는 유도 전동기의 기본적 특성 때문에, 2차측 회전자 바의 동손에 의한 열이 크게 발생하므로 효율 및 역률 저하 등의 많은 문제점을 야기한다. 또한, 릴럭턴스 전동기는 회전자의 구조가 간단하고, 내구성이 강하며, 가격이 저렴하고, 저속에서도 토크가 큰 장점을 갖고 있으나 고속 시스템의 구동원으로 사용되는 경우 토크의 맥동이 크고, 소음 및 진동 등의 문제점으로 근복적 제약을 받으며, 정밀한 제어도 어렵다는 단점을 갖는다. 최근에는 희토류계 영구자석의 발달과 함께 구조가 간단하고, 컴팩트한 사마륨코발트 영구자석을 회전계자로 하는 영구자석 기기가 수십만 rpm까지의 초고속화에 가장 적합한 것으로 평가되고 있다.[4] 영구자석 동기 전동기의 경우에는 고정자에만 권선이 배치되어 있어, 고정자와 회전자가 동시에 발열하는 유도 전동기에 비해 냉각을 단순화 할 수 있고, 고밀도 영구자석의 사용으로 작은 체적으로 높은 출력을 낼 수 있다는 장점을 갖는다.

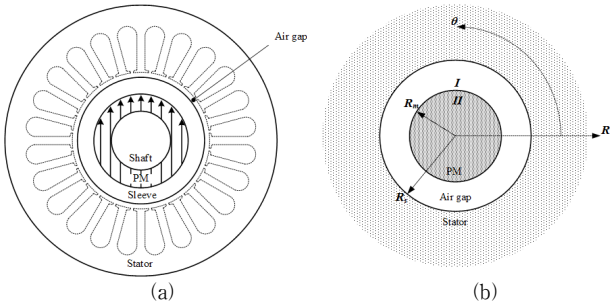
영구자석 전동기의 설계 및 해석에는 유한요소법과 같은 수치해석법과 공간고조파법과 같은 해석적 방법이 주로 사용된다. 유한요소법과 같은 수치해석법은 고정자 요크의 포화 및 재질의 비선형 등을 고려한 정밀한 해석 및 설계가 가능하게 한다. 그러나 유한요소법 등의 수치해석 상용 프로그램이 정밀한 해석 결과를 제공하고 사용자가 편리하게 계산할 수 있도록 제작되어 널리 보급되어 사용하고 있기는 하지만 복잡한 현상의 3차원 해석 등은 시간이 오래 걸리기 때문에 여러 개의 설계 변수에 따른 기기 특성을 분석하는데 불편하고, 동특성 시뮬레이션 및 제어정수 도출에 어려움을 수반한다.[5] 따라서 해석적인 방법에 의한 초기 해석에 대하여 유한요소법에 의한 검증이 많은 연구자들에 의하여 수행되었다. Z. Q. Zhu[6]는 반경 방향 자화를 갖는 브러시리스 직류 전동기의 극수에 따른 무부하 자계를 극좌표계와 자기 스칼라 퍼텐셜을 이용한 해석을 수행하여 유한요소법과 비교 검증한 바가 있다.

본 논문에서는 논문을 통해 발표되지 않은 full-ring 영구자석을 갖는 영구자석 동기 전동기의 특성 해석을 위한 특성식을 도출하여, 유한요소 해석와 실험 모델의 제작을 통해 타당성을 검증하였다.

2. 영구자석 동기 전동기의 특성식

2.1 해석 모델의 구조 및 가정

그림 1(a)는 축과 영구자석 그리고 영구자석을 감싸는 슬리브로 구성된 회전자와 슬롯티드 고정자의 구조인 영구자석 동기 전동기를 보여주고 있다. 그림 1(b)는 그림 1(a)의 영구자석 동기 전동기 구조에 대하여 full-ring 영구자석 동기 전동기의 해석 모델을 보여주고 있다. 그림 1(b)로부터 영구자석의 반경을 R_m, 고정자 내반경을 R_s로 정의한다. 또한, 특성 해석을 위하여 해석 모델을 I, II 영역으로 구분하였고, I 영역은 R_s부터 R_m, II 영역은 R_m부터 중심까지로 설정하였다. 본 논문에서는 특성 해석을 위하여 다음의 가정을 적용하였다.



(a) (b)

<그림 1> 영구자석 동기 전동기의 구조 및 해석 모델

1) 회전자는 θ 방향으로 회전 운동한다.
2) 영구자석은 R 방향과 θ 방향 성분만을 갖는다.
3) 자기 벡터 퍼텐셜은 z 방향 성분만을 갖는다.
4) θ 방향 길이는 연속이다.

2.2 영구자석에 의한 자속 밀도 특성식

직경 방향 착자된 영구자석 전동기의 공간적으로 분포하는 영구자석의 자화는 식(1)과 같다.[6]

$$\vec{M} = M_r \cos\theta i_r + M_\theta \sin\theta i_\theta \quad (1)$$

여기서 M_r과 M_θ는 직경 방향 자화에 대한 성분을 나타내며, 영구자석 영역은 전류가 없으므로, $\nabla \times \vec{H} = 0$ 이다. 따라서 $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \nabla \times \vec{M}$ 이 되며, 자기 벡터 자위 $\vec{A}$는 $\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$로 정의된다. 쿨롱 게이지 $\nabla \cdot \vec{A} = 0$를 적용한 푸아송 방정식은 식(2)와 같다.

$$\nabla^2 A_z^I = 0 \quad (2.a)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_z^I + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} A_z^I - \frac{1}{r^2} A_z^I = 0 \quad (2.b)$$

$$\nabla^2 A_z^{II} = -\mu_0 (\nabla \times \vec{M}) \quad (2.c)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_z^{II} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} A_z^{II} - \frac{1}{r^2} A_z^{II} = -\mu_0 \frac{Q}{r} \quad (2.d)$$

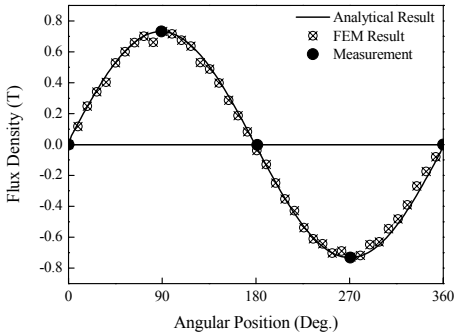
여기서 윗첨자 I, II는 그림 1(b)의 공극 영역, 영구자석 영역이고, $Q = (M_r + M_\theta)\sin\theta$를 나타낸다. 식(1)과 식(2)를 이용하여 자기 벡터 자위의 해를 구하면 식(3)과 같다.

$$A_{zn}^h = \sum_{n=1,odd}^{\infty} [a r^q + b r^{-q}] \quad (3.a)$$

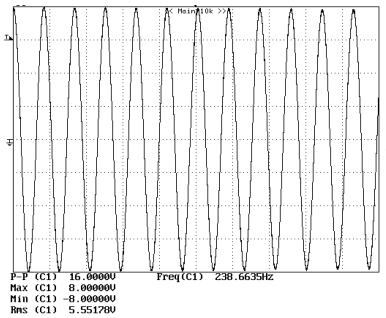
$$A_{zn}^p = \sum_{n=1,odd}^{\infty} \frac{\mu_0 q r}{q^2 - 1} Q \quad (3.b)$$

$$A_{zn}^p = -\frac{\mu_0 r \ln r}{2} Q \quad (3.c)$$

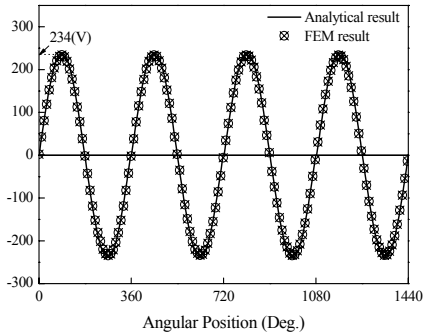
여기서 윗첨자 h와 p는 각각 일반해와 특이해를 나타내며, $q = n \cdot p$이고, n은 고조파 차수, p는 극 쌍수이다. 식(3.b)는 $q \neq 1$인 경우이며, 식



〈그림 2〉 공극 자속 밀도



〈그림 3〉 실험에 의한 무부하 선간 전압



〈그림 4〉 해석적 방법에 의한 무부하 선간 전압

(3.c)는 $q=1$인 경우이다. 본 논문의 영구자석은 2극이므로, 식(3.c)가 사용된다.

자기 벡터 자위의 정의와 식(3)을 이용하여 영구자석 영역과 공극 영역에 대한 자계 특성식이 식(4)로 주어진다.

$$B_{rn}^{I,III}=\frac{1}{r}\{C^{I,III}r+D^{I,III}r^{-1}\}\cos\theta$$

$$B_{rn}^{II}=\frac{1}{r}\left\{C^{II}r+D^{II}r^{-1}-\frac{\mu_0 r\ln r}{2}Q\right\}\cos\theta$$

$$B_{\theta n}^{I,III}=-\{C^{I,III}-D^{I,III}r^{-2}\}\sin\theta$$

$$B_{\theta n}^{II}=-\left\{C^{II}r-D^{II}r^{-2}-\frac{\mu_0(\ln r+1)}{2}Q\right\}\sin\theta \quad (4)$$

식(4)의 미정계수 $C^I, C^{II}, C^{III}, D^I, D^{II}, D^{III}$는 각 영역에 대한 값을 가지며, 경계 조건을 대입함으로 계산되어 진다. David L. Trumper은 Halbach 자화를 등가 전류 모델을 이용하여 수평과 수직 자화로 표현하여 경계 조건을 제안하였다. 직경 방향 자화의 경우 수평과 수직 자화의 벡터 합으로 표현할 수 있으며, 이것은 Halbach 자화와 동일하게 표현할 수 있음을 의미한다. 직경 방향 자화의 θ 성분은 영구 자석 영역 외부(I 영역)와 내부(II 영역) 경계에서 불연속이다. 따라서 I 영역과 II 영역 경계에서 θ 성분 자계(H_θ)는 불연속이고, 모든 경계면에서 r 성분 자속 밀도(B_r)는 연속이다. 또한, 가정에 의하여 고정자 철심의 투자율은 무한이므로, 고정자 내반경($r=R_s$)에서 θ 성분 자계(H_θ)는 零이다. 결과적으로, 직경 방향 자화를 갖는 영구자석 전동기의 경계 조건은 식(5)로 표현된다.

$$H_\theta^I|_{r=R_s}=0 \quad (5.a)$$

$$H_\theta^I|_{r=R_o}-H_\theta^{II}|_{r=R_o}=-M_\theta \quad (5.b)$$

$$B_r^I|_{r=R_o}=B_r^{II}|_{r=R_o} \quad (5.c)$$

식(4)부터 식(5)까지를 이용하여 공극 영역(I)에서 자기 회로에 따른 영구자석에 의한 자속 밀도는 식(6)로 계산되어 진다.

$$B_{rn}^I=\left\{\frac{B_r}{2(R_s r)^2}(R_s^2+r^2)(R_o^2-R_i^2)\right\}\cos(\theta)$$

$$B_{\theta n}^I=\left\{\frac{B_r}{2(R_s r)^2}(R_s^2-r^2)(R_o^2-R_i^2)\right\}\sin(\theta) \quad (6)$$

여기서 B_r은 영구자석의 잔류 자기이다.

2.3 역기전력 특성식

영구자석 동기 전동기의 무부하 자속 밀도 분포는 식(7)로 표현된다.

$$B_{open-circuit}(\theta,t)=\triangle_0\sum_n B_n\cos(\theta-\omega_r t) \quad (7)$$

여기서 $\triangle_0$은 상대 퍼미언스의 평균값이며, B_n은 영구자석에 의한 반경 방향 자속 밀도이다. 따라서 식(7)의 무부하 자속 밀도를 이용한 고정자 코일의 쇄교 자속은 식(8)로 계산되어진다.

$$\lambda=\int_{-\delta/2}^{\delta/2}B_{open-circuit}(\theta,t)R_s l_a d\theta \quad (8)$$

여기서 δ는 고정자 코일 피치 각이고, R_s는 그림 1(b)에서 알 수 있듯이 고정자 내반경이며, l_a는 축 방향 적층 길이이다. 식(8)은 식(9)로 표현된다.

$$\lambda=2R_s l_a\triangle_0 K_{pn}\sum_n B_n\sin(\delta/2+\omega_r t) \quad (9)$$

여기서 K_{pn}은 코일 피치이다. 식(9)를 이용하여 역기전력을 계산하면 식(10)으로 나타낼 수 있다.

$$V_{emf}=-\frac{d\lambda}{dt}=-2R_s l_a\triangle_0 B_n\omega_r\cos(\delta/2+\omega_r t) \quad (10)$$

식(10)을 한 상에 대하여 정리하면 식(11)로 표현된다.

$$V_{emf}=-2N_{ph}R_s l_a\triangle_0 B_n\omega_r\cos(\delta/2+\omega_r t) \quad (11)$$

여기서 N_{ph}는 상당 턴 수이다.

3. 특성 해석 결과의 검증

영구자석 동기 전동기의 특성식의 타당성을 검증하기 위하여 정격 출력 13kW, 정격 속도 16000rpm, 영구자석 두께 22mm, 회전자 반경 25mm, 고정자 내반경 27mm, 적층길이 135mm, 상당 턴 수 32턴인 full-ring 영구자석을 갖는 실험 모델을 제작하였다. 그림 2는 영구자석 동기 전동기의 공극 자속 밀도를 측정한 결과와 해석된 결과 및 유한요소 해석 결과를 비교한 것이며, 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 그림 3은 무부하 역기전력을 실험한 결과이며, 실험을 수행하기 위하여 정격 속도인 16000rpm으로 회전시키고, 입력 전원을 개방하였을 때 무부하 회전 속도에서 측정한 선간 전압이며, 회전 속도는 약 14320rpm임을 알 수 있다. 실험에 의한 선간 전압은 식(12)를 통하여 상 전압으로 계산할 수 있다.

$$V_{ph}=\frac{1}{\sqrt{3}}V_{L-L}\times k=\frac{1}{\sqrt{3}}\times 8\times 50=230.94 \quad (12)$$

여기서 V_{ph}는 상 전압이고, V_{L-L}은 선간 전압이며, k는 Scope의 차동 증폭기 비율이며, 50이다. 그림 4는 해석적인 방법에 의하여 14320rpm에서 역기전력 해석 결과를 유한요소 해석과 비교한 것이며, 실험을 통해 얻어진 선간 전압을 상 전압으로 계산한 결과인 식(12)와 비교하여 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 full-ring 영구자석을 갖는 영구자석 동기 전동기의 특성식을 도출하였으며, 특성식의 타당성을 검증하기 위하여 해석 모델을 제작하여, 유한요소해석 및 실험을 수행하였다. 해석된 결과는 유한요소 해석 및 실험과 비교하여 잘 일치함을 확인할 수 있으며, 전자기 특성식으로부터 제어정수를 도출하여 동특성 시뮬레이션 및 구동 특성을 수행할 예정이다.

[참 고 문 헌]

[1] Nicola Bianchi, Silverio Bolognani, Fabio Luise, "Prtentials and limits of high-speed PM motors," IEEE Trans. Indust. Applicat., vol.40, Nov./Dec. 2004.

[2] Bon-Ho Bae, Seung-Ki Sul, Jeong-Hueck Kwon and Ji-Soeb Byeon, "Implementation of sensorless vector control for super-high-speed PMSM of turbo-compressor," IEEE Trans. Indust. Applicat., vol.39, May/June 2003.

[3] Jason D. Ede, Z. Q. Zhu and D. Howe, "Rotor resonances of high-speed permanent magnet brushless machines," IEEE Trans. Indust. Applicat., vol.38, Nov./Dec. 2002.

[4] 이성호, 자기회로 구성조건에 따른 직선형 전자기 에너지 변환기의 정특성 해석, 박사학위논문, 충남대학교, 2003.

[5] Jiabin Wang, Geraint W. Jewell, David Howe, "A general framework for the analysis and design of tubular linear permanent magnet machines," IEEE Trans. Magn. vol.35, no.3, pp.1986-2000, May. 1999.

[6] Z. Q. Zhu, D. Howe, "Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part I : open-circuit field," IEEE Trans. Magn., vol.29, pp.124-135, Jan. 1993.