

# 하상경사가 변화는 실험실 데이터를 이용한 Chiu의 유속공식과 Manning의 유속공식과의 비교분석

추태호\* / 옥치율\* / 이승관\*\* / 제성진\*\*

\* 부산대학교 산업토목학과 조교수, 교수

\*\* 부산대학교 산업토목학과 석사과정

## The comparison of Chiu's and Manning Velocity Equation Using Labor Date with Varied Channel Slope

Choo, Tai Ho / Ok, Chi Youl  
Lee, seoung Kwan / Je, Sung jin

### 요 약

현재까지 수리학 분야에서 가장 많이 회자되고 인용된 공식이 있다면 아마도 1890년에 발표한 Manning의 유속 공식이라고 해도 과언은 아닐 것이다. 그만큼 그 쓰임새가 많았을 뿐만 아니라 사용의 편리성과 정확도에서도 매우 우수하였기 때문일 것이다. 그러나, 아무리 우수한 공식이라도 약점이 있듯이, Manning의 유속공식 역시 조도계수  $n$  을 추정하는데 많은 어려움이 있는 것도 주지의 사실이다. 이러한 어려움을 극복하기 위하여, 본 연구에서는 확률 통계에서 사용되는 엔트로피 개념을 이용한 3차원 유속분포식인 Chiu의 유속공식을 사용하였다. 그러나 지금까지 실증적으로 Chiu의 유속공식과 Manning의 유속공식을 비교분석하였던 논문은 Chiu와 Choo의 논문에서 일부 언급된 것 외 논문에서는 찾아볼 수 없는 것이 현실이다.

따라서 본 연구에서는 하상경사를 임의로 변경 가능한 실험수로 선택하여 정밀법에 의한 유속측정을 우선 실시하였다. 같은 지점의 같은 단면에서 하상경사( $\theta$ )가 0.000935부터 0.025794까지 28번의 경사변화를 주고 각 경사마다 유량을 측정하여 28개의 유량측정 데이터를, Chiu의 유속공식과 Manning의 유속공식에 각각 적용하여, Chiu의  $M$ 과 Manning의  $n$ 사이의 관계뿐만 아니라, 하상경사변화에 따른 관련인자들을 함께 분석하였으며, 실측된 평균유속과도 함께 분석하였다.

### 1. 서론

일반적으로 현재까지 가장 널리 응용되고 있는 평균유속공식은 Chezy 공식, Manning 공식 등이 있다. 이러한 이론적 등류공식은 수로단면의 이론적인 유속분포를 기초로 하여 유도되었다.

Chezy 공식은 일찍이 1769년 프랑스의 토목기사 Antoine Chezy 가 최초로 유도한 등류공식인 이른바 Chezy 공식은 통상 아래와 같이 표시된다.

$$V = C\sqrt{RS} \quad (1)$$

여기서  $V$ 는 평균유속,  $R$ 은 경심,  $S$ 는 에너지경사, 그리고  $C$ 는 Chezy의  $C$ 라 불리우는 흐름의 저항계수이다.

Manning 공식은 아일랜드 토목기사 Robert Manning이 최초 1889년 12월 4일 아일랜드 토목학

회의 논문에 이 공식을 제안했고, 후에 이 논문은 1890년 미국토목학회에 게재되었다. 이 공식은 최초에는 아주 복잡한 형태였으나 그 후 많은 연구가의 노력으로 지금같이 간소화하여 식(2)와 같은 형태로 되었다.

$$V = \frac{1.49}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (2)$$

SI단위로  $V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$ 으로 표시된다. 여기서  $V$ 는 평균유속,  $R$ 은 경심,  $S$ 는 에너지 경사, 그리고  $n$ 은 Manning의 조도계수이다.

### 2. Manning 공식의 문제점

Manning 공식의  $n$  값을 정확히 선정하는 방법이 없

으므로 조도계수  $n$ 의 결정에 큰 난점이 있다. 현재까지의 지식으로는 실제의  $n$ 값의 선정은 주어진 수로의 흐름에 접촉하여 느낄 수 있는 저항의 추정을 의미한다. 노련한 기술자에게는  $n$ 값의 선정은 완전한 경험과 판단에 의한 것이나 초심자에게는 추측에 지나지 않아 개개의 것은 서로 다른 결과를 초래한다.

V. T. Chow에 의하면, 조도계수의 적당한 지침을 주기 위해 다음 4가지의 일반적인 방법을 권고하는데 (1)  $n$ 의 값에 영향을 주는 요소를 이해하고 문제의 기초지식을 획득하여 추측의 범위를 좁힐 것. (2) 각종 형태의 수로에서의 대표적인  $n$ 값의 표를 참조할 것. (3) 조도계수를 알고 있는 대로 대표적 수로의 상태에 정통할 것. (4) 수로의 횡단면의 이론적인 유속분포와 유속이나 조도를 측정한 자료에 의거한 해석적인 절차에 의해  $n$ 값을 결정할 것 라고 되어있다.

Manning의 조도계수에 영향을 주는 요소를 정리하면 다음과 같다. 모든경우에 단일한  $n$ 값을 가지는 수로를 생각하는 것은 기술자에게 그다지 생소한 것은 아니다. 사실  $n$ 의 값은 매우 변화가 크고 여러 가지 요소에 의해 좌우된다. 여러 가지 설계조건에 관한  $n$ 값의 적당한 선택은 이것에 관한 기본적인 지식이 유용하게 사용되어야 한다. 인공 및 자연수로의 조도계수에 영향을 주는 요소는: 1. 표면조도 2. 식물 3. 수로의 불규칙성 4. 수로의 범선 5. 침전과 쇄굴 6. 장애물 7. 수로의 크기와 형상 8. 수위 및 유량 9. 부유물질과 소류물질 10. 계절적인 변화 등이 있다. 위와 같이 Manning의  $n$ 값 선정은 매우 어렵고 많은 경험을 요구하며, 더구나 명확하게 이것이다 라고 하는 정해진 값이 없다는 것이다.

따라서 위와 같은 문제점을 해결하기위한 한 가지 대안으로 Chiu의 유속공식을 사용하는 것이다. Chiu는 기존의 결정론적인 흐름 방향 유속분포식의 한계를 극복할 수 있는 방법으로 확률통계에서 사용되는 엔트로피 개념을 이용한 3차원 유속분포 식을 제안하였고, 이를 실험실 데이터와 자연하천에 적용하여 신뢰성과 정확성을 지속적으로 증명하여, 마침내 이에 대한 활용성이 매우 크게 대두되어 Chiu의 유속공식을 적극적으로 사용하고 있는 실정이다.

### 3. Chiu의 이론적 배경

Chiu의 엔트로피 유속분포식에 관한 자세한 유도 과정은 Chiu(1978, 1983, 1986, 1987, 1988,

1989,1992, 1995, 2002)논문이나 추태호(1999)의 논문을 참조하기 바란다. 관련논문에 의하면 개수로 단면에서의 2차원 유속분포에 관한 일반 공식을 나타낼 수 있는 식은 식(3)과 같다.

$$u = \frac{u_{\max}}{M} \ln \left[ 1 + (e^M - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right] \quad (3)$$

즉, 단면상에서 특정 등유속선  $\xi$ 상에 있는 모든 유속은 식 (3)에 의해 계산될 수 있다. 또한, 수직평균유속(1차원)은 식(3)을 1차원에 대하여 적분하면 다음과 같은 식(4)가 된다.

$$\bar{u}_v = \frac{1}{D} \int_0^D \frac{u_{\max}}{M} \ln \left[ 1 + (e^M - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0} \right] dy \quad (4)$$

Chiu의 유속 분포공식은 유속분포의 동질성을 결정하는 수리학적 매개변수  $M$ 으로 식 (5)과 같이 표현된다. 이는 2차원 평균유속을 계산하는데도 사용된다.

$$\phi(M) = \frac{\bar{u}}{u_{\max}} = e^M (e^M - 1)^{-1} - \frac{1}{M} \quad (5)$$

여기서  $\phi(M)$ 은 최대유속과 평균유속의 비율을 나타낸다. 역으로,  $M$ 을 계산하기 위해  $\bar{u}$ 와  $u_{\max}$ 가 필요하다. 본 연구에서는 실험실 실측자료를 이용하여  $\bar{u}$ 와  $u_{\max}$ 를 계산하였다.

### 4. 실험실에서 실측유속 자료의 취득

Chiu의 유속공식과 Manning의 유속공식을 실험실데이터에 적용하기 위해서는 매개변수의 추정과 검증이 필요하다. 본 연구에서는 전자과표면유속계로 실측한 표면유속과 실험실용 C-500A 유속계로 실측한 점유속데이터를 사용하여 매개변수를 추정하고 검증하였다.

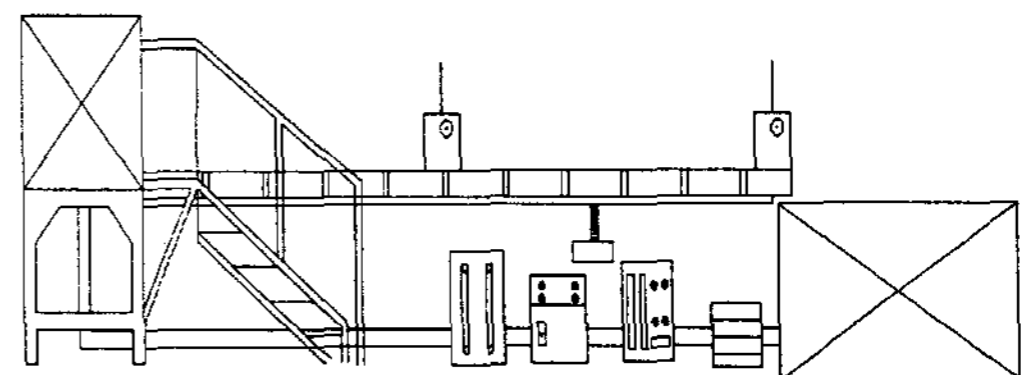


Fig.1 개수로 실험장치

그림.1과 같은 수리실험실의 개수로 실험장치에서

측정된 유속, 유량 등의 각종 수리량을 Table 1에 정리하였다.

D	Slope	n	U <sub>max</sub>	U <sub>aver</sub>	C
0.092	0.000935	0.009527	0.6929	0.452728	0.010413
0.09	0.001869	0.013128	0.74321	0.460704	0.010366
0.08	0.002804	0.014401	0.78512	0.490865	0.009817
0.075	0.003738	0.015539	0.8264	0.511528	0.009591
0.067	0.004673	0.01368	1.01493	0.619182	0.010371
0.065	0.005607	0.013918	1.10798	0.657946	0.010686
0.06	0.006542	0.013335	1.18242	0.715783	0.010558
0.058	0.007477	0.013551	1.2387	0.741524	0.010752
0.057	0.008411	0.014132	1.28254	0.748211	0.010662
0.055	0.009346	0.014364	1.30434	0.763287	0.010495
0.053	0.01028	0.014739	1.3064	0.766868	0.010161
0.052	0.011215	0.015197	1.34091	0.769923	0.010009
0.051	0.01215	0.015723	1.36294	0.767482	0.009785
0.05	0.013084	0.016224	1.37943	0.764608	0.009558
0.049	0.014019	0.015294	1.45653	0.831502	0.010186
0.048	0.014953	0.015351	1.47762	0.847192	0.010166
0.047	0.015888	0.015658	1.51632	0.847438	0.009957
0.046	0.016822	0.015825	1.55283	0.853835	0.009819
0.045	0.017757	0.015406	1.57318	0.891493	0.010029
0.044	0.018692	0.016223	1.58285	0.859018	0.009449
0.043	0.019626	0.015829	1.59994	0.891935	0.009588
0.042	0.020561	0.015679	1.63423	0.910971	0.009565
0.041	0.021495	0.016073	1.62269	0.897698	0.009201
0.04	0.02243	0.015879	1.64664	0.91676	0.009168
0.039	0.023364	0.015791	1.675	0.928882	0.009057
0.038	0.024299	0.015871	1.688	0.930084	0.008836
0.037	0.025234	0.016245	1.739	0.913427	0.008449
0.036	0.025794	0.014677	1.76	1.007833	0.009071

Table. 1 실험 data

측정된 유속 자료는 두 가지 목적으로 활용하였다. 첫째, 주요매개변수들인 M, h, U<sub>max</sub>을 산정하기 위해 점 유속을 이용하였고, 이를 통해서 얻어진 U<sub>max</sub>와 실측된 점유속으로부터 등유속선도를 작성하여 그 단면의 실측평균유속  $\bar{u}$ 을 산정하는데 사용하였다. 둘째, 엔트로피 M의 평형상태 유지여부에 활용하였다.

### 5. 실험데이터 분석

#### 5.1 Chiu의 매개변수 U<sub>max</sub> 및 M의 산정

첫 번째 단계는 실측 점유속 자료를 이용하여 그 측정횟수의 M, h, U<sub>max</sub>을 산정한다, 산정된 파라미터 중 최대유속인 U<sub>max</sub>만을 선정하였다. 두 번째 단계는 실측된 점 유속으로 등유속선도를 그리고 그 측정횟수의 평균유속을  $\bar{u}$ 을 산정한다. 마지막으로 산정된 최대유속과 평균유속을 그래프나 계산을 통해 평형상태지수인 엔트로피 M값을 추정하는 것이다.

#### 5.2 Manning의 매개변수N의 산정

첫 번째 단계는 실측된 평균유속  $\bar{u}$ , 하상경사  $\theta$ , 경심 R 등을 이용하여 그 지점의 N을 산정한다. 두 번째 단계는 V. T. Chow의 N값 Table에서 유효한

숫자(최소치:0.009, 표준치:0.01,최대치:0.013)과 유리(최소치:0.009, 표준치:0.01,최대치:0.013)에서 표준치인 N=0.01을 선택하였다, 왜냐하면 개수로 실험장치의 구조가 바닥은 윤향한 숫자이며 벽면은 유리로 구성되어 있기 때문이다.

일반적으로 실무에서 사용되는 방법대로 실제평균 유속으로부터 산정된 Manning의 N은 상수 값이 아닌 변수 값을 그림.2는 아주 잘 나타내고 있다.

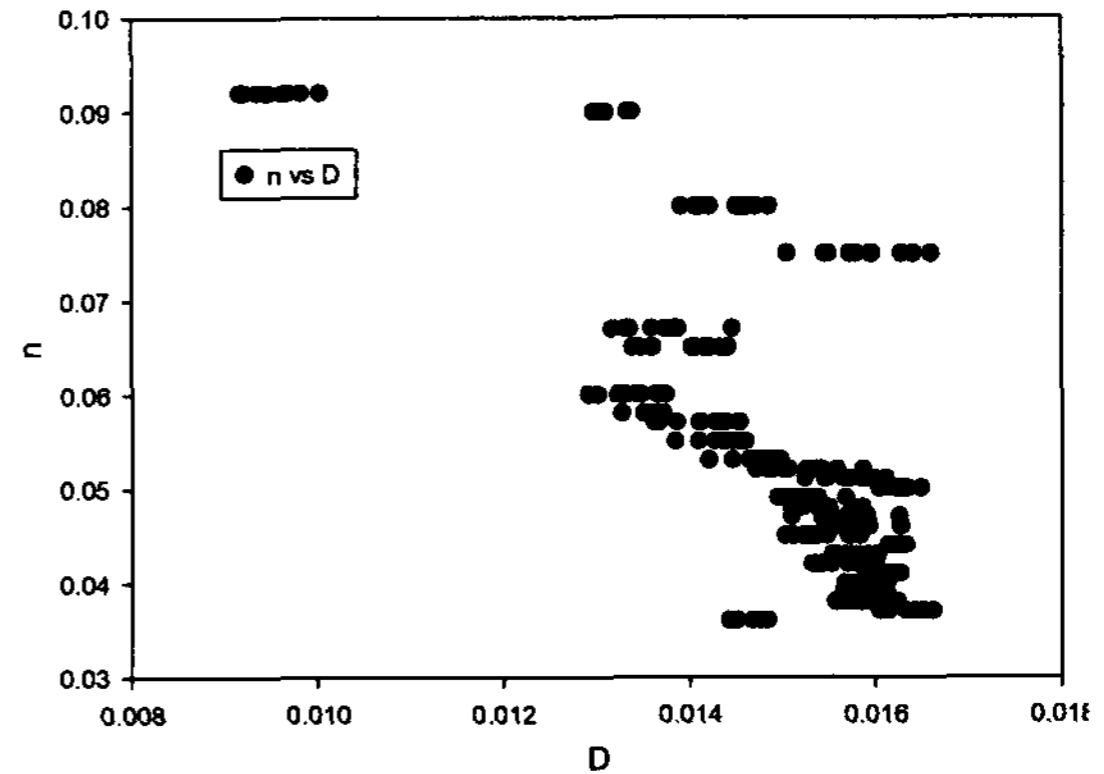


Fig.2 D와 n의 관계

#### 5.3 실측유속과 계산유속과의 비교

마지막으로 실제평균유속과 산정된 Chiu의 평균유속과 Manning의 평균유속을 비교하였으며, 그림.3은 분석결과를 나타내고 있다.

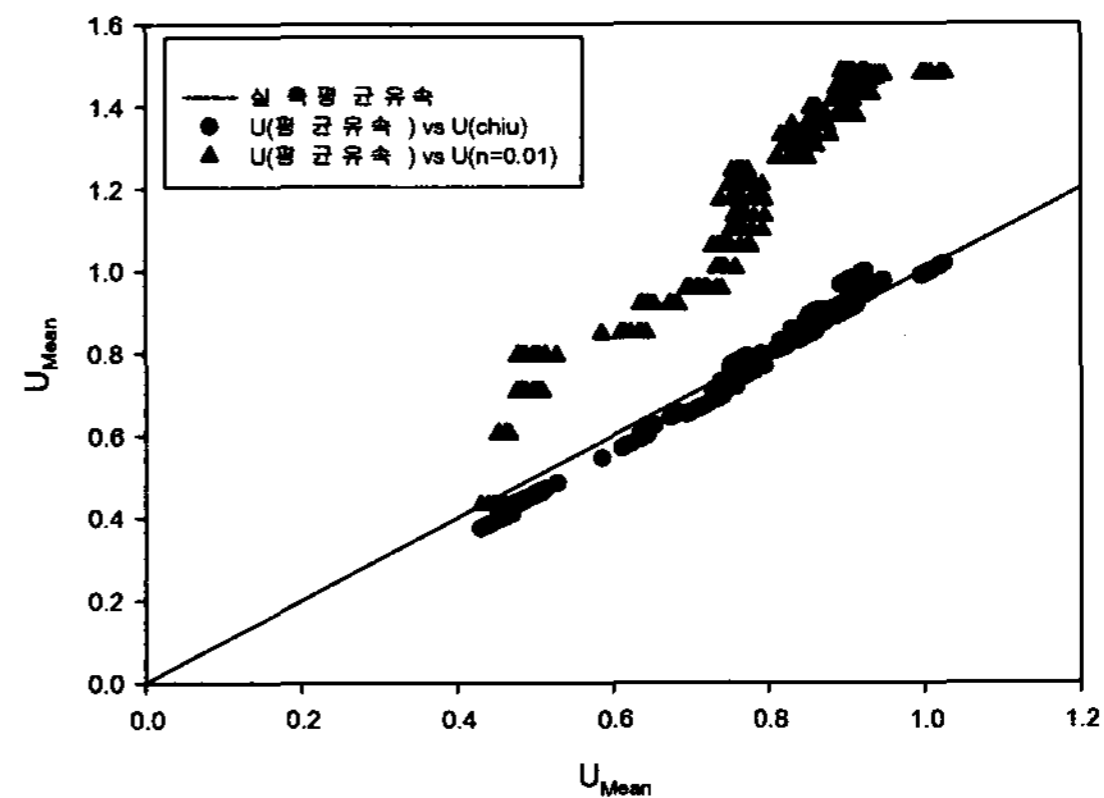


Fig.3 분석결과 Grape

### 6. 요약 및 결론

본 연구에서는 Chiu의 엔트로피 유속분포식을 하상경사가 변하는 실험실 수로에 적용하였으며 그 결과 자연계의 평형상태를 나타내는 파라미터인 M값이 일정함을 증명하였다. 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 전자파표면유속계로 실측한 표면유속과 실험실용 C-500A 유속계로 실측한 점유속데이터를 사

용하여 매개변수를 추정하고 검증하였다.

2. 실측 점유속 자료를 이용하여 그 측정횟수의  $M$ ,  $h$ ,  $U_{max}$ 을 산정하고, 실측된 점 유속으로부터 등유속선도를 그리고 그 측정횟수의 실측평균유속을  $\bar{u}$ 을 산정하였다.
3. 일반적으로 실무에서 사용되는 방법대로 실제평균유속으로부터 산정된 Manning의  $N$ 은 상수값이 아닌 변수값임을 나타냈으나, Chiu의 평형상태지수인 엔트로피  $M$ 값 변수  $u$ 의 평균유속과 실제평균유속을 비교해본 결과 평형상태지수인 엔트로피  $M$ 값이 0.811이었으며, 실제평균유속과 거의 일치함을 알 수 있었다.
4. Manning의  $N=0.01$ 으로 산정된 Manning의 평균유속과  $U_{max}$ 로 산정된 Chiu의 평균유속과 실제평균유속을 비교해본 결과 평형상태지수인 엔트로피  $M$ 값이 0.811이었으며, 실제평균유속과 거의 일치함을 알 수 있었다.

본 연구의 결과, 하상경사를 임의로 변경 가능한 실험수로의 같은 지점의 같은 단면에서 하상경사( $\theta$ )가 0.000935부터 0.0025794까지 28번의 경사변화를 주고 각 경사마다 유량을 측정하여 28개의 유량측정 데이터를, Chiu의 엔트로피 유속공식에 적용하여, 평균유속과 최대유속 사이의 관계가 선형관계, 즉 하상경사가 변하는 경우에도 엔트로피 파라미터( $M$ )가 이에 대응하여 평형상태에 도달함을 증명하였다.

따라서 자연하천이나 인공수로나 어떠한 형태의 수리구조물이든 이에 관련된 유속분포와 유량 산정에 매우 유용하게 사용될 수 있는 유속공식라고 확신한다.

#### 참고문헌

- [1] 추태호(2002) “엔트로피 개념에 의한 유량측정 기법(II) - 표면유속을 중심으로-,” 대한토목학회논문집, 제22권 4B호, pp. 507-515
- [2] Chiu, C-L.(1987) “Entropy and probability concepts in Hydraulics,” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 113(5), pp. 583-599
- [3] Chiu, C-L.(1988) “Entropy and 2-D velocity distribution in open channels,” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 114(10), pp. 738-756
- [4] Chiu, C-L.(1989) “Velocity distribution in open channel flow,” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 115(5), pp. 576-594
- [5] Chiu, C-L., Murray, D. W.(1992) “Variation of velocity distribution along nonuniform open-channel flow,” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 118(7), pp. 989-1001
- [6] Chiu, C-L., Said, C. A. A.(1995) “Maximum and mean velocities and entropy in open-channel flow,” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 121(1), pp. 26-35
- [7] Chiu, C-L., Tung, N-C.(2002) “Maximum velocity and regularities in open-channel flow,” Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(4), pp. 390-3982