

# 다목적 함수 최적화를 위한 게임 모델에 기반한 공진화 알고리즘에서의 해집단의 다양성에 관한 연구

## Study on Diversity of Population in Game model based Co-evolutionary Algorithm for Multiobjective optimization

이희재, 심귀보

Hea-Jae Lee and Kwee-Bo Sim

중앙대학교 전자전기공학부

(E-mail: [kbsim@cau.ac.kr](mailto:kbsim@cau.ac.kr))

### 요 약

다목적 함수의 최적화 문제(Multiobjective optimization problems)의 경우에는 하나의 최적해가 존재하는 것이 아니라 '파레토 최적해 집합(Pareto optimal set)'이라고 알려진 해들의 집합이 존재한다. 이러한 이상적 파레토 최적해 집합과 가까운 최적해를 찾기 위한 다양한 해탐색 능력은 진화 알고리즘의 성능을 결정한다. 본 논문에서는 게임 모델에 기반한 공진화 알고리즘(GCEA: Game model based Co-Evolutionary Algorithm)에서 해집단의 다양성을 유지하여, 다양한 비지배적 파레토 대안해(non-dominated alternatives)들을 찾기 위한 방법을 제안한다.

**Key Words** : Co-evolutionary, Evolutionary Algorithm, Multiobjective optimization, Diversity

### 1. 서 론

진화 알고리즘(Evolutionary Algorithm)은 진화 과정 중에 가장 적응도가 높은 개체를 찾아내는 최적화 알고리즘이다. 그러나 진화 알고리즘에서 종종 해 집단의 다양성을 잃어 조기 수렴에 빠지는 일이 종종 발생한다. 이러한 조기 수렴은 전역 최적해(Global optimum) 대신에 지역 최적해(Local optimum)로의 수렴일 것이다.

다목적 함수의 최적화 문제(Multiobjective optimization problems : MOPs)에서 잘 만들어진 진화 알고리즘의 경우 다음의 세 가지 조건을 만족해야한다. 첫 번째로 해들은 가능한 이상적 파레토 프론트(Pareto front)에 가깝게 위치해야 한다. 두 번째, 가능한 많은 비지배적 대안해(non-dominated alternatives)들이 있어야 한다. 마지막으로 모든 비지배적 대안해들은 이상적 파레토 프론트에 고르게 분포해야 한다. 그러므로 다목적 함수의 최적화에서 해

집단의 다양성을 조기에 잃어버리는 것은 이상적 파레토 프론트에 가깝게 갈 수 없고, 비지배적 대안해들의 숫자와 고른 분포에도 영향을 미치게 된다.

이러한 해집단의 다양성을 유지하며, 최적해를 찾기 위한 많은 연구가 있었다[1][2][3]. 공진화 알고리즘 역시 이런 유전적 다양성을 제공하며 다목적 함수를 최적화 하는 것을 목적으로 하고 있다. 하지만 공진화 알고리즘에서도 좋은 특성을 가지고 있는 개체들을 잃어버리는 현상은 여전히 남아있었다. 이러한 현상을 막기 위한 기억 메커니즘(memory mechanism)은 우리가 얻은 해들중에서 좋은 특성의 개체가 어떤 것인지 판단해야하는 문제를 가지고 있다[4].

본 논문에서는 비지배적 해들을 기억시키고 이 해들과의 유클리디안 거리(Euclidean distance)를 통해 다음 세대의 개체를 선택하는 방법을 제안하고, 성능을 평가한다.

### 2. 다목적 함수 최적화 문제의 정의

일반적인 다목적 함수의 최적화 문제는  $m$ 개의 파라미터를 가지는  $n$ 개의 함수로 구성된 벡터 함수  $F(x)$ 로 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

감사의 글 : 본 연구는 산업자원부의 2007년도 성장동력기술개발사업인 「집단 로봇 기술을 이용한 사회안전로봇 개발(세부과제: 로봇통제 및 환경기술개발)」에 의해 수행되었습니다. 연구비 지원에 감사드립니다.

$$\begin{aligned} \min/\max y = F(x) &= (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \\ \text{subject to } x &= (x_1, x_2, \dots, x_m) \\ y &= (y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $x$ 는 결정변수 벡터(decision vector)라 불리며,  $X$ 의 결정변수 공간(decision space)을 가지고 있고,  $y$ 는 목적함수 벡터(objective vector)이며  $Y$ 의 목적함수 공간(objective space)을 가지고 있다.

다목적 함수의 최적화 문제에서 해들은 파레토 최적해 집합(Pareto optimal set)으로 정의된다. 이러한 파레토 최적해들은 서로 비지배적 관계에 있으며, 어떤 다른 해에 대해서도 지배받지 않는다. 최소화 문제의 경우 두 결정변수 벡터  $a, b(a, b \in X)$ 를 생각 할 때,  $a$ 가  $b$ 를 지배한다는 것은 식(2)와 같이 나타낼 수 있으며,  $a$ 가  $b$ 를 지배한다는 기호는  $b < a$ 와 같이 쓰인다.

$$\begin{aligned} \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}: f_i(a) \geq f_i(b) \wedge \\ \exists j \in \{1, 2, \dots, n\}: f_j(a) > f_j(b) \end{aligned} \quad (2)$$

역시 최소화 문제의 경우 파레토 최적해 집합  $P$ 는 식(3)과 같이 나타낼 수 있으며, 파레토 최적해 집합을 목적함수 공간으로 나타낸 파레토 프론트 집합  $PF$ 의 정의는 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$P = \{x_p \in X | \neg \exists x_a \in X \ x_p \leq x_a\} \quad (3)$$

$$PF = \{y = F(x_p) \in Y | x_p \in P\} \quad (4)$$

### 3. 게임 모델에 기반한 공진화 알고리즘

진화적 안정 전략은 게임 이론에 기초를 두고 있으며, 진화적 게임에 있어서 개체군 내의 대부분이 이것을 채택하면, 다른 대체 전략에 의해서 변화시킬 수 없는 전략으로 정의된다. 이것은 어떠한 우수한 전략도 상대방으로부터 완전한 이익을 남길 수 없으며 열등한 전략들

Pop 1			Pop 2		
No.	Chromosome	Fitness	No.	Chromosome	Fitness
1.	1001101	87	1.	0110011	76
2.	0111011	58	2.	1001101	55
3.	1010100	79	3.	0100111	93
4.	1000100	82	4.	0011011	34
5.	0101011	27	5.	1101010	89
6.	1011101	79	6.	1010111	48
7.	0110010	53	7.	0110101	98
8.	1101001	21	8.	1101100	73
9.	0000100	94	9.	0011010	84
10.	0100011	27	10.	0100101	54
.	.	.	.	.	.
1.	0110100	69	j.	1011010	81

그림 1. 게임을 위한 공진화 알고리즘의 해집단

에 비하여 항상 우위를 점할 수 없음을 나타낸다. 게임 모델에 기반한 공진화 알고리즘(GCEA : Game model based co-evolutionary algorithm)은 게임을 통해서 이러한 진화적 안정 전략을 찾을 수 있다는 아이디어로부터 출발한 알고리즘이다[5]. GCEA의 구조는 다음과 같다.

- ① 만약 게임 참가자(Player)가 2명이라 가정하면, 그림 1과 같이 두 개의 해집단 Pop1과 Pop2를 생성한다.
  - ② 그림 1과 같이 첫 번째 해집단의 첫 번째 개체와 나머지 해집단의 모든 개체들과 게임을 하여 보상(reward)을 받는다.
- $$Fitness(i) = \sum_{k=1}^j Reward(i, k) \quad (5)$$
- ③ 모든 해집단의 모든 개체들에 대해 ②의 과정을 수행시킨다.
  - ④ 이렇게 결정된 적합도를 통하여 각 해집단을 독립적으로 교차와 변이를 수행시켜 다음 해집단을 생성한다.
  - ⑤ 종료조건이 만족할 때까지 ②~④과정을 반복한다.

### 4. 비지배적 해들과의 유클리디안 거리에 의한 선택 방법

지난 20년간 다목적 함수의 최적화 문제를 위해 진화알고리즘을 사용한 다양한 방법들이 제안되었다. 이 방법들은 크게 엘리트 전략과 비엘리트 전략으로 나눌 수 있다.

- elitist EAs : Rudolph's algorithm, distance based Pareto GA, strength Pareto EA, multi-objective messy GA, Pareto archived evolution strategy, etc.
- non-elitist EAs : vector-optimized evolution strategy, niched Pareto GA, random weighted GA, weight-based GA, non-dominated sorting GA, multiple objective GA, etc.

이러한 두 그룹의 차이는 다음 세대 개체의 선택시에 엘리트 개체들을 선택할 것인가에 대한 차이이다. 본 논문에서 제안하는 GCEA에서의 다음 세대 개체의 선택 방법은 해집단의 다양성을 유지시키기 위한 비엘리트 전략으로 비지배적해들을 기억시키고, 그 해들과의 유클리디안 거리(Euclidean distance)를 통해 선택하는 방법으로 다음과 같다.

해집단의 수는 2개(Pop1, Pop2)라 가정하자.

- ① 초기 해집단에서 비지배적인 해들을 찾고, 기준 개체(가장 좋은 개체)부터 일정한 거리(Sharing Parameter) 내에 있는 모든 비지배적 해들은 제거한다.

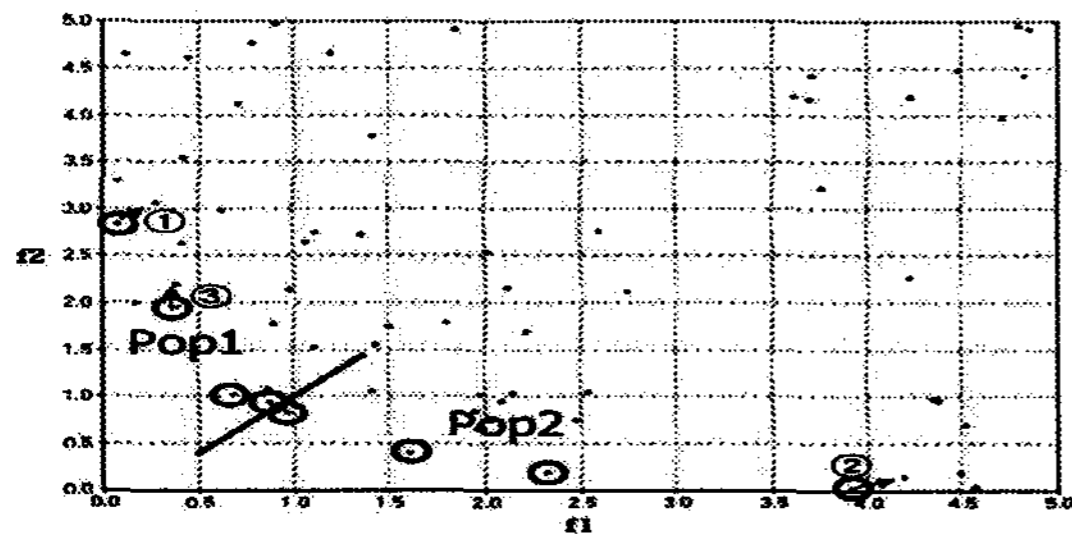


그림 2. 비지배적 해들의 분배 방법 및 유클리디안 거리를 통한 선택 방법

- ② ①의 과정에서 찾아낸 비지배적해들을 Pop1과 Pop2에 그림 2와 같은 방법으로 분배한다.
- ③ Pop1과 Pop2의 다른 개체는 그림 2와 같이 Pop1과 Pop2의 비지배적해들과의 유클리디안 거리가 가까운 개체를 선택해 분배한다.
- ④ 각 해집단을 독립적으로 교차와 변이를 실행시켜 자식해집단을 얻는다.
- ⑤ 부모해집단과 자식해집단을 대상으로 ①~③의 과정을 반복한다.
- ⑥ 종료시까지 ④~⑥과정을 반복한다.

위 방법을 통하여 진화 과정시 비지배적 파레토 해집합을 잃어버리지 않게되며, 유클리디안 거리가 비슷한 집합으로 나뉘어 좀더 빠른 수렴과 다양한 비지배적 파레토 해집합이 창발되는 것을 기대할 수 있다.

## 5. 실험 결과

### 5.1 성능 평가를 위한 MOPs

본 논문에서는 성능 평가를 위하여 Sefrioui, Schaffer, Zitzler의 논문에서 제시되어진 5개의 테스트용 다목적 함수 최적화문제를 이용하여 성능을 평가하였다[6][7][8]. 5개의 테스트용 MOPs는 다음과 같다.

· Sefrioui의 논문에서 사용된 MOPs :  $t_1$

$$f_1(x, y) = (x-1)^2 + (x-y)^2$$

$$f_2(x, y) = (y-3)^2 + (x-y)^2$$

$$-5 \leq x, y \leq 5 \quad (6)$$

· Schaffer의 논문에서 사용된 MOPs :  $t_2$

$$f_1(x, y) = (x-1)^2 + (y-1)^2$$

$$f_2(x, y) = (x-4)^2 + (y-4)^2$$

$$-5 \leq x, y \leq 5 \quad (7)$$

· Zitzler의 논문에서 사용된 MOPs :  $t_3$

$$f_1(x_1) = x_1$$

$$g(x_2, \dots, x_n) = 1 + 9 \cdot \left( \sum_{i=2}^n x_i \right) / (n-1)$$

$$h(f_1, g) = 1 - \sqrt{f_1/g}$$

$$n = 30, x_i \in [0, 1] \quad (8)$$

· Zitzler의 논문에서 사용된 MOPs :  $t_4$

$$f_1(x_1) = x_1$$

$$g(x_2, \dots, x_n) = 1 + 9 \cdot \left( \sum_{i=2}^n x_i \right) / (n-1)$$

$$h(f_1, g) = 1 - (f_1/g)^2$$

$$n = 30, x_i \in [0, 1] \quad (9)$$

· Zitzler의 논문에서 사용된 MOPs :  $t_5$

$$f_1(x_1) = x_1$$

$$g(x_2, \dots, x_n) = 1 + 9 \cdot \left( \sum_{i=2}^n x_i \right) / (n-1)$$

$$h(f_1, g) = 1 - \sqrt{f_1/g} - (f_1/g) \sin(10\pi f_1)$$

$$n = 30, x_i \in [0, 1] \quad (10)$$

### 5.2 실험 결과

다음 그림들은 GCEA에서 본 논문에서 제안하는 선택 방법을 적용했을 때와 엘리트 선택 방법을 적용했을 때를 비교한 그림이다. 실험에 적용된 기본 파라미터는 다음과 같다.

- Population size : 100
- # of Population / Generation : 2 / 100
- Sharing Parameter : 0.015
- Crossover(Prob.) : two point crossover (1.0)
- Mutation(Prob.) : Simple mutation(0.1)

그림 3~7은 실험을 통하여 기존 GCEA와 본 논문에서 제안한 비지배해들과의 유클리디안 거리에 의한 선택방법을 적용한 경우의 파레토 프론트를 위에서 언급한 5가지 테스트함수로서 비교한 것이다. 실험 결과 기존 GCEA는 실험 때마다 비지배적 대안해들의 숫자가 상당히 불안정하였지만, 본 논문에서 제안한 선택 방법을 적용했을 때에는 언제나 안정적으로 비지배적 파레토 대안해들이 고르게 분포되며 이상적인 파레토 프론트와 아주 가까운 해들을 얻을 수 있음을 알 수 있었다. 또한, 기존 GCEA의 엘리트 선택이 약 50~70세대가 지나야 이상적 파레토 최적해 집합에 가까운 해들을 찾는 반면, 본 논문에서 제안하는 방법을 적용한 경우엔 단 약 20세대 정도에 이상적 파레토 최적해 집합에 비슷하면서, 비지배적 대안해의 숫자도 증가하였음을 알 수 있었다.

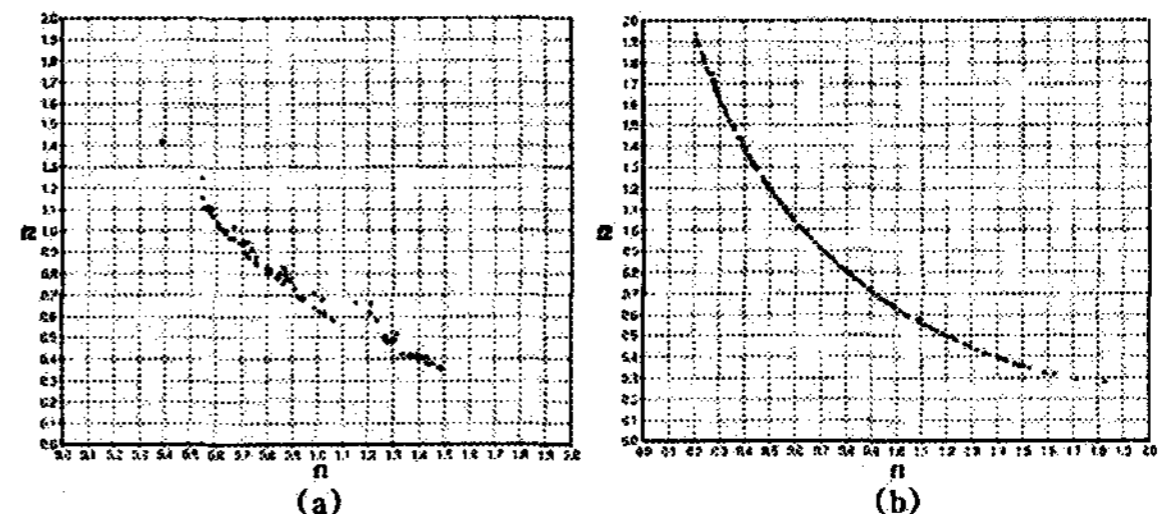


그림 3. (a) 기존 GCEA로 탐색된  $t_1$ 의 Pareto front (b) 비지배해들과의 유클리디안 거리에 의한 선택방법을 적용한 경우  $t_1$ 의 Pareto front

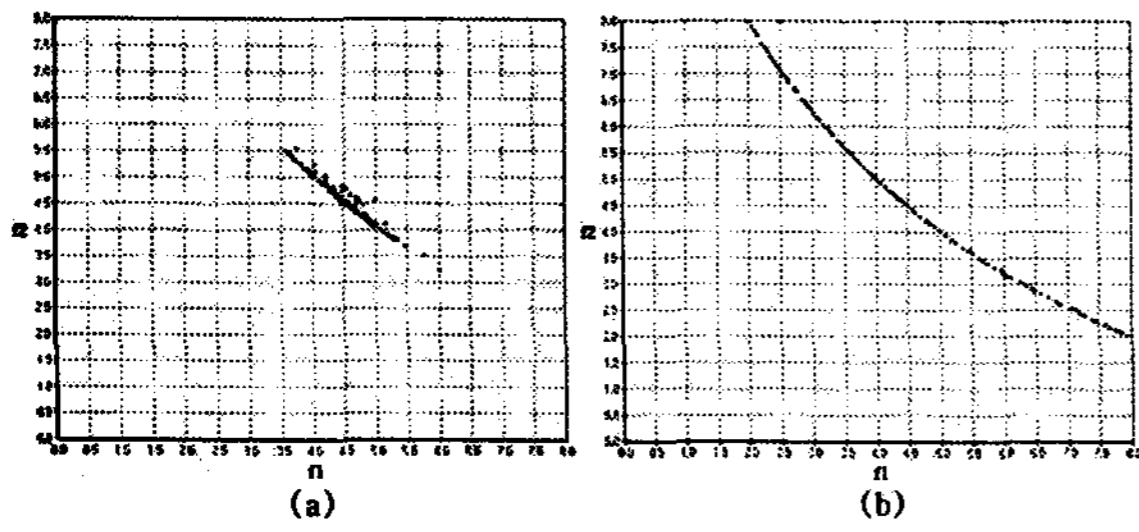


그림 4. (a) 기존 GCEA로 탐색된  $t_2$ 의 Pareto front  
(b) 비지배해들과의 유클리디안 거리에 의한 선택방법을 적용한 경우  $t_2$ 의 Pareto front

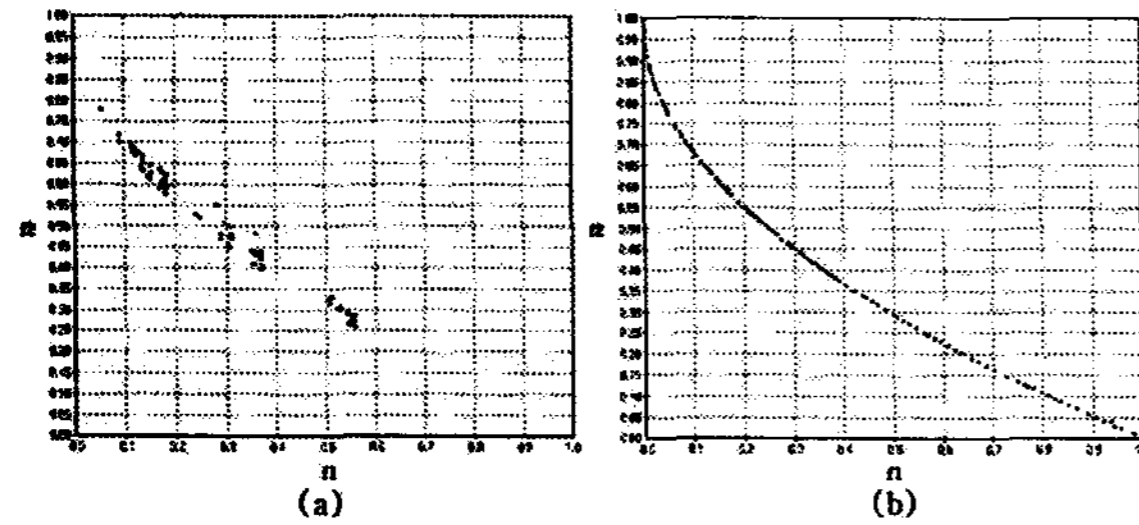


그림 5. (a) 기존 GCEA로 탐색된  $t_3$ 의 Pareto front  
(b) 비지배해들과의 유클리디안 거리에 의한 선택방법을 적용한 경우  $t_3$ 의 Pareto front

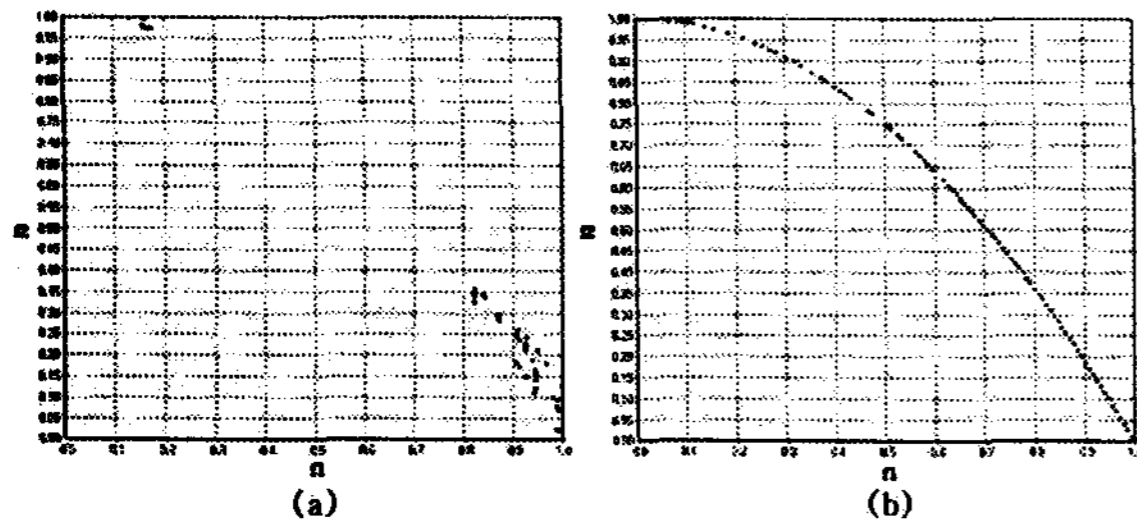


그림 6. (a) 기존 GCEA로 탐색된  $t_4$ 의 Pareto front  
(b) 비지배해들과의 유클리디안 거리에 의한 선택방법을 적용한 경우  $t_4$ 의 Pareto front

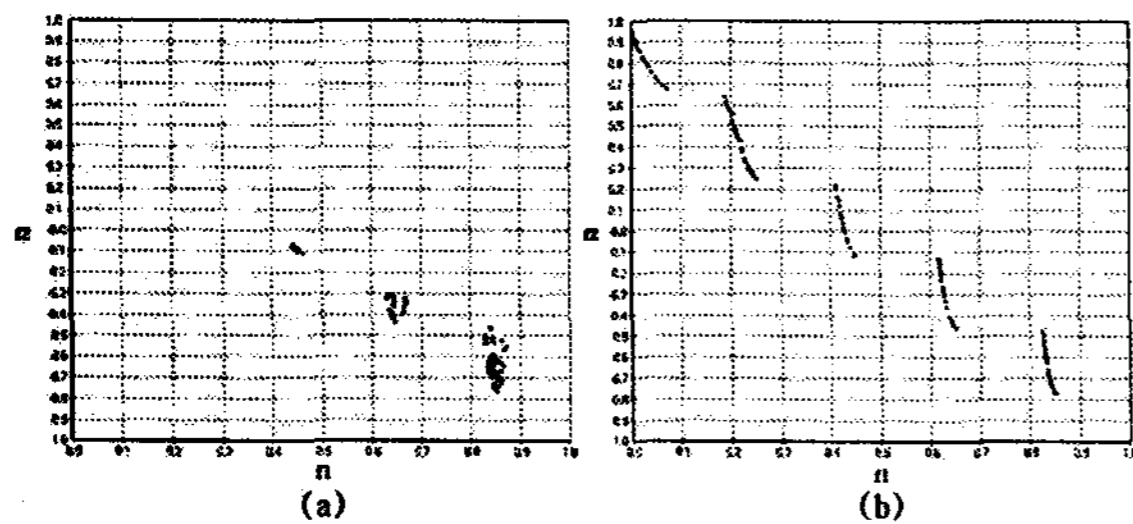


그림 7. (a) 기존 GCEA로 탐색된  $t_5$ 의 Pareto front  
(b) 비지배해들과의 유클리디안 거리에 의한 선택방법을 적용한 경우  $t_5$ 의 Pareto front

## 6. 결 론

본 논문에서는 공진화 알고리즘에서의 해의 다양성을 유지시키는 방법에 대해서 제안하였고, 이를 GCEA에 적용시켜 성능을 평가하였

다. 실험 결과로부터 비지배적 대안해 증가에 대해서 만족할 만한 성능을 보였을뿐만아니라, 이상적 파레토 프론트에 빠르게 수렴함으로써, 계산량 또한 비약적으로 감소하였다. 향후 좀 더 복잡하고 다양한 MOP들로써 여러 다른 진화 알고리즘들(예를 들어 많이 사용되어지는 NSGA-II, SPEA 등)과 성능을 비교, 검증한 후 향후 에이전트 제어기 등 최적화 문제에 적용할 예정이다.

## 참 고 문 헌

- [1] K. Deb and D. E. Goldberg, "An investigation of niche and species formation in genetic function optimization," *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, J.D.Schaffer, Ed. San Mateo, CA:Morgan Kaufman, 1989, pp. 42-50.
- [2] T.Blickle and L. Thiele, "A comparison of selection schemes used in evolutionary algorithms," *Evol. Comput.*, vol. 4, no. 4, pp.361-394, 1996
- [3] E. Zitzler, "Multiobjective evolutionary algorithms : the strength pareto approach," *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, vol. 3, no. 4, 1999.
- [4] S. G. Ficici and J. B. Pollack, "A Game Theoretic Memory Mechanism for Coevolution," *GECCO 2003*, LNCS 2723, pp. 286-297, 2003..
- [5] K. B. Sim and J. Y. Kim, "Game Theory Based Co-evolutionary Algorithm," *KFIS2004*, vol. 14, No. 3, pp 253-261
- [6] M. Sefrioui and J. Periaux, "Nash Genetic Algorithms : examples and applications," *Proc. of the 2000 Congress on Evolutionary Computation CEC00*, IEEE Press, pp. 509-516
- [7] J. D. Schaffer, "Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithm," *Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and their Applications*, pp. 93-100, 1985.
- [8] E. Zitzler and L. Thiele, "Multiobjective evolutionary algorithms - a comparative case study," *Fifth International Conference on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN-V)*, Springer, Berlin, Germany, pp. 292-301, 1998.