

Chiu 유속분포공식의 하상경사가 변화는 실험실 수로에 적용성 분석

추태호* / 옥치율* / 제성진** / 이승관**

* 부산대학교 산업토목학과 조교수, 교수

** 부산대학교 산업토목학과 석사과정

Application of Chiu's Velocity Distribution Equation to Laboratory Channel with Varied Channel Slope

Choo, Tai Ho / Ok, Chi Youl

Je, Sung jin / Lee, seoung Kwan

요 약

정확하고 신뢰성 높은 유량 자료는 수자원의 정량적인 계획과 관리에 필수적이다. 이를 위하여 Chiu는 기존의 결정론적인 흐름 방향 유속분포식의 한계를 극복할 수 있는 방법으로 확률통계에서 사용되는 엔트로피 개념을 이용한 3차원 유속분포 식을 제안하였고, 이를 실험실 데이터와 자연하천에 적용하여 신뢰성과 정확성을 지속적으로 증명하여, 마침내 이에 대한 활용성이 매우 크게 대두되어 Chiu의 유속공식을 적극적으로 사용하고 있는 실정이다. 그러나 지금까지 이론적인 유속 분포식을 검증하기 위하여 단면 형상이 일정한 직사각형이나 사다리꼴 등의 실험수로에서부터 불규칙한 단면 형상을 갖는 자연 하천에 대한 적용을 거의 이루고 있는 실정이나, 하상경사가 변하는 경우에도 엔트로피 파라미터(M)가 이에 대응하여 평형상태에 도달하려고 하는지에 대한 연구는 전무하다.

본 연구에서는 하상경사를 임의로 변경 가능한 실험수로를 선택하여 정밀법에 의한 유속측정을 실시하였다. 같은 지점의 같은 단면에서 하상경사(θ)가 0.000935부터 0.025794까지 28번의 경사변화를 주고 각 경사마다 유량을 측정하여 28개의 유량측정 데이터를, Chiu의 엔트로피 유속공식에 적용하여, 평균유속과 최대유속 사이의 관계가 선형관계, 즉 하상경사가 변하는 경우에도 엔트로피 파라미터(M)가 이에 대응하여 평형상태에 도달함을 증명하였다.

1. 서론

하천 유량의 효율적인 측정을 위해 1990년 대부터 한국수자원공사에서는 순수자체기술로서 전자파표면 유속계를 개발하여(김우구 등, 1993), 이를 대하천에서의 자동유량측정이 가능하도록 설비와 시스템을 개발하였다.(김우구 등, 1994) 개발된 기술을 홍수시 실시간으로 하천유량을 측정할 수 있는 방법을 연구하였고(김우구 등, 1997,), 기 개발된 전자파표면유속계를 실용화하여(이완호 등, 1998), 이를 고정식화하였다.(이완호 등, 1999) 여기에 2000년대 부터는 Chiu의 유속공식을 낙동강 하구둑에 접목하여 유량 측정의 정도를 한 단계 업그레이드하는데 성공하였으며.(추태호 등, 1999), 이에 대한 심층적 연구를 지속적으로 추진하고 있으며(추태호 등, 2000; 김영성

등, 2001), 현재까지도 이에 대한 연구노력을 경주하고 있다.

최근에는 ADCP 등을 이용한 측정 방법들이 추진되고 있다(김창완 등, 2004; 김치영 등, 2006). 이러한 방법들은 흐름 단면 전체를 측정하지 않고 단면의 특정 영역(수표면 등)이나 지점에서 연속적인 유속을 측정하고 이를 단면 전체에 대한 관계로 환산하여 유량을 산정한다. 따라서 측정 영역의 유속과 전체 단면의 유속 사이에 합리적이고 이론적인 관계가 수립된 Chiu의 유속공식을 사용하는 것이 필요하다.

Chiu(1978, 1983, 1986, 1987, 1988, 1989, 1992, 1995, 2002)는 기존의 결정론적인 흐름 방향 유속분포식의 한계를 극복할 수 있는 방법으로 확률통계에서 사용

되는 엔트로피 개념을 이용한 3차원 유속분포 식을 제안하고, 이를 실험실 데이터와 자연하천에 적용하여 신뢰성과 정확성을 지속적으로 확보하여, 마침내 이에 대한 활용이 전 세계적으로 추진되고 있다. 아울러, Chiu의 공식은 단면에서 유속이 동일한 점들을 연결하는 등유속선과 유속과의 일대일 대응 관계를 이용하므로 수면 아래에서 최대유속이 나타나는 실제 현상을 이론적으로 재현할 수 있는 매우 큰 장점을 갖고 있다.

지금까지 이론적인 유속 분포식을 검증하기 위하여 단면 형상이 일정한 직사각형이나 사다리꼴 등의 실험수로에서부터 불규칙한 단면 형상을 갖는 자연 하천에 대한 적용을 거의 이루고 있는 실정이나, 하상경사가 변하는 경우에도 엔트로피 파라미터(M)가 이에 대응하여 평형상태에 도달하려고 하는지에 대한 연구는 전무하다.

본 연구에서는 하상경사를 임의로 변경 가능한 실험수로를 선택하여 정밀법에 의한 유속측정을 실시하였다. 같은 지점의 같은 단면에서 하상경사(θ)가 0.000935부터 0.025794까지 28번의 경사변화를 주고 각 경사마다 유량을 측정하여 28개의 유량측정 데이터를, Chiu의 엔트로피 유속공식에 적용하여, 평균유속과 최대유속 사이의 관계가 선형관계, 즉 하상경사가 변하는 경우에도 엔트로피 파라미터(M)가 이에 대응하여 평형상태에 도달함을 증명하였다.

2. Chiu의 이론적 배경

Chiu의 엔트로피 유속분포식에서는 단면상의 동일한 유속을 가지는 점들을 연결하는 등유속선(isovel) ξ와 직교선 η로 구성되는 ξ-η 좌표계를 이용한다 (Fig 1). ξ-η 좌표계는 원통좌표계와 유사한데, ξ-η 좌표계에서는 등유속선으로 표현되는 단면상의 위치와 유속 간에 일대일 관계가 성립한다. 단면에서 하폭 방향과 수심 방향의 성분으로 이루어진 직교좌표계는 식 (1)에 의해 ξ-η 좌표계로 변환된다.

$$\xi = Y(1 - Z)^{\beta_i} \exp(\beta_i Z - Y + 1) \quad (1)$$

여기서, $Y = \frac{y + \delta_y}{D + \delta_y + h}$, $Z = \frac{|z|}{B_i + \delta_i}$ 이며,

$h, \beta_i, \delta_i, \delta_y$ 는 등유속선의 형상에 관계된 매개변수이다. 이중 h 는 최대유속이 발생하는 수면으로부터의 거리이다.

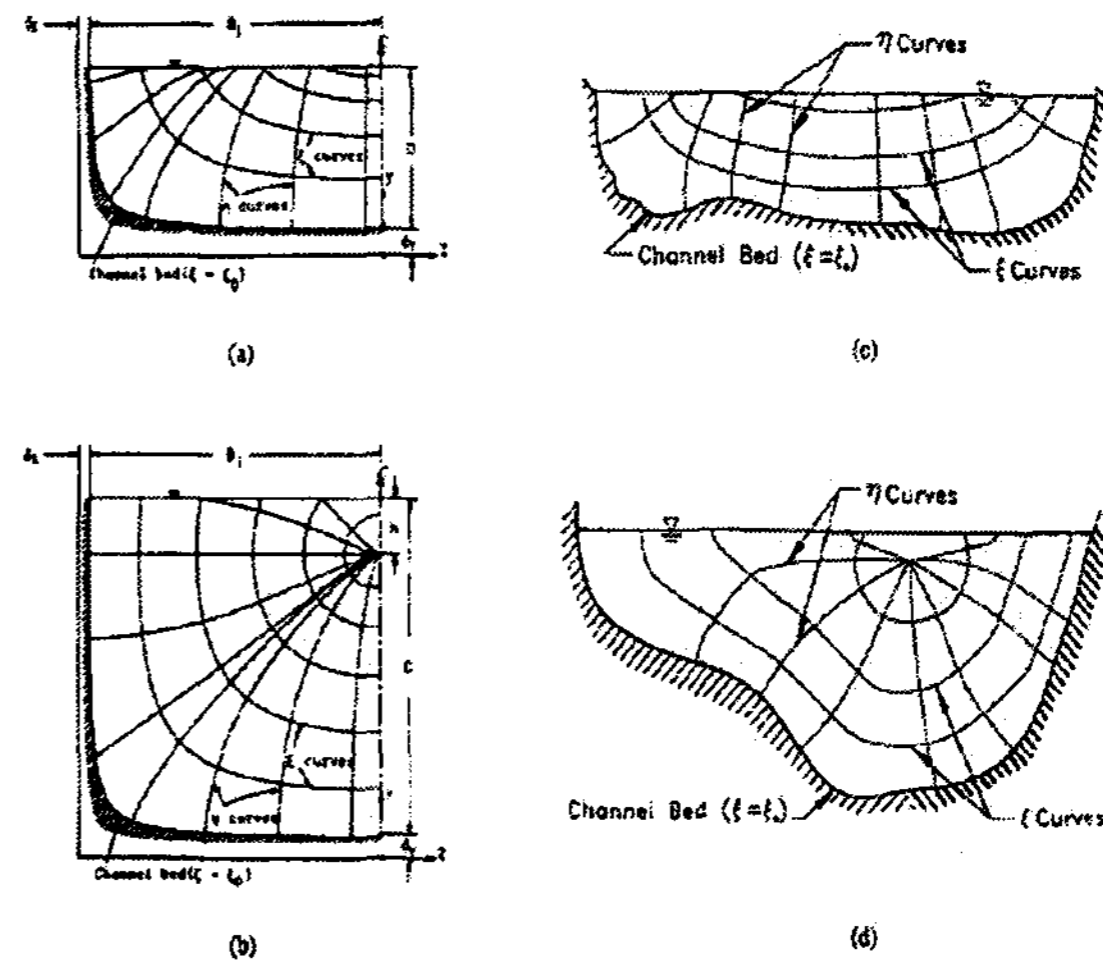


Fig.1 ξ-η Coordinates in open-channel sections (Chiu, 1988, 1989)

엔트로피 유속분포식은 등유속선 ξ 상에서 유속 u에 관한 확률밀도함수를 이용하여 도출된다. 유속의 누적확률밀도함수는 식 (2)와 같고 확률밀도함수는 식 (3)과 같다.

$$P(u) = \int_0^u p(u) du = \int_0^u p[G(\xi)] d\xi \quad (2)$$

$$= \int_{\xi_0}^{G(u)^{-1}} q(\xi) d\xi = \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{\max} - \xi_0}$$

$$P(u) = \frac{dP(u)}{du} = \frac{dP(u)}{d\xi} \frac{d\xi}{du} = \left[(\xi_{\max} - \xi_0) \frac{du}{d\xi} \right]^{-1} \quad (3)$$

여기서 확률밀도함수 $p(u)$ 를 결정하기 위해 확률론적인 엔트로피 최대화 원리 개념을 사용하였다. 엔트로피 최대화 원리는 정상·평형 상태에 있는 체계는 엔트로피를 최대화하는 경향이 있다는 것이다. 이는 식 (4)의 엔트로피 함수를 최대로 하는 확률밀도함수 $p(u)$ 를 선택하는 것을 의미한다(DeGroot, 1975).

$$H(u) = - \int_0^{u_{\max}} p(u) \ln p(u) du \quad (4)$$

이를 풀기 위한 제약 조건은 식 (5)와 (6)이다.

$$\int_0^{u_{\max}} p(u) du = 1 \quad (5)$$

$$Q = \int u da = A \bar{u} = A \int_0^{u_{\max}} u p(u) du \quad (6)$$

일반적으로 등유속선 ξ에서 유속 u를 나타내는 유속분포식은 식 (7)이다. 이에 대한 자세한 유도 과정은 1998년 Chiu의 ASCE 발표논문과 추태호(1999)의 논문에 기술되어 있다.

$$u = \frac{u_{max}}{M} \ln \left[1 + (e^M - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \right] \quad (7)$$

식 (7)은 M 을 매개변수로 갖는 개수로 단면에서의 2차원 유속분포에 관한 일반 공식이다. 즉, 단면 상에서 특정 등유속선 ξ 상에 있는 모든 유속은 식 (7)에 의해 계산될 수 있다. 또한, 수직평균유속(1차원)은 식(7)을 1차원에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\bar{u}_v = \frac{1}{D} \int_0^D \frac{u_{max}}{M} \ln \left[1 + (e^M - 1) \frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \right] dy \quad (8)$$

엔트로피 유속 분포식의 세 번째 구성 요소는 유속분포의 동질성을 결정하는 수리학적 매개변수 M 으로 식 (8)과 같이 표현된다. 이는 2차원 평균유속을 계산하는데도 사용된다.

$$\phi(M) = \frac{\bar{u}}{u_{max}} = e^M (e^M - 1)^{-1} - \frac{1}{M} \quad (9)$$

여기서 $\phi(M)$ 은 최대유속과 평균유속의 비율을 나타낸다. 역으로, M 을 계산하기 위해 \bar{u} 와 u_{max} 가 필요하다. 본 연구에서는 실험실 실측자료를 이용하여 \bar{u} 와 u_{max} 를 계산하였다.

3. 실험실에서 실측유속 자료의 취득

Chiu의 유속분포식을 실험실데이터에 적용하기 위해서는 매개변수의 추정과 검증이 필요하다. 본 연구에서는 전자과표면유속계로 실측한 표면유속과 실험실용 C-500A 유속계로 실측한 점유속데이터를 사용하여 매개변수를 추정하고 검증하였다.

그림.1과 같은 수리실험실의 개수로 실험장치에서 측정된 유속, 유량 등의 각종 수리량을 Table 1에 정리하였다.

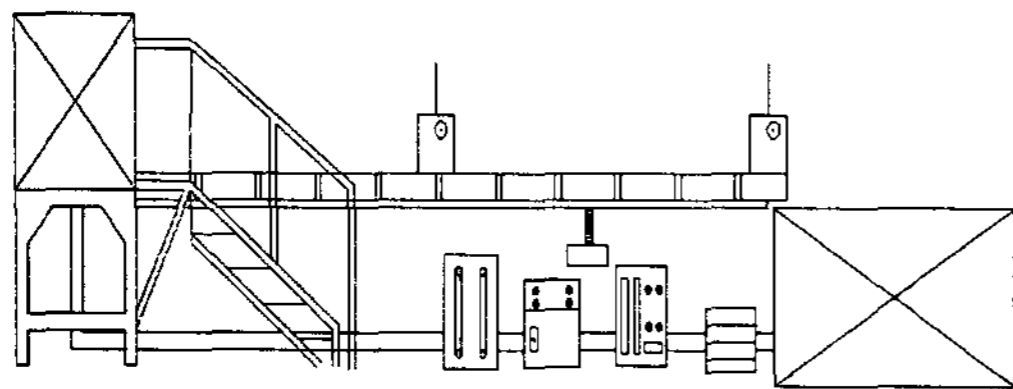


Fig.2 개수로 실험장치

측정된 유속 자료는 두 가지 목적으로 활용하였다. 첫째, 주요매개변수들인 M , h , U_{max} 을 산정하기 위해 점 유속을 이용하였고, 이를 통해서 얻어진 U_{max} 와 실측된 점유속으로부터 등유속선도를 작성하여 그 단면의 실측평균유속 \bar{u} 을 산정하는데 사용

하였다. 둘째, 엔트로피 M 의 평형상태 유지여부에 활용하였다.

Table. 1 실험 data

D	Slope	n	Umax	U(aver)	Q
0.092	0.000935	0.009527	0.6929	0.452728	0.010413
0.09	0.001869	0.013128	0.74321	0.460704	0.010366
0.08	0.002804	0.014401	0.78512	0.490865	0.009817
0.075	0.003738	0.015539	0.8264	0.511528	0.009591
0.067	0.004673	0.01368	1.01493	0.619182	0.010371
0.065	0.005607	0.013918	1.10798	0.657946	0.010686
0.06	0.006542	0.013335	1.18242	0.715783	0.010558
0.058	0.007477	0.013551	1.2387	0.741524	0.010752
0.057	0.008411	0.014132	1.28254	0.748211	0.010662
0.055	0.009346	0.014364	1.30434	0.763287	0.010495
0.053	0.01028	0.014739	1.3064	0.766868	0.010161
0.052	0.011215	0.015197	1.34091	0.769923	0.010009
0.051	0.01215	0.015723	1.36294	0.767482	0.009785
0.05	0.013084	0.016224	1.37943	0.764608	0.009558
0.049	0.014019	0.015294	1.45653	0.831502	0.010186
0.048	0.014953	0.015351	1.47762	0.847192	0.010166
0.047	0.015888	0.015658	1.51632	0.847438	0.009957
0.046	0.016822	0.015825	1.55283	0.853835	0.009819
0.045	0.017757	0.015406	1.57318	0.891493	0.010029
0.044	0.018692	0.016223	1.58285	0.859018	0.009449
0.043	0.019626	0.015829	1.59994	0.891935	0.009588
0.042	0.020561	0.015679	1.63423	0.910971	0.009565
0.041	0.021495	0.016073	1.62269	0.897698	0.009201
0.04	0.02243	0.015879	1.64664	0.91676	0.009168
0.039	0.023364	0.015791	1.675	0.928882	0.009057
0.038	0.024299	0.015871	1.688	0.930084	0.008836
0.037	0.025234	0.016245	1.739	0.913427	0.008449
0.036	0.025794	0.014677	1.76	1.007833	0.009071

4. Chiu의 유속공식 적용

4.1 매개변수 Umax 산정

엔트로피 파라미터인 U_{max} 및 M 의 산정 과정은 Fig 2에 보인 바와 같다. 첫 번째 단계는 실측 점유속 자료를 이용하여 그 측정횟수의 M , h , U_{max} 을 산정한다, 산정된 파라미터 중 최대유속인 U_{max} 만을 선정하였다. 두 번째 단계는 실측된 점 유속으로 등유속선도를 그리고 그 측정횟수의 평균유속을 \bar{u} 을 산정한다. 마지막으로 산정된 최대유속과 평균유속을 그래프나 계산을 통해 평형상태지수인 엔트로피 M 값을 추정하는 것이다.

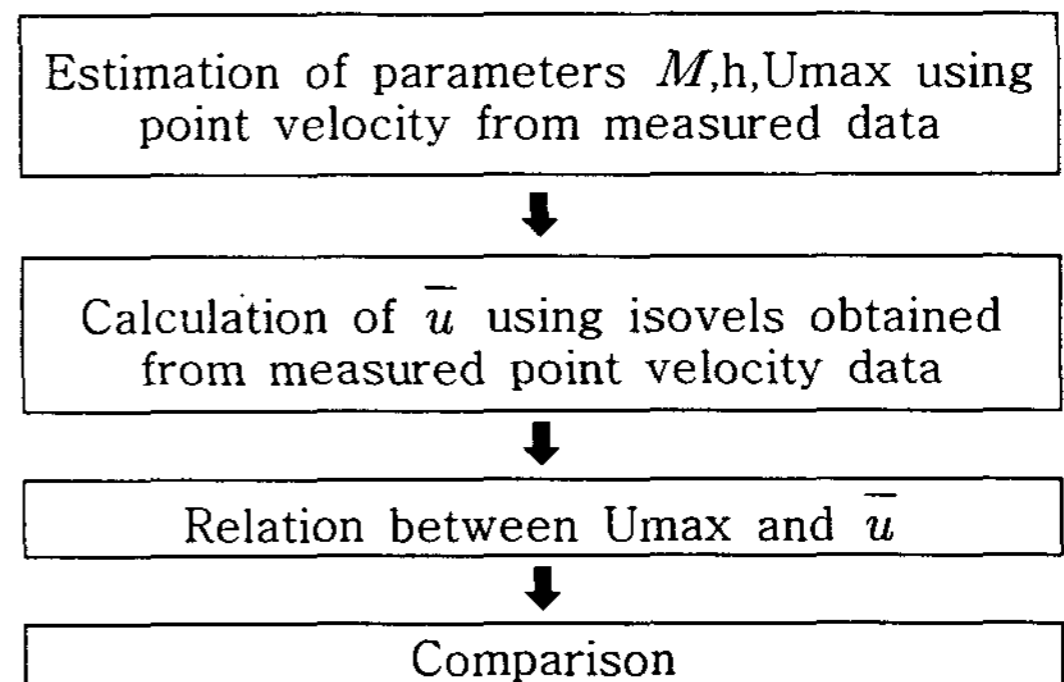


Fig.3 Procedure for the application of entropy-based velocity distribution

4.2 평형상태지수인 엔트로피 M 의 결정

매개변수 M 은 엔트로피 유속분포의 유일한 수리학적 매개변수로서 단면의 최대유속과 평균유속의 관계를 나타낸다. 또한 한 지점에서는 유량과 수심이 변화하더라도 일정한 값을 갖는 것으로 알려져 있다(Chiu와 Said, 1995). 자연하천은 임의적인 외력이나 자연의 인위적 변형을 하지 않는 한 하천의 그 횡단면은 이 엔트로피 파라미터에 대응하는 평형상태에 도달하려하고, 또한 이 평형상태를 지속적으로 유지하려고 하기 때문에 이 엔트로피 파라미터 M 값이 결정되면 최대유속이 발생하는 지점에서의 유속 측정만으로 평균유속을 구할 수 있고 이로부터 간단히 유량을 측정할 수 있다는 것이다. 또한 엔트로피 개념에 의하면 한 지점에 대한 엔트로피 파라미터 M 이 결정되면 최대유속 발생지점에서 표면유속의 측정만으로 단면전체의 유량을 쉽게 구할 수 있다.

이렇게 구해진 최대유속과 평균유속을 선형회귀분석하여 $\phi(M)$ 값을 산정하였다. 식 (9)에 의하면 $\phi(M)$ 은 최대유속과 평균유속의 비를 의미하므로 Fig. 4에서 선형회귀식의 기울기가 된다. Fig. 4는 전체 측정된 28개 자료에 대한 최대유속과 평균유속의 관계를 나타낸 그래프이다.

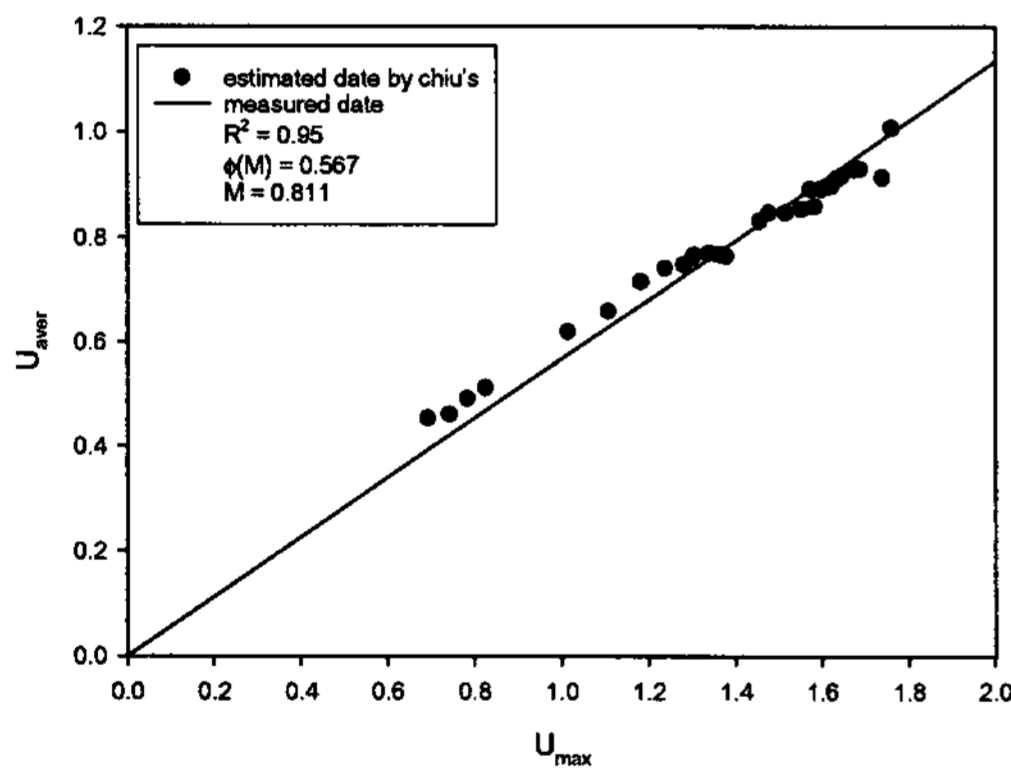


Fig.4 최대유속과 평균유속의 관계

Fig. 4에서 회귀식의 기울기 $\phi(M)$ 은 약 0.567이다. 이 값은 식 (9)에 대입하면 M 값으로 0.811을 구할 수 있다. 이러한 결과는 인공수로인 경우도 임의적인 외력이나 인위적 변형을 하지 않는 한 하상경사의 변화에도 불구하고 이 엔트로피 파라미터 M 값에 대응하는 평형상태에 도달하려하고, 또한 이 평형상태를 지속적으로 유지하려고 하는 경향이 있음을 증명하였다.

5. 요약 및 결론

본 연구에서는 Chiu의 엔트로피 유속분포식을 하상경사가 변하는 실험실 수로에 적용하였으며 그 결과 자연계의 평형상태를 나타내는 파라미터인 M 값이 일정함을 증명하였다. 연구 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 전자파표면유속계로 실측한 표면유속과 실험실용 C-500A 유속계로 실측한 점유속데이터를 사용하여 매개변수를 추정하고 검증하였다.
2. 실측 점유속 자료를 이용하여 그 측정횟수의 M , h , U_{max} 을 산정하고, 실측된 점 유속으로부터 등유속선도를 그리고 그 측정횟수의 실측평균유속을 \bar{u} 을 산정하였다.
3. 산정된 최대유속과 평균유속을 그래프나 계산을 통해 평형상태지수인 엔트로피 M 값이 0.811로 나타났다.

본 연구의 결과, 하상경사를 임의로 변경 가능한 실험수로의 같은 지점의 같은 단면에서 하상경사(θ)가 0.00069부터 0.019034까지 28번의 경사변화를 주고 각 경사마다 유량을 측정하여 28개의 유량측정 데이터를 가지고, Chiu의 엔트로피 유속공식에 적용하여, 하상경사변화에 무관하게 평균유속과 최대유속 사이의 관계가 선형관계 나타내는지 여부, 즉 하상경사가 변화하는 경우에도 평형상태를 유지하기 위하여 엔트로피 파라미터(M)가 일정한 상수 값을 갖는 것이 증명되었다.

따라서 자연하천이나 인공수로나 어떠한 형태의 수리구조물이든 이에 관련된 유속분포와 유량 산정에 매우 유용하게 사용될 수 있는 유속공식라고 확신한다.

참고문헌

- [1] 추태호(2002) "엔트로피 개념에 의한 유량측정 기법(II) - 표면유속을 중심으로-", 대한토목학회논문집, 제22권 4B호, pp. 507-515
- [2] Chiu, C-L.(1987) "Entropy and probability concepts in Hydraulics," Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 113(5), pp. 583-599
- [3] Chiu, C-L.(1988) "Entropy and 2-D velocity distribution in open channels," Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 114(10), pp. 738-756
- [4] Chiu, C-L.(1989) "Velocity distribution in

open channel flow," Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 115(5), pp. 576-594

- [5] Chiu, C-L., Murray, D. W.(1992) "Variation of velocity distribution along nonuniform open-channel flow," Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 118(7), pp. 989-1001
- [6] Chiu, C-L., Said, C. A. A.(1995) "Maximum and mean velocities and entropy in open-channel flow," Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 121(1), pp. 26-35
- [7] Chiu, C-L., Tung, N-C.(2002) "Maximum velocity and regularities in open-channel flow," Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 128(4), pp. 390-398