

# 지진해일 전파 수치모형의 고도화를 위한 격자접속기법

Grid Nesting Scheme for High Accuracy  
of Tsunami Propagation Numerical Model

임재호\*, 배재석\*\*, 전영준\*\*\*, 윤성범\*\*\*\*

Chae Ho Lim, Jae Seok Bae, Young Joon Jeon, Sung Bum Yoon

## 요지

선형 Boussinesq 형태의 파동방정식을 지배방정식으로 사용하는 능동적인 분산보정 지진해일 전파 유한차분모형의 정확도를 향상시키기 위한 새로운 동시격자접속기법을 개발하였다. 이 격자접속기법은 공간에 대해 3차 보간식을 사용하므로 짧은 파에 대해서 보간에 따른 오차를 최소화할 수 있고, 시간에 대해 2차 보간식을 사용하기 때문에 기존 기법에 비해 더 정확한 값을 얻을 수 있다. 개발된 격자접속기법의 정확성을 평가하기 위해 수중 원형천퇴상을 전파하는 Gaussian 형상의 가상지진에 대해 격자접속기법을 적용하지 않고 계산한 결과와 격자접속기법을 적용하여 계산한 결과를 FUNWAVE에 포함되어 있는 선형화된 Boussinesq 방정식에 의해 계산된 수치해와 비교하였다. 그 결과 개발된 동시격자접속기법의 우수함이 검증되었다.

핵심용어 : 지진해일, 분산보정, 유한차분모형, 격자접속기법, Boussinesq 방정식

## 1. 서 론

지진해일 전파 수치실험에서 격자간격의 선정은 해의 정확성, 계산시간 및 기억용량에 큰 영향을 미친다. 특히 유한차분모형은 균일한 격자를 사용하기 때문에 대양을 전파하는 지진해일에 대한 수치실험은 계산영역이 넓고 파장이 길어 상대적으로 큰 격자를 사용하여 계산한다. 그러나 지진해일이 해안에 접근함에 따라 천수화에 의해 파장이 점점 짧아지면 동일 격자간격을 사용할 경우 파장과 격자간격의 비로 표시되는 격자의 분해능이 점점 낮아지게 되어 수치해석 결과의 정확도가 떨어지게 된다. 이러한 유한차분모형을 사용하여 지진해일 전파 수치모의를 수행할 경우 균일한 격자간격을 사용하면서도 분산효과를 정도 높게 고려하기 위해서는 수치적인 안정성을 유지하면서도  $2\Delta x$ 파가 발생하지 않도록 수심변화 지형에 적당한 크기의 격자간격을 사용해야 할 것이다. 이를 위해서는 대격자영역과 소격자영역을 동적으로 연결하여 동시에 계산할 수 있는 우수한 격자접속기법의 개발이 절실히 필요하다. Yoon(2002)은 균일격자를 사용하면서도 수심에 따라 물리적인 분산효과를 정도 높게 고려할 수 있는 유한차분모형에 동시격자접속기법을 개발하여 적용한 바 있다. 이 동시격자접속기법은 공간에 대해 2차 보간, 시간에 대해 1차 보간을 적용하였기 때문에 파장이 짧은 경우, 특히 실제의 격자간격과 분산관계를 만족시키는 가상격자간격이 큰 차이를 보이는 수심에 대해서는 보간에 따른 오차가 발생할 가능성이 있어 단주기파의 재현이 명확하지 않았다.

윤성범 등(2007)은 선형 Boussinesq 형태의 파동방정식을 지배방정식으로 하는 능동적인 분산보정 지진해일 전파 유한차분모형을 개발하였다. 이 모형은 격자간격 대신 분산보정계수를 사용하여 물리적 분산효과를 고려할 수 있다. 하지만 격자접속기법을 도입하지 않는다면 상대적으로 긴 파에 대해서는 분산효과를 정도 높게 고려할 수 있지만, 사용된 격자간격이 수심에 비해 너무 크면 분산이 상대적으로 과대평가되고 짧은 파에 대해서는  $2\Delta x$ 파가 발생하게 되어 수치해의 정확성이 떨어지게 된다. 이에 본 연구에서는 윤성범 등

\* 정회원·한양대학교 토목공학과 박사후 과정·E-mail : limch@hanyang.ac.kr

\*\* 정회원·한양대학교 토목공학과 석사과정·E-mail : bjae194@hanyang.ac.kr

\*\*\* 정회원·한양대학교 토목공학과 석사과정·E-mail : aqua1123@hanyang.ac.kr

\*\*\*\* 정회원·교신저자·한양대학교 공학대학 토목환경공학과 교수·E-mail : sbyoon@hanyang.ac.kr

(2007)의 분산보정 지진해일 전파 유한차분모형의 정확도를 항상시키기 위한 새로운 동시격자접속기법을 개발하고자 한다. 이 동시격자접속기법은 공간에 대해 3차 보간식을 사용하므로 짧은 파에 대해서 보간에 따른 오차를 최소화할 수 있고, 시간에 대해 2차 보간식을 사용하기 때문에 기존의 격자접속기법에 비해 더 정확한 값을 얻을 수 있을 것이다.

## 2. 지배방정식 및 유한차분식

천수에서 약한 분산효과를 고려할 수 있는 2차원 선형 Boussinesq 방정식은 수심이 완만히 변한다는 가정하에 다음과 같은 시간에 대해 2단계로 나누어 정리된 선형 Boussinesq 형태의 파동방정식으로 표현할 수 있다(윤성범 등, 2007).

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( gh \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( gh \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} - v + \gamma \Delta x^2 \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (2)$$

여기서  $\zeta$ 는 정수면으로부터의 수면변위(m),  $g$ 는 중력가속도( $m/s^2$ ),  $h$ 는 정수면으로부터 바닥까지의 수심(m),  $v$ 는 임시변수,  $\gamma$ 는 분산보정계수이다.

윤성범 등(2007)이 완변수심상을 전파하는 지진해일을 수치모의하기 위해 개발한 능동적인 분산보정 유한차분모형에 사용된 지배방정식 (1)과 (2)에 대한 유한차분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{v_{i,j}^{n+1/2} - v_{i,j}^{n-1/2}}{\Delta t} - g \left[ \left( \frac{h_{i+1,j}^n - h_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right) \left( \frac{\zeta_{i+1,j}^n - \zeta_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \right) + \left( \frac{h_{i,j+1}^n - h_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \left( \frac{\zeta_{i,j+1}^n - \zeta_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \right) \right] \\ - C_o^2 \left[ (1-\alpha) \left( \frac{\zeta_{i+1,j}^n - 2\zeta_{i,j}^n + \zeta_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{\zeta_{i,j+1}^n - 2\zeta_{i,j}^n + \zeta_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\zeta_{i+1,j-1}^n - 2\zeta_{i,j-1}^n + \zeta_{i-1,j-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{\zeta_{i+1,j+1}^n - 2\zeta_{i,j+1}^n + \zeta_{i-1,j+1}^n}{\Delta x^2} \right) \right. \\ \left. + \frac{\alpha}{2} \left( \frac{\zeta_{i-1,j+1}^n - 2\zeta_{i-1,j}^n + \zeta_{i-1,j-1}^n}{\Delta y^2} + \frac{\zeta_{i+1,j+1}^n - 2\zeta_{i+1,j}^n + \zeta_{i+1,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\zeta_{i,j}^{n+1} - \zeta_{i,j}^n}{\Delta t} - v_{i,j}^{n+1/2} + \gamma \Delta x^2 \left( \frac{v_{i+1,j}^{n+1/2} - 2v_{i,j}^{n+1/2} + v_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} + \frac{v_{i,j+1}^{n+1/2} - 2v_{i,j}^{n+1/2} + v_{i,j-1}^{n+1/2}}{\Delta y^2} \right) = 0 \quad (4)$$

여기서  $i, j$ 는  $x, y$  방향에 대한 공간격자 정보를 나타내며,  $n$ 은 시간단계를 의미한다. 그리고  $\Delta x (= \Delta y)$ 와  $\Delta t$ 는 공간에 대한 격자간격과 시간에 대한 계산간격을 각각 의미한다.  $\alpha$ 는 대각선 방향 분산오차를 제거하기 위해 도입된 가중치로 1/6을 사용하고,  $\zeta$ 와  $v$ 는 시간단계가 엇갈려 배치된다.

분산보정계수  $\gamma$ 는 주어진 수심, 격자간격 그리고 시간간격에 대한 함수로 식(5)와 같이 제안되었다. 이 분산보정기법은 물리적 분산효과를 고려하기 위해 격자간격만을 사용하는 기존의 분산보정기법(Imamura et al., 1988; Yoon, 2002)보다 더 정확하면서도 효율적임이 윤성범 등(2007)에 의해 입증된 바 있다.

$$\gamma = \frac{1}{12} \left\{ 1 - \left( \frac{\sqrt{4h^2 + gh\Delta t^2}}{\Delta x} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

### 3. 격자접속기법의 개발

그림 1은 새로운 동시격자접속기법에 사용된 격자접속선을 따른 공간 및 시간에 대한 보간을 설명하기 위한 개념도이다. 소격자영역의 시간과 공간에 대한 계산간격은 대격자영역의 1/3에 해당하는 간격을 각각 사용한다. 본 연구에서는 대격자와 소격자의 격자접속선을 따라 공간에 대해 3차 보간을 수행하여 Yoon(2002)이 제안한 격자접속기법에서 짧은 과정에 대해 문제시 되었던 보간에 따른 오차를 최소화 하였다. 또한 소격자영역의 중간 시간단계의 경계조건 값을 계산하기 위해 시간에 대해 2차 보간을 수행하므로 기준에 비해 더 정확한 값을 얻을 수 있다.

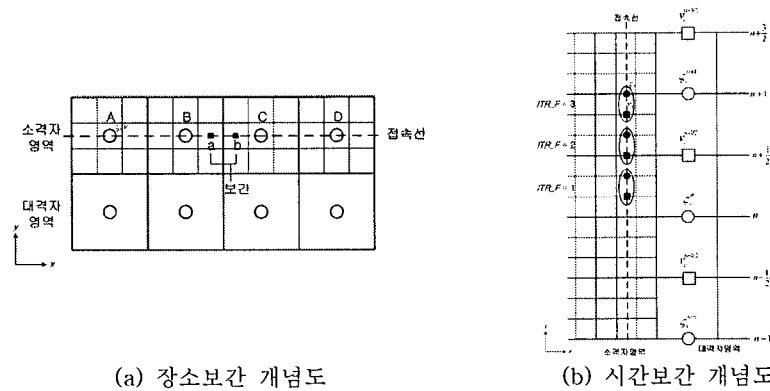


그림 1. 동시격자접속기법의 격자접속선을 따른 개념도

(○: 대격자영역의  $\zeta_c, v_c$ , ■: 보간된 소격자영역의  $\zeta_f, v_f$ )

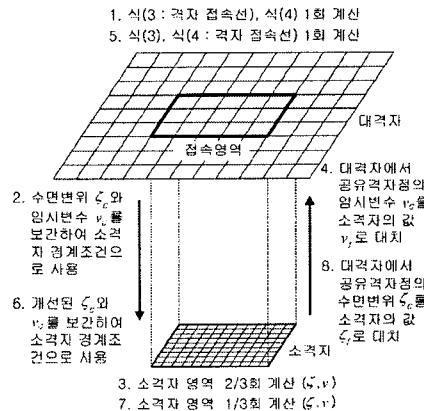


그림 2. 동시격자접속기법의 수치계산 개념도

그림 2는 새로운 동시격자접속기법에 대한 수치계산 과정을 나타낸 것으로 정리하면 다음과 같다.

1. 대격자영역에서 임시변수( $v_c^{n-1/2}$ )와 수면변위( $\zeta_c^n$ )를 식(3)과 (4)에 대입하여 대격자의 임시변수( $v_c^{n+1/2}$ )와 수면변위( $\zeta_c^{n+1}$ )를 각각 계산한다.
2. 계산된 임시변수( $v_c^{n+1/2}$ )와 수면변위( $\zeta_c^{n+1}$ )를 이용하여 격자접속선에 대한 값을 산정하기 위해 공간에 대해 3차 보간, 시간에 대해 2차 보간함수를 적용하여 경계값을 계산한다.
3. 소격자영역에서 식(3)과 (4)를 이용하여 임시변수( $v_f^{n+1/3}, v_f^{n+2/3}$ )와 수면변위( $\zeta_f^{n+1/3}, \zeta_f^{n+2/3}$ )를 2회 연속적으로 계산한다.

4. 소격자의 임시변수( $v_f^{n+2/3}$ )를 같은 시간대의 대격자 공유 격자점으로 대치시켜 개선된 대격자의 임시변수( $v_{new}^{n+1/2}$ )를 생성한다.
5. 개선된 임시변수( $v_{new}^{n+1/2}$ )와 식(4)를 이용해 격자접속선을 따른 수면변위( $\zeta_{cb}^{n+1}$ )를 임시로 다시 계산한 후 식(3)을 이용해 격자접속선을 따른 대격자의 임시변수( $v_{cb}^{n+3/2}$ )를 구한다.
6. 격자접속선의 수면변위( $\zeta_{cb}^{n+1}$ )와 임시변수( $v_{cb}^{n+3/2}$ )를 이용하여 소격자영역에 대한 경계값을 계산하기 위해 공간과 시간에 대한 보간을 각각 수행한다.
7. 소격자영역에서 임시변수( $v_f^{n+3/3}$ )와 수면변위( $\zeta_f^{n+3/3}$ )를 각각 1회 계산한다.
8. 소격자의 수면변위( $\zeta_f^{n+3/3}$ )를 같은 시간대의 대격자 공유 격자점으로 대치시켜 개선된 대격자의 수면변위( $\zeta_{new}^{n+1}$ )를 생성하면 주어진 시간단계에 대한 계산이 완료된다.

#### 4. 격자접속기법의 검증

개발된 동시격자접속기법의 정확성을 평가하기 위해 수중 원형천퇴상을 전파하는 Gaussian 형상의 가상 지진에 대해 격자접속기법을 적용하지 않은 모형(DCFDM)과 격자접속기법을 적용한 모형(NDCFDM)을 이용하여 계산한 결과를 FUNWAVE(Kirby et al., 1998)에 포함되어 있는 선형화된 Nwogu의 Boussinesq 방정식(1993)에 의해 계산된 수치해와 비교하여 개발된 동시격자접속기법의 우수성을 검증하고자 한다. 이를 위해 수중 원형천퇴상을 전파하는 지진해일에 대한 수치모의를 수행하였다. 그럼 3은 원뿔기둥 모양인 수중 원형천퇴의 계산영역을 나타내는 개념도이다. 천퇴의 정상부 중심을 기준으로 기저면과 정상부의 반지름  $R_1$ 과  $R_2$ 는 각각 150km, 50km이다. 수면변위에 대한 시간이력을 기록하기 위해 2개의 wave gages를 설치하였으며, wave gage 1은 수심 300m의 천퇴 정상부 중앙에 위치하며, 2는 수심 1300m의 천퇴 배후에 위치한다.

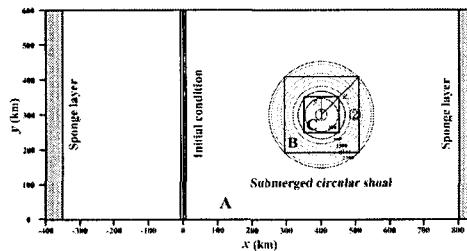


그림 3. 초기조건, 수면변위 측정위치 및 수중 원형천퇴에 대한 개념도

그림 4는 wave gage 1과 2지점에서 FUNWAVE, DCFDM 그리고 NDCFDM에 의해 각각 계산된 수면변위의 시간이력을 나타낸 것이다. FUNWAVE는 수치적 분산을 최소화하기 위해 500m의 작은 격자간격을 사용하였다. 반면에 DCFDM은 4500m의 동일한 큰 격자간격만을 사용한 경우이며, NDCFDM은 A영역 4500m, B영역 1500m, C영역 500m의 서로 다른 격자간격을 각각 사용하여 개발된 동시격자접속기법을 적용한 것이다. 그림 4(a)는 천퇴의 정상부에 위치한 1지점에서의 수면변위 이력으로 4500m 격자간격만을 사용한 DCFDM은 500m 격자를 사용한 FUNWAVE의 결과에 비해 과대분산이 나타남과 동시에 격자 분해능이 낮아  $2\Delta x$  파가 발생되고 있다. 이에 반해 개발된 격자접속을 적용한 NDCFDM은 FUNWAVE의 결과와 거의 잘 일치하는 좋은 결과를 주고 있다. 그림 4(b)는 천퇴 배후 경사면에 위치한 2지점의 수면변위 이력으로 천퇴를 돌아  $t = 3500\text{ sec}$ 에 2지점에 도달하는 파와 정상부를 통과하여  $t = 5000\text{ sec}$ 에 2지점에 도달하는 파가 서로 만나고 있다. FUNWAVE의 결과와 격자접속이 적용된 NDCFDM의 결과는 상당히 잘 일치하고 있지만 격자접속이 적용되지 않은 DCFDM의 결과는 FUNWAVE의 결과와 다소 차이를 보이고 있다. 결론적으로 본 연구에서 개발한 새로운 동시격자접속기법의 적용 유무에 따라 결과에 많은 차이를 보이고 있다. 이는 실제 지형에서 분산보정 유한차분모형을 이용하여 지진해일 전파 수치모의를 수행할 경우 동시격자접속기법

을 적용하면 수치해의 정확도가 많이 개선되고 FUNWAVE보다 효율적임을 의미한다.

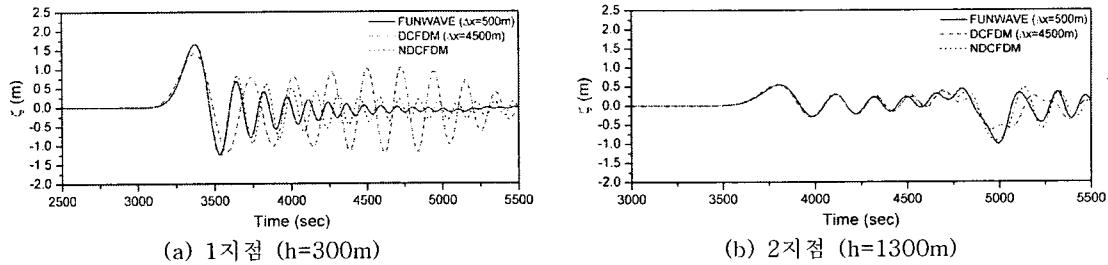


그림 4. 원형천퇴상을 전파하는 지진해일에 대해 1, 2지점에서 계산된 수면변위 이력 비교

## 5. 결 론

선형 Boussinesq 형태의 파동방정식을 지배방정식으로 사용하는 능동적인 분산보정 지진해일 전파 유한차분모형은 균일한 격자를 사용하기 때문에 수심이 변하는 실제 지형에 대한 지진해일 전파 수치모의시 물리적 분산효과를 정도 높게 고려하기 위해서는 수치적인 안정성을 유지하면서도  $2\Delta x/\Delta t$ 가 발생하지 않도록 수심변화 지형에 적당한 크기의 격자간격을 사용해야 할 것이다. 이를 위해서는 대격자영역과 소격자영역을 동적으로 연결하여 동시에 계산할 수 있는 우수한 격자접속기법의 개발이 절실히 요구된다. 이에 본 연구에서는 지진해일 전파 유한차분모형의 고도화를 위한 동시격자접속기법을 개발하였다. 이 격자접속기법은 짧은 파에 대해서 보간에 따른 오차를 최소화하기 위해 공간에 대해 3차 보간식을 사용하고, 시간에 대해 2차 보간식을 사용하여 기존의 격자접속기법에 비해 그 정확도를 향상시켰다. 개발된 격자접속기법의 정확성을 평가하기 위해 수중 원형천퇴상을 전파하는 Gaussian 형상의 가상지진에 대해 격자접속기법을 적용하지 않고 계산한 결과와 격자접속기법을 적용하여 계산한 결과를 FUNWAVE에 포함되어 있는 선형화된 Boussinesq 방정식에 의해 계산된 수치해와 비교하였다. 그 결과 개발된 동시격자접속기법의 정확성이 입증되었으며 FUNWAVE에 비해 계산속도가 빠르기 때문에 매우 효율적이다.

## 감 사 의 글

이 연구는 소방방재청 자연재해저감기술개발사업(지진해일 재해저감기술 개발) 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- 윤성범, 임채호, 배재석 (2007). 완변수심상 지진해일 전파 모의를 위한 분산보정 유한차분모형. 대한토목학회논문집, 제27권, 제1B호, pp. 91-99.
- Imamura, F., Shuto, N. and Goto, C. (1988). Numerical simulation of the transoceanic propagation of tsunamis. Proc. of 6th Congress Asian and Pacific Regional Division, IAHR, Japan, 265-271.
- Kirby, J. T., Wei, G., Chen, Q., Kennedy, A. B. and Dalrymple, R. A. (1998) *Fully nonlinear Boussinesq wave model*. User Manual. Rep. No. CACR-98-06, Univ. of Delaware.
- Nwogu, O. (1993) Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation. *J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng.*, ASCE, Vol. 119, No. 6, pp. 618-638.
- Yoon, S. B. (2002). Propagation of distant tsunamis over slowly varying topography. *J. Geophys. Res.*, AGU, 107(C10), 4(1)-4(11).