비대칭 비용함수 기반의 통행배정모형의 해석에 관한 연구

The Study on the solution of the assignment model
based on asymmetric cost function

박 준 환	신 성 일	임 용 택
(서울시정개발연구원 도시교통부 초빙부연구위원)	(서울시정개발연구원 도시교통부 연구위원)	(전남대학교 교통물류시스템공학부 조교수)

목 차

Key word : 비대칭 비용함수, 통행배정, 해석알고리즘, 대각화, column generation
asymmetric cost function, assignment, solution algorithm, diagonalizatioon, column generation

요 약

본 연구에서는 통행배정 모형이 갖는 여러 가지 가정 중 대칭적 통행비용 함수를 갖는 가정을 극복할 수 있는 방법에 대해 살펴보았다. 통행배정 문제에 있어서 대칭적 비용함수 가정이라는 것은 링크의 통행비용은 다른 링크의 교통량에 전혀 영향을 받지 않는 않으면서, 동시에 해당 링크를 통과하는 단하나의 수단에 의해서만 결정된다는 의미이다.

본 연구에서는 이러한 가정을 극복할 수 있는 비대칭 통행배정모형의 특성을 살펴보고, 그 해석 모형에 대해 고찰하였다. 이 때 대표적 비대칭 통행배정 문제인 다수단 통행배정 모형을 중심으로 문제를 정의하여 검토하였다.

대각화(Diagonalized) 알고리즘과 Column Generation에 기반한 heuristic 모형을 다수단 통행배정 모형에 적용하여 그 결과를 분석하였다. 그 과정을 통해 대각화 알고리즘은 초기해의 수단과 수렴기준 수단에 따라 서로다른 해를 갖는 복수의 평형해(Equilibria)특성을 가지고 있었다. 그에 비해 Column Generation에 기반한 heuristic 모형은 Euclidean Norm을 이용한 부분최적화를 통해 복수의 평형해(Equilibria)에 관한 문제점을 개선할 수 있었다.

I. 서 론

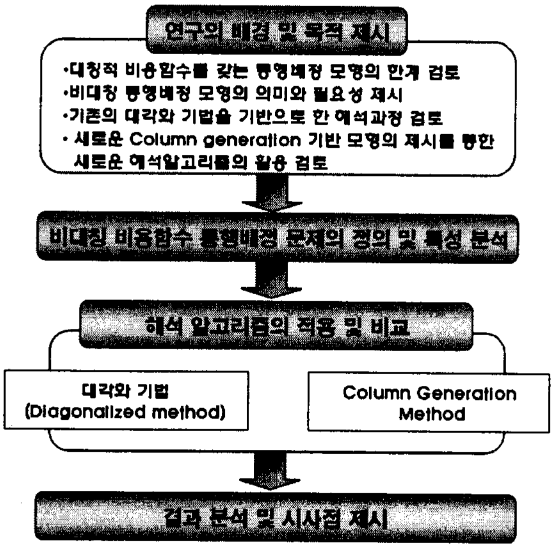
교통 수요예측의 주요한 과정 중 하나인 통행배정 모형은 여러 가지 많은 가정을 포함하고 있다. 예를 들어, 모든 운전자는 모든 경로의 통행비용을 알고 있다거나, 각 링크의 통행비용은 그 링크를 이용하는 통행량에 의해서만 결정된다와 같은 가정 등을 바탕으로 모형이 구축되어 있다. 통행배정 모형은 이러한 여러 가정들을 극복해가는 과정을 통해 개선되고 발전되고 있다.

본 연구에서는 여러 가지 가정 중 대칭적 통행비용 함수를 갖는 가정을 극복할 수 있는 방법에 대해 논의하고자 한다. 통행배정 문제에 있어서 대칭적 비용함수 가정이라는 것은 하나의 링크 통행비용이 해당 링크의 교통량에 의해서만 결정된다는 가정을 의미한다. 즉, 특정 링크의 통행비용은 다른 링크의 교통량에 전혀 영향을 받지 않는 않으면서, 동시에 해당 링크를 통과하는 단하나의 수단에 의해서만 결정된다는 의미이다.

그러나 이러한 가정은 현실적인 측면을 고려할 때 합리적인 가정으로 받아들이기 힘들다. 특정 링크가 주변 링크에 의해 영향을 받을 경우도 있고, 승용차 뿐 아니라 버스, 트럭 등 다양한 수단이 통행할 수 있기 때문이다. 이러한 현실을 반영하기 위해서는 통행비용함수에 다양한 요소를 변수로 포함시켜야 한다. 문제는 이로 인해 통행비용함수의 1차 편미분행렬이 비대칭 행렬이 되는 비대칭 비용함수의 형태를 갖게 됨으로 인해 Frank-wolf알고리즘과 같은 일반적 방법론으로는 모형의 해석이 어렵게 된다. 대신 대각화 기법(Diagonalized method)와 같은 별도의 해석모형이 필요한데, 기존의 이 모형에서 유일해를 갖기 위해서는 별도의 조건이 필요한 것으로 알려져 있다.

본 연구에서는 비대칭 통행배정모형의 특성을 살펴보고, 그 해석 모형에 대해 고찰한다. 이 때 대표적 비대칭 통행배정 문제인 다수단 통행배정 모형을 중심으로 문제를 정의하여 검토한다. 비대칭 통행배정 모형의 특성을 기반으로 기존에 사용되던 해석 모형의 문제점을 검토하여 새로운 방법론을 모색해 보고자 한다. 더불어 예제 네트워크를 대상으로 해석 알고리즘을 적용하여 평가한다. 적용한 결과를 바탕으로 알고리즘의 특성을 분석하여 각 알고리즘의 장점과 한계를 구체화한다.

이러한 연구의 목적에 따라 <그림 1>과 같은 과정을 통해 연구를 진행한다.



<그림 1> 연구의 구성 및 절차

Ⅱ. 비대칭 비용함수의 통행배정모형 특성분석

1. 비대칭 비용함수의 의미

일반적으로 균형상태를 가정한 통행배정 모형에서 표현한 수식은 링크의 통행시간이 하나의 수단과 링크 자신만의 통행량의 함수로 구축되어 있다. 그러나 현실적인 측면에서 고려할 때 이러한 가정은 모순을 내포하고 있다.

우선 해당 링크만의 비용함수에 대한 가정의 경우 신호 교차로에서 상류부 링크 교통량은 하류부 링크 교통량에 영향을 받을 수 있다. 또한 이면도로와 같은 조그마한 폭원의 도로나 신호가 없는 교차로에서 회전교통량은 대향 링크의 통행량에 영향을 받는 경우가 일반적이다.

한편 단일 수단 가정의 경우도 마찬가지인데, 일반 도로에는 승용차뿐 만 아니라 버스, 트럭과 같은 다양한 수단이 혼재되어 있다. 문제는 도로에 승용차 한 대가 추가될 때 증가되는 비용의 변화분과 트럭 한 대가 추가될 때 증가되는 비용의 변화분은 다를 수 있다는 점이다.

이러한 사실을 정리하면 링크의 통행시간은 자신만의 단일 수단 통행량에 의해서만 결정되지 않고, 여러 요인들에 영향을 받게 되어 있다. 그리고 각 요인들이 통행비용에 미치는 영향은 서로 다르다. 이러한 현실을 통행배정 모형에서 반영하기 위해서는 비대칭적 비용함수를 갖게 된다. 보다 정확히 말하자면 비용함수의 1차 편미분 메트릭스인 Jacobian matrix가 비대칭의 형태를 갖게 된다는 것이다.

2. 모형상의 정의

비대칭 통행배정의 비용함수는 우선 자신의 링크교통량만의 함수인 형태와 다른 링크교통량의 영향을 고려하는 형태로 구분할 수 있다. 두 형태를 수식으로 표현하면 다음과 같다.(임강원, 임용택, 2004)

$$\frac{\partial c_a(x)}{\partial x_b} = \frac{\partial c_b(x)}{\partial x_a} = 0, \qquad (1)$$

$$즉\ J_{ab} = 0,\ \ \forall a \neq b$$

$$\frac{\partial c_a(x)}{\partial x_b} \neq 0, \quad \frac{\partial c_b(x)}{\partial x_a} \neq 0, \qquad (2)$$

$$\text{즉} \quad J_{ab} \neq 0, \quad \forall a \neq b$$

여기서,

x_a : 링크 a의 통행량

$c_a(x)$: 링크 a의 통행량(x)일 때 통행비용

J : Jacobian matrix

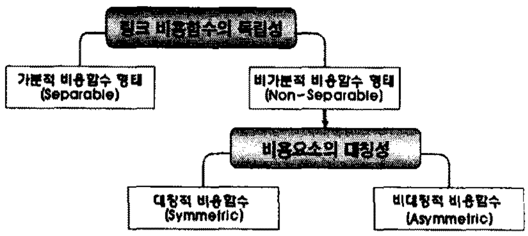
J_{ab} , $\forall a \neq b$:Jacobian matrix의 부대각요소

식 (1)의 경우는 자신 외의 다른 링크에 의한 편미분 값이 0을 갖는 가분조건(separable condition)을 의미하고, 식 (2)의 경우는 자신외의 다른 링크에 의한 편미분 값이 0이 아닌 비가분조건(non-separable condition)을 의미하는 식이다. 이러한 비가분조건은 대칭조건과 비대칭 조건으로 나눌 수 있다.

$$\frac{\partial c_a(x)}{\partial x_b} = \frac{\partial c_b(x)}{\partial x_a}, \quad \forall a \neq b \qquad (3)$$

$$\frac{\partial c_a(x)}{\partial x_b} \neq \frac{\partial c_b(x)}{\partial x_a}, \quad \forall a \neq b \qquad (4)$$

식(3)은 야코비안행렬(Jacobian matrix)이 대칭의 형태를 가지므로 대칭조건(symmetric condition)이라 하고, 식(4)는 비대칭의 형태를 가지므로 비대칭조건(asymmetric condition)이라 한다.



<그림 2> 비용함수 형태에 따른 구분

통행비용함수의 대칭/비대칭 조건이 중요한 이유는 비용함수의 이러한 성질에 따라 통행배정문제의 해가 하나인지, 다수인지가 결정되기 때문이다. 예를 들어 다수단 통행배정모형은 본질적으로 비대칭문제이기 때문에 목적함수의 Jacobian 행렬이 비대칭적인 형태를 갖는다. 즉, 승용차의 통행시간은 승용차뿐만 아니라 트럭교통량에도 영향을 받는다는 것이다. 그리고, 각 수단이 통행비용에 미치는 영향은 그 크기가 서로 다르다는 의미이다.

다음 장에서는 이러한 특성의 비대칭 비용함수를 갖는 대표적 문제인 다수단 통행배정 모형을 중심으로 해석상의 특징 및 해석 모형에 대해 구체적으로 살펴본다.

Ⅲ. 비대칭 통행배정문제의 해석모형 검토

비대칭 비용함수에 관한 해석모형을 검토하기 위해 대표적 비대칭 비용함수 문제인 다수단 통행배정 모형을 통해 문제의 해석방법을 검토한다.

1. 문제의 정의 및 특성

1) 다수단 통행배정 모형의 정의

다수단 통행배정 모형이란 교통망을 이용하는 통행자들이 동일한 특성을 갖지 않는 이질적인 수단일 경우를 반영하여 이들 통행 수요를 교통망에 배정하는 문제이다. 이 문제가 Dafermos(1972)에 의해 제기된 이유는 주로 트럭과 승용차간의 상호 영향을 고려한 통행패턴을 얻기 위해서이다.

다중수단 통행배정에 사용되는 비용함수에 대한 특징은 이 문제의 구성과 해석에 있어서 중요한 요소이기 때문에 임용택(1997), 백승걸(2001)등의 여러 연구에서 언급하고 있다.

복수수단 통행배정모형에서 사용되는 통행비용함수의 경우 통행비용함수 내에 하나 이상의 교통량변수가 포함된다. 예를 들어 고려되는 수단이 승용차와 트럭이라 하면 통행비용함수에는 해당 링크를 지나는 승용차의 교통량과 트럭의 교통량이 동시에 포함된다. 일반적인 교통수요분석의 경우, PCU단위로 환산하여 적용하지만 이러한 경우 승용차와 트럭간의 상호작용을 묘사할 수 없으므로 정확한 분석을 위해서는 복수수단 통행배정모형을 이용하여야 한다.(Wynter, 1995)

다중수단의 통행배정문제를 풀기위한 복수수단의 비대칭 비용함수에 대한 연구는 여러 연구자들을 통해 발표된 바 있으나(Mahmasani and Mouskos, 1988) 가장 일반적인 형태는

BPR 형태의 함수식이다. 예를 들어 트럭과 승용차를 함께 통행배정하는 경우를 가정하면, 각 수단별 통행비용함수를 아래와 같이 구성할 수 있다.

$$t_a(v_a, v_t) = t_{o,a}\left[1 + \alpha_a\left(\frac{v_a + 2v_t}{C}\right)^{\beta_a}\right] \qquad (5)$$

$$t_t(v_a, v_t) = t_{o,t}\left[1 + \alpha_t\left(\frac{v_a + 2v_t}{C}\right)^{\beta_t}\right]$$

여기서,

v_a, v_t : 특정 링크의 승용차(a) 및 트럭(t) 교통량

C : 특정 링크의 용량

α_a, α_t, β_a, β_t : 승용차와 트럭에 대한 파라메터

이 때 이러한 다중수단 비용함수를 제시하는 과정에서 반드시 고려해야 할 두가지 특징이 Wynter(1995)에 의해 제시되었다.

첫째는 다중혼잡(multiclass congestion)의 문제인데, 혼잡시 두 차종간의 통행비용 차이가 비혼잡시의 차이에 비해 비현실적으로 차이가 나지 않아야 한다는 것이다. 다시말해, 각 수단별 t_0의 값의 차이가 1:0.8이라면 통행량이 증가한 경우에도 이 비율을 과도하게 초과해서는 안된다는 의미이다. 만일 같은 링크에 존재하는 승용차와 트럭의 통행시간이 2배이상 차이가 난다는 것은 현실적으로 설명하기 어려운 가정이다.

둘째는 비일관적 계층정의(inconsistent class definitions)의 문제인데 비혼잡시에는 통행비용이 적었던 통행수단이 혼잡시에는 통행비용이 많아지는 문제이다. 예를들어 승용차의 t_0가 적어서 트럭의 통행비용보다 적은 값을 가졌는데, 혼잡시에는 트럭에 비해 통행비용이 더 많아지는 비용함수는 곤란하다는 것이다.

2. 대각화(Diagonalized) 알고리즘

1) 대각화 알고리즘의 개념 및 문제정의

링크비용에 대한 Jacobian행렬이 비대칭인 경우, Wardrop균형문제에 관계된 동등 최소화 문제는 존재하지 않는다. 이러한 경우에 많이 쓰이는 방법은 대각화 알고리즘이다.

대각화 알고리즘은 외부반복계산이 진행될 때 마다 하나의 변수 이외의 변수를 고정시키고 Frank-wolfe알고리즘을 수행하는 내부 계산과정을 변수마다 반복하여 두 개 이상의 변수에 대한 최소화 작업을 수행하는 알고리즘을 뜻한다.

대각화 알고리즘을 보다 구체적으로 살펴보기 위해 다수단 통행배정 모형을 정의하여 대각화 알고리즘을 적용해 볼 필요가 있다. 대각화 알고리즘을 이용한 다수단 통행배정문제는 김현철(1997)에서 제시한 내용을 중심으로 살펴본다.

그 연구에서는 승용차와 버스, 트럭으로 구성된 통행배정모형을 바탕으로 대각화 알고리즘을 적용하여 해를 도출하였다. 이 때 링크 a의 비용은 식(6)과 같이 정의할 수 있다.

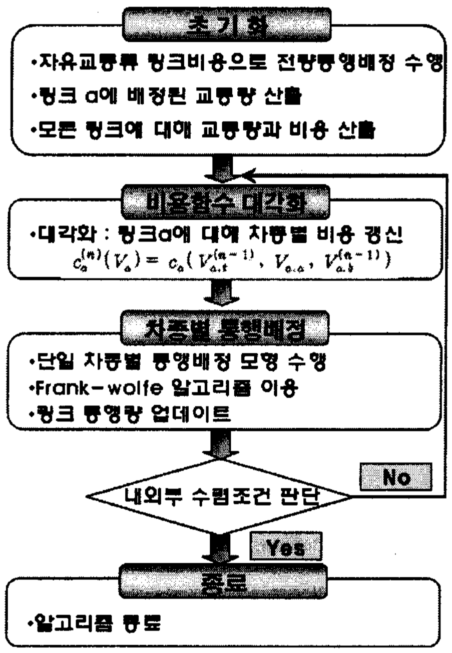
$$c_a(v_a) = c_a(v_{a,t}, v_{a,a}, v_{a,b}) \qquad (6)$$

여기서,

$c_a(v_a)$: 교통량 v_a일 때 링크 a의 비용

$v_{a,t}$, $v_{a,a}$, $v_{a,b}$: 링크 a의 트럭(t), 승용차(a), 버스(b) 교통량

이 때 버스의 경우 노선별 배차간격에 따라 교통량이 결정되어 있는 것으로 가정하였다.



<그림 3> 대각화 기법을 이용한 다수단 통행배정 해석 과정

이렇게 정의된 비용함수를 바탕으로 구성된 통행배정 모형에서 사용되는 대각화 알고리즘은 <그림 3>과 같은 과정을 거쳐 수행된다.

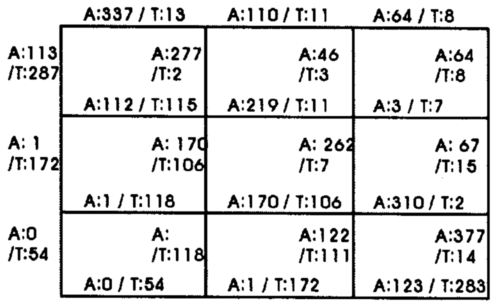
2) 통행배정 결과 검토

대각화 알고리즘을 이용하여 풀이한 통행배정 모형의 결과는 다수의 해를 갖는 것으로 나타났다. 다수해는 수단별 초기해 도출 순서와 수렴 조건의 기준 수단에 따라 총 4개의 해를 갖는 것으로 나타났다. 이런 결과를 표로 정리하면 <표 1>과 같이 4가지 형태를 갖는다.

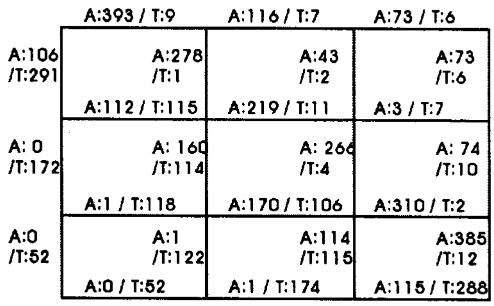
<표 1> 도출된 해의 종류 구분

	초기해 조건	수렴의 조건 수단
Type 1	승용차	트럭
Type 2	승용차	승용차
Type 3	트럭	트럭
Type 4	트럭	승용차

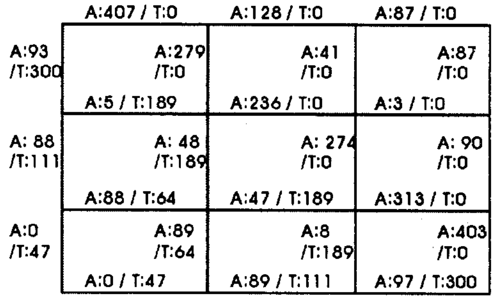
각 링크별로 도출된 승용차(A)와 트럭(T)의 통행배정 결과를 <그림 4>~<그림 7>을 통해 제시하였다. 그 결과 초기해의 조건과 수렴조건의 기준수단에 따라 링크별 통행량이 차이가 있음을 확인할 수 있다.



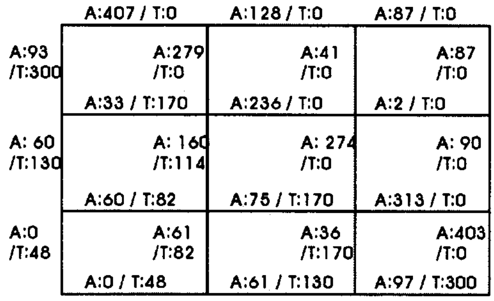
<그림 4> Type 1의 해



<그림 5> Type 2의 해



<그림 6> Type 3의 해



<그림 7> Type 4의 해

이러한 여러 개의 균형해(Equilibria)를 갖게 되는 이유는 초기해 도출 순서와 수렴 조건의 기준 수단에 따라 각각의 평형해를 갖기 때문이다. 결과의 차이는 수렴성 확인과정보다는 초기해 산출 순서의 차이에 더 큰 영향을 받는다. 이 점은 초기해에 따라 다계층통행배정의 해가 달라진다는 결과를 보여준 William H.K. Lam & Hai-jun Huang(1992)의 연구와도 유사한 결과이다.

이러한 결과를 볼 때 대각화 알고리즘을 이용한 다수단 통행배정 모형은 여러개의 균형해(Equilibria) 중 하나를 선택해야 하는 어려움을 가지고 있음을 알 수 있다.

다음 절에서는 이러한 한계를 개선하기 위해 Column Generation을 이용한 heuristic 모형을 활용하는 방안을 살펴본다.

3. Column Generation 기반 모형

1) Column Generation 알고리즘 정의

본 연구에서는 T. Leventhal, et al.(1973)에 의해 소개되고 M.H. Xu et al.(2006)의 연구를 통해 더욱 발전된 형태로 개선된 Column Generation Method을 기반으로 한 heuristic method를 적용한다.

우선, 알고리즘을 초기화하는 단계로 네트워크의 정의, OD 쌍별 최단경로 선택 및 최초통행량 배정 등을 수행하여 모형의 기초를 제공한다. 최초배정된 경로별 통행량(f_w^k)이 수단별로 달라지게 된다.

[STEP 1]은 O/D쌍별로 하나의 경로가 연결되어 있는 초기화된 네트워크에 경로를 추가하면서 네트워크를 확장하는 과정이다. 이때 추가되는 경로는 기존 경로의 통행비용을 감소시킬 수 있어야 하며, 더 이상 통행비용감소를 기대할 경로가 없는 경우에 전체 알고리즘이 종료된다.

[STEP 2]에서는 추가된 O/D별 경로들에 통행량을 균형배정하는 과정인데, Euclidean Norm을 이용한 부분최적화를 통해 균형통행배정해를 도출하게 된다.

$$\min \| (\overline{A_w^k})^T J \overline{A_w^k} \delta f_w^k - \delta \overline{C_w^k} \| \qquad (7)$$

여기서,

A_w^k : 수단(k)로 확장되고, 존 쌍(w)를 연결하는 링크-경로 matrix

J : 통행비용함수의 Jacobian matrix

$\delta \overline{f_w^k}$: 수단 및 경로별 이전 교통량

$\delta \overline{C_w^k}$: 수단별, 경로별 균형해와 현재의 수단 및 경로별 통행비용 차이

$\overline{\lambda_w^k}$: 존 쌍(w)를 연결하는 수단(k)의 균형해

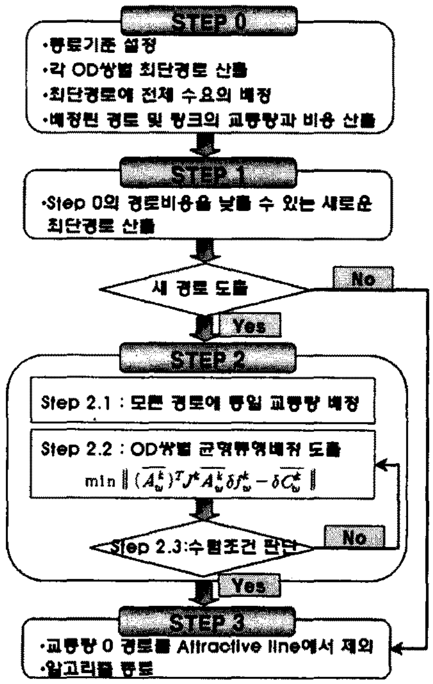
$\delta \overline{C_w^k} = [\overline{\lambda_w^k} - C_w^k]$

Euclidean Norm을 이용하는 sub-problem에 의해 단일해를 도출할 수 있게 되므로 구체적인 과정에 대해서는 별도로 설명한다.

그리고, 업데이터된 교통량 및 경로통행비용의 수렴여부에 대해 검토하는 과정을 통해 수렴해를 판단한다. 이 때 수렴조건은 iteration에 따른 경로별 통행비용의 일치 여부에 따라 판단하게 된다.

균형해를 도출한 후 Attractive line 집합을 정리하게 되고, 교통량이 0인 경로는 Attractive line에서 제외된다. 그리고 링크 통행량, 최적 경로 등 통행배정 결과를 제시한다.

지금까지 설명한 Column Generation을 이용한 다수단 통행배정 해석 알고리즘을 그림으로 정리하면 <그림 8>과 같은 형태를 갖게 된다.



<그림 8> Column Generation을 이용한 다수단 통행배정 해석 알고리즘

2) Sub-problem

식 (7)로 표현된 sub-problem에서 $\delta \overline{C_w^k}$는 균형통행비용과 현재 경로별 통행비용의 차이를 의미하고, $\delta \overline{f_w^k}$는 균형비용을 도출하기 위해 이동시킬 교통량의 크기를 의미한다. Euclidean Norm으로 표현된 식 (7)에서 변수는 $\delta \overline{f_w^k}$이고, 도출된 이 값은 경로별 균형을 위해 경로별로 이전되는 교통량이다. 즉 식(8)과 같은 의미를 갖게 된다.

$$f_w^k := f_w^k + \delta \bar{f}_w^k \qquad i = 1, 2, \cdots, n \qquad (8)$$

초기해의 수단에 따라 결과가 달라지는 대각화 알고리즘과는 달리 CG알고리즘은 초기해가 유일하다. 따라서 식(7)에 따라 균형해를 위해 이전될 통행량의 방향과 크기를 찾는 식이 유일해를 갖는다면 통행배정 결과는 유일해를 갖게 된다.

이 과정에 대해 설명하면 식 (7)에서 $(\overline{A_w^k})^T J \overline{A_w^k}$는 양정의 형태를 가지게 된다. 그래서 이 문제는 미지수의 수와 식의 수가 같은 선형대수 방정식의 일반적인 형태를 갖게 된다. 따라서 가우스소거법이나 LU분해법을 이용하여 쉽게 풀 수 있고, 해도 유일해를 갖게

된다.

단, J^k는 $J^k = \left[\frac{\delta \widetilde{C}_w^k}{\delta x^k}\right]$로 정의하게 되므로 동일링크에서 여러 수단(위첨자 k)을 고려하게 되고 따라서 {링크의 수 × 수단의 수} 만큼의 행과 열이 요구되고, A_w^k도 [{링크의 수×수단의 수} × 1]의 행렬을 갖게 된다.

이 때 Euclidean Norm이 산출되는 과정을 살펴보면 해의 도출과정에 대한 이해를 도울 있다.

각 경로의 비용은 식(9)와 같이 정의할 수 있다. 이 때 $\widehat{C}_w^k$ 는 $\overline{C}_w^k$ 에 비해 새롭게 산출된 경로통행비용이고, 이 값이 수렴해인 $\overline{\lambda}_w^k$에 $\overline{C}_w^k$ 보다 가까운 값이다. 즉,

$$\overline{C_w^k} = (\overline{A_w^k})^T g(x^k), \quad \widehat{C_w^k} = (\overline{A_w^k})^T g(\widehat{x^k}) \quad (9)$$

여기서,

$g(x^k) = [g_1(x^k)\ g_2(x^k) \ldots\ldots g_{nL}(x^k)\,]^T$,

$\widehat{x^k} = x^k + \overline{A_w^k}\,\delta \widehat{f_w^k}$

식(9)를 통해 식(10)과 같은 결과를 얻을 수 있다.

이 때 $e_n = [1, 1, \ldots, 1]^T \in R^n$이다.

$$\| \widehat{C_w^k} - \overline{\lambda_w^k}\, e_n \|^2 = \| \widehat{C_w^k} - \overline{C_w^k} - (\overline{\lambda_w^k}\, e_n - \overline{C_w^k}) \|^2$$

$$= \| (\overline{A_w^k})^T (g(\widehat{x^k}) - g(x^k)) - \delta \overline{C_w^k} \|^2$$

$$= \| (\overline{A_w^k})^T J^k (\widehat{x^k} - x^k) - \delta \overline{C_w^k} \|^2 + o(\| \widehat{x^k} - x^k \|)$$

$$= \| (\overline{A_w^k})^T J^k \overline{A_w^k}\, \delta \widehat{f_w^k} - \delta \overline{C_w^k} \|^2 + o(\| \delta \widehat{f_w^k} \|)$$

...............(10)

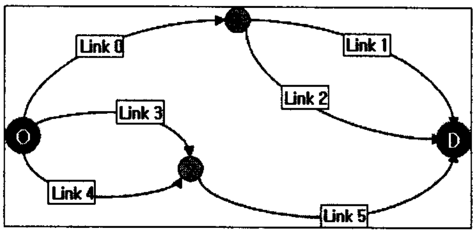
여기서 $g(\widehat{x_w^k}) - g(x_w^k) \approx J^k(\widehat{x^k} - x^k)$, $o(\| \widehat{x^k} - x^k \|)$ and $o(\| \delta \widehat{f_w^k} \|)$는 모두 극소값을 갖는다.

Ⅳ. 모형의 적용 및 평가

앞 절에서 제시한 Column Generation Method을 기반으로 한 heuristic 알고리즘을 실제 다수단 통행배정에 적용하여 균형해의 도출 여부를 살펴본다.

1. 수요 및 네트워크 정의

본 연구에서 정의된 문제의 네트워크는 <그림 9>와 같은 형태를 가지고, <표 2>와 같은 속성을 가진다. 더불어 <표 3>과 같은 수단별 통행수요를 갖는 것으로 가정하였다.



<그림 9> 예제 네트워크 정의

<표 2> 수단별 통행수요 정의

구분	car	bus	truck
O-D	2000	2000	1000

<표 3> 링크별 속성 정의

link ID	길 이	용 량
0	1.3	4000
1	1.4	2500
2	0.6	3000
3	0.6	3000
4	0.9	4000
5	1.5	4500

다중수단 통행배정에서는 비용함수 설정이 중요한데 본 연구에서는 김현철(1997)에서 제시한 다음과 같은 조건에 따라 함수를 설정하였다.

첫째, 각 차종이 동일한 V/C비를 갖는 링크에 있어서 차종별 통행비용의 크기는 비혼잡상태의 경우 트럭이 가장 크고, 버스, 승용차의 순서이다. 둘째, 트럭과 버스의 통행비용 차이는 버스와 승용차와의 차이에 비해 크지 않다. 셋째, 혼잡상태에 가까워지면 세 차종의 통행비용은 수렴하게 된다. 이러한 조건을 바탕으로 제시된 각 차종별 통행비용함수는 식 (11)과 같다.

$$t_a(x_a, x_b, x_t) = t_{o,a}\left[1+0.15\left(\frac{x_a+1.3x_b+1.5x_t}{C_a}\right)^{4.0}\right]$$

$$t_b(x_a, x_b, x_t) = t_{o,b}\left[1+0.15\left(\frac{x_a+1.3x_b+1.5x_t}{C_a}\right)^{4.0}\right]$$

$$t_t(x_a, x_b, x_t) = t_{o,t}\left[1+0.15\left(\frac{x_a+1.3x_b+1.5x_t}{C_a}\right)^{4.0}\right]$$

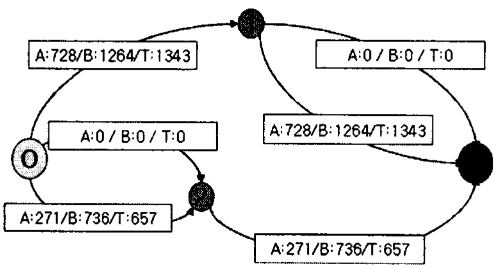
............................(11)

<표 4> 수단별 자유속도와 가중치 정의

구분	car	bus	truck
t_0	80	75	70
가중치	1.0	1.3	1.5

2. 모형의 결과

지금까지 정의한 다수단 통행배정 모형을 기반으로 한 비대칭통행배정 모형을 살펴보았다. Column generation알고리즘을 이용하여 도출한 해를 각 링크별, 경로별, 수단별로 정리하면 다음 그림과 표와 같다.



<그림 10> 링크별 수단별 통행량

<표 5> 경로별 통행량

통행량	auto	truck	bus
경로1	1342.70	728.47	1263.62
경로2	657.30	271.53	736.38
통행비용	1.813	2.073	1.934

본 모형의 적용 결과 경로별 통행비용이 균형을 이루게 됨을 알 수 있었다. 더불어 각 링크별 수단별 통행량이 도출되었고, 대각화 알고리즘과는 달리 수렴조건에 따른 여러개의 균형해(Equilibria)를 갖는 문제점은 해결된다..

V. 결 론

본 연구에서는 통행배정 모형이 갖는 여러 가지 가정 중 대칭적 통행비용 함수를 갖는 가정을 극복할 수 있는 방법에 대해 살펴보았다. 통행배정 문제에 있어서 대칭적 비용함수 가정이라는 것은 링크의 통행비용은 다른 링크의 교통량에 전혀 영향을 받지 않는 않으면서, 동시에 해당 링크를 통과하는 단하나의 수단에 의해서만 결정된다는 의미이다.

본 연구에서는 이러한 가정을 극복할 수 있는 비대칭 통행배정모형의 특성을 살펴보고, 그 해석 모형에 대해 고찰하였다. 이 때 대표적 비대칭 통행배정 문제인 다수단 통행배정 모형을 중심으로 문제를 정의하여 검토하였다.

대각화(Diagonalized) 알고리즘과 Column Generation에 기반한 heuristic 모형을 다수단 통행배정 모형에 적용하여 그 결과를 분석하였다. 그 과정을 통해 대각화 알고리즘은 초기해의 수단과 수렴기준 수단에 따라 여러개의 균형해(Equilibria)를 갖는 특성을 가지고 있었다. 그에 비해 Column Generation에 기반한 heuristic 모형은 Euclidean Norm을 이용한 부분최적화를 통해 하나의 균형해를 얻을 수 있다는 사실을 제시하였다.

본 연구를 통해 새롭게 제시할 수 있는 연구과제가 몇가지 있다. 첫째, 비대칭 비용함수는 승용차 통행배정모형 비용함수의 대칭성 가정에 대한 개선을 다룬 것인데, 이런 방법을 대중교통 통행배정이나 통행자의 다양한 특성을 반영할 수 있는 연구가 이어져야 할 것이다.

더불어 다수단 문제뿐 아니라 다목적, 다계층에 대한 문제를 함께 고려할 수 있는 보다 일반화된 모형의 개발이 필요하다는 점이다.

본 연구의 결과를 기반으로 향후 보다 개선된 해를 갖는 해석모형의 개발 및 활용이 이루어지기를 바란다.

■ 참고 문헌

1) 김현철(1997), “복수수단 통행배정모형에 의한 대기오염물질의 배출량 산정에 관한 연구”, 서울대학교 석사학위 논문
2) 백승걸(2001), “유전알고리즘을 이용한 링크관측교통량으로부터의 기종점 통행행렬 추정”, 서울대학교 박사학위 논문
3) 임강원, 임용택(2004), “교통망 분석론”, 서울대학교 출판부

4) M.H. Xu, W.H.K. Lam, H. Shao, G.F. Luan(2006), "A heuristic algorithm for network equilibration", Applied Mathematics and Computation, 174, 430-446,
5) T. Leventhal, G. Nemhauser, L. Trotter, Jr.(1973), "A column generation algorithm for optimal traffic assignment", Trans. Sci., Vol. 7, 168-176
6) William H.K. Lam & Hai-jun Huang(1992), "A combined trip distribution and assignment for multiple user classes", Transportation research B, Vol 26, no. 4, pp 275-287