

## 핵석의 크기 분포에 대한 입체해석학적 추정기법 관한 연구

류동우, 최병희, 신중호

### 1. 서론

서로 직교하는 수직 절리와 수평 절리에 의하여 기반암이 일련의 블록으로 갈라진 상태에서 화학적 풍화작용이 절리면을 따라 선택적으로 행해지게 된다. 이때 풍화작용의 영향을 가장 많이 받는 부분은 블록의 모서리이며, 풍화작용이 가속화 됨에 따라 블록들은 둥글둥글한 암괴나 거력으로 변하게 되고 주변부는 새프롤라이트화하거나 입상붕괴되며, 결국 토양입자로 변한다. 이러한 형식의 풍화작용을 구상풍화(球狀風化, spheroidal weathering)라 하며, 구상풍화를 받은 이와 같은 둥글 둥글한 암괴를 핵석(core stone)이라고 한다

절리가 규칙적으로 발달한 화강암에서는 핵석이 비교적 규칙적으로 존재하지만 역암의 경우 절리와 관계없이 핵석이 형성되기 때문에 상당히 불규칙하게 존재한다는 것이 특징이다. 이와 같이 차별풍화의 결과로 형성된 둥근 암괴인 핵석(core stone)의 크기 분포 및 분포 패턴은 공학적 문제를 해결하는데 중요한 정보이다. 일반적으로 노두나 절취면에 노출된 핵석의 일부 면을 대상으로 한 크기 분포의 추정시 차원 문제에서 기인하는 오차를 발생시킬 수 있다. 본 연구에서는 입체해석학적 추정기법을 이용하여 제한된 샘플링 차원에서 실제 3차원 공간에 분포하는 핵석의 체적 밀도 및 크기에 대한 통계량을 추정하는 방법을 제안한다.

### 2. 방법론

핵석 크기의 분포는 다양한 크기의 구들이 공간에서 산재되어 있는 시스템(polydispersed system of spheres)으로 정의할 수 있으며(그림 1), 이에 대한 3차원적 특성과 2차원적 특성에 대한 일반적 관계식을 정의할 수 있다.

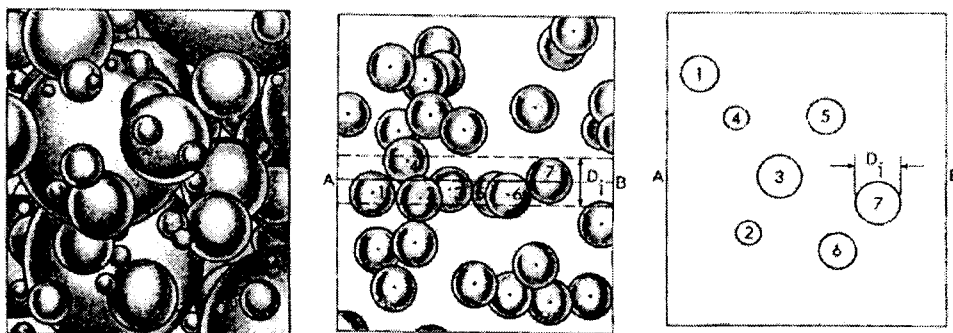


그림 1. Polydispersed system의 개념도.

무작위적으로 공간 상에 분포하는 구들이 임의의 노출면 혹은 절개면으로 간주할 수 있는 단위 실험 평면과 교차하려면, 구의 중심과 실험 평면까지의 거리는  $\bar{D}/2$  내에 구의 중심이 놓여야 한다. 즉 단위면적과 높이  $\bar{D}$ 로 이루어진 입방체(체적  $\bar{D}$ ) 내에 구의 중심이 놓여야 한다. 따라서, 체적  $\bar{D}$  내에 놓인 구의 개수는  $N_A$ 와 같아야 하고, 단위 체적당 구의 개수  $N_V$ 는  $N_A/\bar{D}$ 와 같다.

다양한 크기의 구들로 구성된 polydispersed system을 유한개의 급간으로 분류하면, 지름  $j$ 를 가지는 구의 체적 밀도,  $(N_V)_j$ 는 다음 식과 같다.

$$(N_V)_j = \sum_i (N_A)_{i,j} / D_j \quad [L^{-3}] \quad (1)$$

각 크기 급간에 해당하는 구들로부터 생성되는 각 크기별 단면들의 개수를 유추하기 위해, 실험 평면이 각 크기의 단면을 만들어내는 구를 자를 확률을 평가한다. 확률  $P_{i,j}$ 는 실험평면이 지름  $j$ 를 가지는 구와 만나서 지름  $i$ 를 가지는 단면을 만들어낼 확률이라 하면, 확률  $P_{i,j}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{i,j} = \frac{\sum_j (N_A)_{i,j}}{\sum_i (N_A)_{i,j}} \quad (2)$$

여기서,  $N_A$ 는 단위 면적당 원형 단면의 전체 개수를 의미하며,  $j$ 는 구의 지름을,  $i$ 는 원형 단면의 지름을 의미한다. 즉  $(N_A)_{i,j}$ 는 지름  $j$ 를 가지는 구가 만들어내는 지름  $i$ 의 원형 단면의 단위면적당 개수를 의미한다.

따라서, 식 (1)에서 분자항은 모든 구들이 만들어내는 지름  $i$ 를 가지는 원형단면의 단위 면적당 개수를 의미하는 반면, 분모항은 지름  $j$ 를 가지는 구가 만들어 내는 원형단면의 단위면적당 총 개수를 의미한다.

식(2)를 식(1)에 대입하면 지름  $j$ 를 가지는 구의 체적 밀도,  $(N_V)_j$ 에 대한 일반식을 도출할 수 있다.

$$(N_V)_j = \frac{\sum_j (N_A)_{i,j}}{P_{i,j}} \frac{1}{D_j} \quad [L^{-3}] \quad (3)$$

이는 적절한 확률값, 구의 지름, 단위 면적당 원형단면의 개수를 알고 있다면, 지름  $j$ 를 가지는 구의 체적 밀도,  $(N_V)_j$ 을 결정할 수 있다.  $\sum_j (N_A)_{i,j}$ 는 직접 측정 혹은 계산 가능하며, 이는  $i$ 와  $j$ 의 값에 의해 달라진다.  $P_{i,j}$ 는 적절한 단면 반지름과 급간 간격에 대해 계산되어 지며,  $D_j$ 는 실험평면에서 관찰할 수 있는 최대 지름이거나 그 적절한 비율로서 급간 간격에 영향을 받는다.

$(N_V)_j$ 는 각 계산 단계에 따라 미지의 값 혹은 기지의 값일 수 있다.  $(N_V)_j$ 을 알고 있을

때, 식 (3)을 이용하여  $\sum_j (N_A)_{i,j}$ 를 계산할 수 있다.

입의 실험평면이 구와 교차하여 서로 다른 단면 반지름을 만들어낼 확률은 간접적으로 얻어져야 할 값이다.

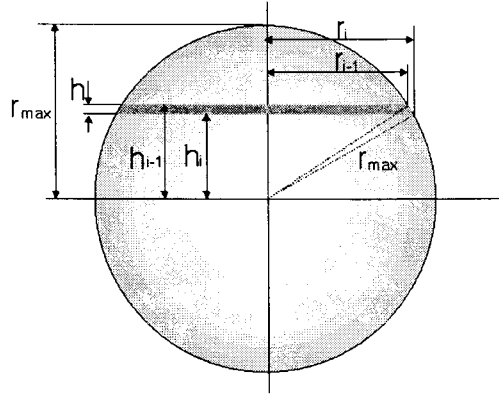


그림 2. 폭 h 내 실험평면과 구의 원형 단면의 관계.

입의 실험평면이 교차하는 최대 반지름  $r_{\max}$  을 가지는 구를 고려하자(그림 2). 여기서, 최대 반지름은 각 급간에서의 임계값이다. 구를 자르는 입의 실험평면이 높이  $h$  내에 있을 확률은 다음 식과 같다.

$$P_{i,j} = \frac{h}{r_{\max}} = \frac{h_{i-1} - h_i}{r_{\max}} \quad (4)$$

따라서 확률을 원형단면 반지름으로 표현하면 다음 식과 같다.

$$P_{i,j} = \frac{1}{r_{\max}} [\sqrt{(r_{\max})^2 - (r_{i-1})^2} - \sqrt{(r_{\max})^2 - (r_i)^2}] \quad (5)$$

### 3. 입체해석학적 추정법

앞서 언급한 입체해석학적 접근법을 핵석 크기 분포 추정법으로 활용하기 위해 간단한 예를 통해 살펴보고자 한다.

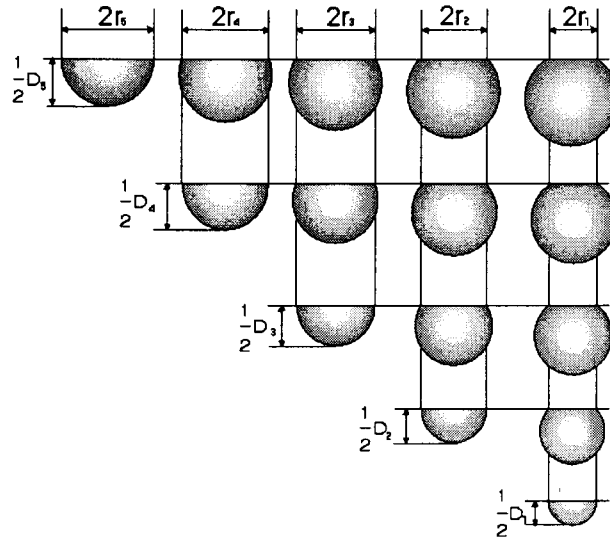


그림 3. 지름  $2r_1 \sim 2r_5$ 의 원형 단면을 만들어내는 지름  $D_1 \sim D_5$ 인 구들의 단면에 대한 모식도.

간단한 5개의 급간으로 세분화된 다양한 방향과 위치에 있는 구들을 가정하자. 각 급간 별로 단위체적당 구의 개수와 이에 해당하는 구의 반지름은 각각 다음과 같다.

$$(N_V)_1, (N_V)_2, (N_V)_3, (N_V)_4, (N_V)_5, \frac{1}{5} r, \frac{2}{5} r, \frac{3}{5} r, \frac{4}{5} r, r$$

구의 반지름은 수식 전개상 단순화를 위해  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5$ 로 표현하기로 한다.

$(N_A)_1, (N_A)_2, (N_A)_3, (N_A)_4, (N_A)_5$ 는 단위 면적당 각 급간에 해당하는 반지름 크기의 원형단면 전체 개수이며,  $(0, r_1], (r_1, r_2], (r_2, r_3], (r_3, r_4], (r_4, r_5]$ 는 각 원형 단면의 반지름이 취할 수 있는 값의 범위이다.  $(N_A)_i$ 는 측정 가능한 값이다.

그림 3은 다른 크기의 입자들과 실험평면이 교차할 수 있는 다양한 가능성을 보여준다. 가장 큰 급간에 해당하는 구는 모든 크기의 반지름을 가지는 원형단면을 만들어 낼 수 있음을 보여준다. 역으로 관찰된 가장 작은 크기를 가지는 원형단면의 단위면적당 개수,  $(N_A)_1$ 은 모든 크기의 구들이 이 원형단면을 생성하는데 기여분의 합이 되며, 이는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(N_A)_1 = \sum_j (N_A)_{i,j} = (N_A)_{1,1} + (N_A)_{1,1} + (N_A)_{1,3} + (N_A)_{1,4} + (N_A)_{1,5} \quad (6)$$

여기서,  $i$ 는 각 단면의 크기에 해당하는 첨자이며,  $j$ 는 구의 지름에 해당하는 첨자이다.

하지만,  $(N_A)_{1,1}$ 이 계산에 필요한 값이기 때문에 식 (6)의  $(N_A)_1$ 을 직접 사용할 수 없다.

식(2)로부터 반지름  $r_1(=D_1/2)$ ,  $r_2(=D_2/2)$ ,  $r_3(=D_3/2)$ , ...의 구를 포함하는 각 급간의 단위 체적당 구의 개수,  $(N_V)_1$ ,  $(N_V)_2$ ,  $(N_V)_3$ , ...를 계산하기 위해같은 반지름을 가지는 단면의 개수를  $(N_A)_{1,1}$ ,  $(N_A)_{2,2}$ ,  $(N_A)_{3,3}$ ...로 결정한다.

가장 큰 입자가 만들어 내는 가장 큰 단면만을 명확하게 얻을 수 있기 때문에, 가장 큰 입자와 그 단면부터 출발한다.

다섯 개의 급간에 대한 식 (6)은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 (N_A)_{5,5} &= (N_A)_5 \\
 (N_A)_{4,4} &= (N_A)_4 - (N_A)_{4,5} \\
 (N_A)_{3,3} &= (N_A)_3 - (N_A)_{3,5} - (N_A)_{3,4} \\
 (N_A)_{2,2} &= (N_A)_2 - (N_A)_{2,5} - (N_A)_{2,4} - (N_A)_{2,3} \\
 (N_A)_{1,1} &= (N_A)_1 - (N_A)_{1,5} - (N_A)_{1,4} - (N_A)_{1,3} - (N_A)_{1,2}
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

$(N_A)_5$ 는 측정 가능한 값이기 때문에  $(N_A)_{5,5}$ 는 기지의 값이다. 또한,  $P_{5,5}$ 는 식 (5)로부터 계산할 수 있으며,  $D_5$ 는 실험평면으로부터 측정할 수 있는 값이다. 따라서 식 (2)로부터  $i=j=5$ 의 경우에 대해  $(N_V)_5$ 를 계산할 수 있다.

$(N_A)_5$ 를 얻었기 때문에  $(N_V)_4$ 를 계산할 수 있다. 식 (5)로부터 크기 4의 단면을 크기 5의 구가 만들어낼 확률,  $P_{4,5}$ 을 계산할 수 있다. 식 (3)으로부터  $(N_A)_{4,5}$ 를 계산할 수 있으며, 이를 식 (7)과 같이 측정된 값  $(N_A)_4$ 로부터 빼서  $(N_A)_{4,4}$ 를 얻을 수 있다. 크기 4의 구가 크기 4의 단면을 만들어낼 확률,  $P_{4,4}$ 와  $(N_A)_{4,4}$ 를 이용하여 식 (3)로부터  $(N_V)_4$ 를 계산할 수 있다.

상기 언급한 과정을 최소 입자 크기까지 반복 계산하여 모든 급간별 단위 체적당 입자 크기별 개수를 구할 수 있다.

#### 4. 현장 적용

영상에 나타난 자갈의 주변장을 검출하고 이에 대한 단면을 샘플링하였다. 단면들의 크기 분포는 그림 4와 같다. 전절에서 기술 방식으로 가장 큰 반지름을 기준으로 순차적인 과정을 거쳐서 각 급간별 핵석의 단위 체적당 개수를 얻을 수 있었다. 그 결과는 표 1과 같이 정리하였다.

결과에서 알 수 있듯이 최소 지름에 대한 단위체적당 입자 개수는 누적된 오차로 인해 부정확할 수 있다는 단점이 있다. 또한, 각 급간을 어떻게 결정하느냐에 따라 결과가 다소 차이를 유발시킬 수 있으며, 샘플링에 있어 편차가 결과치에 영향을 미치기 때문에 이와 관련 보정기법을 적용해야 한다.

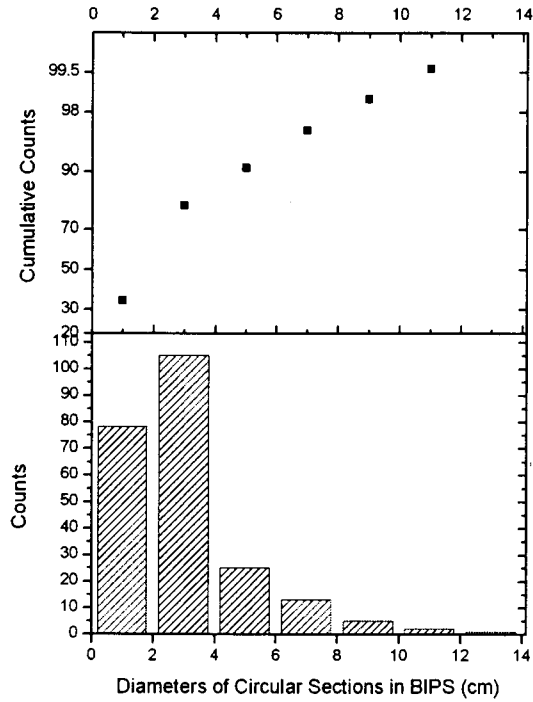


그림 4. 핵석의 단면 입도 분포.

## 5. 결론

핵석을 포함하는 지반에서 핵석의 크기 분포, 즉 크기별 단위 체적당 개수의 정보는 핵석 지반이 초래할 수 있는 공학적 문제에 대해 보다 적극적인 대응책을 수립하는데 도움을 줄 수 있다.

핵석 크기 분포를 추정하기 위해 입체해석적학적 이론을 적용함으로써 핵석 지반의 주요 정보로 활용할 수 있는 크기별 단위 체적당 개수에 대한 추정치를 보다 쉽게 얻을 수 있는 방법을 제시하였다. 각 단계별 과정을 표로 간편화시킴으로써 임의의 급간별 임계값을 설정한 후 각 크기 급간별 단위 체적당 개수를 평가할 수 있으며, 이는 핵석 지반과 같은 특수 지반에서 사면이나 여타 지반 구조물의 설계시 유용한 정보로 활용할 수 있을 것이다.

## 참고문헌

- E. Underwood, 1970, Quantitative Stereology, Addison-Wesley Publishing, p. 273
- F. B. Hildebrand, 1949, Advanced Calculus for Engineers, Englewood Cliffs, N.J. : Prentice- Hall, 322-346
- F. N. Rhines, 1958, Measurement of Curvature and Number in Space by the Use of the Tangent Count in Random Plane Sectioning, Private communication

표 1. 핵식의 단위체적당 개수 추정.

입력치(추정가능)		단면 형성시 입자크기별 기여율												
$r_7$	$(N_A)_7$	$P_{1,7}$	$P_{2,7}$	$P_{3,7}$	$P_{4,7}$	$P_{5,7}$	$P_{6,7}$	$P_{7,7}$	$(N_A)_{7,7}$	$(N_V)_7$				
6.090	0.22	0.007	0.021	0.066	0.084	0.148	0.238	0.436	0.220	4.14				
$r_6$	$(N_A)_6$	$P_{1,6}$	$P_{2,6}$	$P_{3,6}$	$P_{4,6}$	$P_{5,6}$	$P_{6,6}$	$(N_A)_{6,6}$	$(N_A)_{6,7}$	$(N_V)_6$				
5.480	0.45	0.009	0.025	0.083	0.108	0.203	0.572	0.330	0.120	5.26				
$r_5$	$(N_A)_5$	$P_{1,5}$	$P_{2,5}$	$P_{3,5}$	$P_{4,5}$	$P_{5,5}$	$(N_A)_{5,5}$	$(N_A)_{5,6}$	$(N_A)_{5,7}$	$(N_V)_5$				
4.495	1.13	0.013	0.038	0.129	0.183	0.637	0.94	0.116	0.074	16.49				
$r_4$	$(N_A)_4$	$P_{1,4}$	$P_{2,4}$	$P_{3,4}$	$P_{4,4}$	$(N_A)_{4,4}$	$(N_A)_{4,5}$	$(N_A)_{4,6}$	$(N_A)_{4,7}$	$(N_V)_4$				
3.475	2.95	0.022	0.066	0.241	0.671	2.569	0.275	0.063	0.043	55.05				
$r_3$	$(N_A)_3$	$P_{1,3}$	$P_{2,3}$	$P_{3,3}$	$(N_A)_{3,3}$	$(N_A)_{3,4}$	$(N_A)_{3,5}$	$(N_A)_{3,6}$	$(N_A)_{3,7}$	$(N_V)_3$				
2.575	5.7	0.041	0.126	0.833	4.508	0.920	0.191	0.048	0.033	105.08				
$r_2$	$(N_A)_2$	$P_{1,2}$	$P_{2,2}$	$(N_A)_{2,2}$	$(N_A)_{2,3}$	$(N_A)_{2,4}$	$(N_A)_{2,5}$	$(N_A)_{2,6}$	$(N_A)_{2,7}$	$(N_V)_2$				
1.425	23.86	0.141	0.859	22.845	0.682	0.251	0.057	0.015	0.01	933.147				
$r_1$	$(N_A)_1$	$P_{1,1}$	$(N_A)_{1,1}$	$(N_A)_{1,2}$	$(N_A)_{1,3}$	$(N_A)_{1,4}$	$(N_A)_{1,5}$	$(N_A)_{1,6}$	$(N_A)_{1,7}$	$(N_V)_1$				
0.730	17.7	1.000	13.614	3.750	0.222	0.085	0.020	0.005	0.004	932.49				
금간별 단위면적당 구의 크기별 개수														
단위체적당 구의 개수														