

# 비조직화된 점군으로부터 NURBS 곡면 모델의 생성

이일섭\* · 김석일†

## NURBS Surface Reconstruction from an Unstructured Point Cloud

Rixie Li and Seok-II Kim

**Key Words :** Surface Reconstruction (형상 복원), Surface Fitting (곡면 적합),  $G^1$  Surface ( $G^1$  곡면), NURBS Surface (NURBS 곡면)

### Abstract

This study concerns an advanced NURBS surface reconstruction method, which is based on the NURBS surface model fitting to the unstructured point cloud measured from an arbitrary complex shape. The concept of generating a simple triangular mesh model was introduced to generate a quadrilateral mesh model well-representing the topological characteristics of point cloud. The NURBS surface reconstruction processes required the use of the various methodologies such as QEM algorithm, merging scheme of pair-wise triangular mesh, creation algorithm of  $G^1$  continuous tensor product NURBS surface patch, and so on. The effectiveness and reliability of the proposed NURBS surface reconstruction method were validated through the simulation results for the geometrically and topologically complex shapes.

### 1. 서 론

컴퓨터 그래픽스와 CAD 시스템의 발전은 복잡한 형상의 3 차원 모델링 작업을 용이하게 수행할 수 있도록 개발되었다. 또한 심미성이 강조되는 복잡한 형상의 곡면 모델링도 자신의 아이디어에 따라서 직접 설계하는 것도 용이하게 되었다. 그러나 설계 도면이나 CAD 정보가 없는 복잡한 형상의 실물을 컴퓨터 작업이 가능한 디지털 정보로 전환하기 위해서는 3 차원 측정기나 3 차원 레이저 스캐너를 이용해서 형상 좌표를 측정한 후 다각형 메쉬 모델(mesh model), B-Spline 곡면 모델(surface model), NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline) 곡면 모델 등으로 변환하는 형상 복원 과정이 필요하다. 일반적으로 다각형 메쉬 모델은 쾌속 조형(rapid prototyping), CAE(Computer Aided Engineering) 등과 같은 분야에서 활용되고, B-Spline 곡면 모델이나 NURBS 곡면 모델은 형상 편집, 공정 정보 추출

등과 관련된 분야에서 활용되는 경우가 많다.

특히 CAD 정보가 없으면서 심미적인 부분이 강조되는 복잡한 형상을 가진 자동차 외형, 인공 뼈, 인공 치아 등의 형상 설계 분야, 그리고 발굴된 유물의 형상 복원 분야 등에서는 이러한 역설계(reverse engineering) 기법이 적극 활용되고 있다. 최근 3 차원 레이저 스캐너의 급속한 발전으로 복잡한 실물에 대한 대용량·고품질의 측정 정보 추출이 가능해졌고, 그에 따라서 점군 정보로부터 다각형 메쉬 모델을 복원하기 위한 연구들<sup>(1-7)</sup>과 함께 B-Spline 곡면 모델이나 NURBS 곡면 모델을 효율적으로 생성하기 위한 연구들<sup>(8-11)</sup>이 다양하게 진행되어 왔다. 다각형 메쉬 모델과는 달리 B-Spline 곡면 모델이나 NURBS 곡면 모델을 생성할 때의 문제점으로는 점군 위상을 개략적으로 잘 묘사하는 단순화된 사각형 메쉬들이 필요하다는 점, 곡면을 구성하는 패치(patch) 사이의 연속성이 항상 유지되어야 한다는 점 등을 들 수 있다.

NURBS 곡면은 유연성이 좋고 다양한 형태의 곡면 표현이 가능하기 때문에 본 연구에서는 비조직화된 점군 정보로부터 NURBS 곡면 모델을 생성하는 방법을 제안하였다. 점군의 기하학적 및

† 책임저자, 회원, 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부  
E-mail : sikim@kau.ac.kr  
TEL : (02)300-0176 FAX : (02)3158-4231

\* 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 대학원

위상학적 정보를 근사하게 묘사할 수 있는 초기 삼각형 기반 메쉬 모델(initial triangular base mesh model)을 생성하기 위해서 3 차원 완전 형상 복원 방법<sup>(3,7)</sup>에서의 삼각형 메쉬화, 쉬링크 래핑 알고리즘(shrink wrapping algorithm)<sup>(4)</sup>, 메쉬 최적화 등과 같은 공정들을 도입해서 적용하였다. 그리고 점군의 위상 정보를 잘 반영하는 적은 수의 곡면 패치를 생성하기 위해서 요구되는 단순 삼각형 기반 메쉬 모델(simplified triangular base mesh model)은 QEM(Quadratic Error Metrics) 알고리즘<sup>(5)</sup>을 이용한 꼭지점 기반의 메쉬 간략화 기법<sup>(3)</sup>을 토대로 생성하였고, 곡면 패치를 생성하기 위해서 필요한 사각형 기반 메쉬 모델(quadrilateral base mesh model)은 삼각형 메쉬의 조합 최적화(combinational optimization) 기법을 이용해서 단순 삼각형 기반 메쉬 모델로부터 도출하였다. 특히 사각형 메쉬 상에 균일하게 분포된 기반점(base point)들을 점군에 적합시킴으로써 NURBS 제어점들을 생성하고, 이웃한 패치 사이의 연속성을 보장할 수 있도록 경계 영역에서의 제어점들을 조정함으로써 모든 패치 사이에서  $G^1$  접 평면 연속성(tangent plane continuity)을 만족하는 NURBS 곡면 모델을 생성하였다. 본 연구에서 제안한 NURBS 곡면 모델 생성 방법의 유용성과 신속성은 치아 모델(teeth model), 뼈 모델(ballJoint model)<sup>(12)</sup> 등에 대한 적용 결과를 통해서 입증하였다.

## 2. NURBS 곡면 생성

### 2.1 초기 삼각형 기반 메쉬 모델의 생성

본 연구에서 점군으로부터 생성하고자 하는 형상 모델은 다각형 메쉬 모델이 아니라 자유 곡면 모델의 하나인 NURBS 곡면 모델이기 때문에 점군 형상을 매우 근사적으로 묘사하는 초기 삼각형 기반 메쉬 모델을 얻는 과정에서는 3 차원 완전 형상 복원 방법<sup>(3,7)</sup>의 전체 공정을 모두 적용할 필요가 없다. 특히 초기 삼각형 기반 메쉬 모델을 얻기 위해서는 3 차원 완전 형상 복원 방법에서의 삼각형 메쉬화, 쉬링크 래핑 알고리즘, 그리고 메쉬 최적화에 대한 공정만이 필요하며, 그 과정은 다음과 같다.

먼저 점군을 둘러싸는 직육면체 형태의 경계 상자를 같은 크기의 복셀들로 분할한 후, 측정점을 포함하는 외곽 복셀들의 바깥쪽에 위치하는 속이 빈 복셀들을 모두 제거함으로써 점군 형태와 유사한 초기 복셀 모델을 얻는다. 그리고 초기 복셀 모델에서 이웃한 두 복셀들이 서로 공유하는 면들

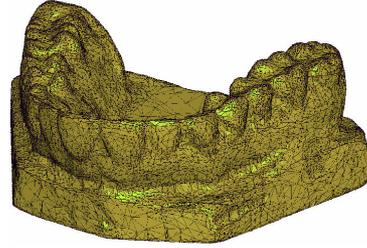


Fig. 1 Initial triangular base mesh model

을 모두 제거함으로써 최외곽 복셀 면들로만 구성되는 경계 복셀 모델을 생성한 후, 경계 복셀 모델의 모든 사각형 면들을 2 개의 삼각형으로 분할하여 삼각형 메쉬화를 수행하였다. 이러한 삼각형 메쉬 모델에 대해서 쉬링크 래핑 알고리즘의 투영 과정과 평탄화 과정을 적용하고, 메쉬 최적화 기법을 통해서 Fig.1 과 같이 기하학적으로나 위상학적으로 점군 형상을 근사하게 묘사하는 초기 삼각형 기반 메쉬 모델을 도출하였다.

### 2.2 단순 삼각형 기반 메쉬 모델의 생성

점군의 위상 정보를 잘 반영하는 적은 수의 곡면 패치를 생성하기 위해서 필요한 단순 삼각형 기반 메쉬 모델은 초기 삼각형 기반 메쉬 모델에서 축약 비용(contraction cost)이 작은 모서리를 제거함으로써 메쉬 수를 줄이는 메쉬 간략화 과정을 요구한다. 본 연구에서는 다음과 같이 QEM 알고리즘을 이용한 꼭지점 기반의 메쉬 간략화 기법을 적용하여 단순 삼각형 기반 메쉬 모델을 생성하였다.

QEM 알고리즘을 이용한 꼭지점 기반의 메쉬 간략화 기법에서는 삼각형 메쉬의 기본 자승 오차(fundamental error quadric)<sup>(5)</sup>  $K_P$ 를 이용하여 모든 꼭지점에 대한 자승 오차  $Q_V$ 를 식 (1)와 같이 산출한다.

$$Q_{v_i} = \sum_{P \in \text{Plane}(v_i)} K_P \quad (1)$$

특히 식 (2)를 이용해서 모든 모서리의 축약 비용  $C_e$ 를 계산하고, 최소 축약 비용을 갖는 모서리와 꼭지점  $\bar{V}$ 를 검색한 후 그 모서리를 제거하면 Fig. 2에서와 같이 메쉬 간략화가 이루어진다.

$$C_e = \bar{v}^T (Q_{v_1} + Q_{v_2}) \bar{v} \quad (2)$$

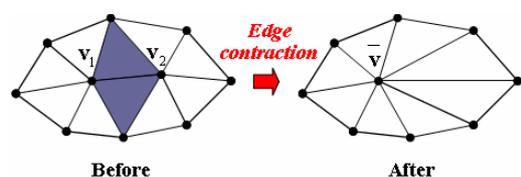


Fig. 2 Edge contraction<sup>(3)</sup>

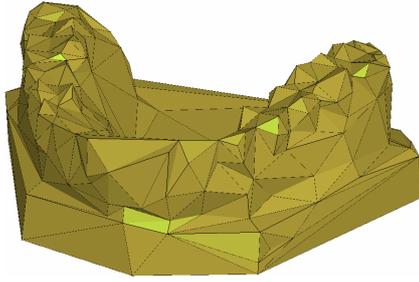


Fig. 3 Simplified triangular base mesh model

이러한 메쉬 간략화 과정은 삼각형 메쉬의 수가 원하는 곡면 패치 수의 2 배로 줄어들 때까지 반복 수행하게 된다. Fig. 3 은 Fig. 1 의 초기 삼각형 기반 메쉬 모델에 메쉬 간략화 과정을 적용해서 생성한 단순 삼각형 기반 메쉬 모델을 보여준다.

### 2.3 사각형 기반 메쉬 모델의 생성

일반적으로 NURBS 곡면 패치를 구하기 위해서는 메쉬의 사각화 과정이 필요하며, 삼각형 메쉬로부터의 사각화 과정은 기본적으로 Fig. 4 에 제시한 두 가지 패턴으로 진행된다. Fig. 4 의 사각화 패턴 (a)는 삼각형 메쉬의 무게 중심과 세 모서리의 중점에 새로운 꼭지점들을 삽입함으로써 하나의 삼각형 메쉬가 세 개의 사각형 메쉬로 분할되는 형태이며, 사각화 패턴 (b)는 인접한 두 삼각형 메쉬가 하나의 사각형 메쉬로 통합되는 형태이다. 만약 모든 삼각형 메쉬들이 사각화 패턴 (b)에 의해서 사각형 메쉬로 완벽하게 조합된다면 패치 수가 사각화 패턴 (a)를 이용하여 생성된 패치 수의 1/6 로 크게 단축된다. 사각화 패턴 (a)는 알고리즘이 단순하고 완벽한 사각화를 진행할 수 있다는 장점이 있지만, 많은 수의 패치가 생성되기 때문에 NURBS 곡면의 생성에 소요되는 시간이 증가하고, 실제 CAD 프로그램에서 활용하기에 부적절하게 된다.

따라서 본 연구에서는 사각화 패턴 (b)를 적용하여 단순 삼각형 기반 메쉬 모델에 대한 사각화를 진행하였다. 특히 사각화 과정에서의 변형을 최소화하기 위해서 모든 삼각형 메쉬의 모서리에 대한 식 (2)의 축약 비용을 계산하고, 최대 축약 비용을 갖는 모서리를 검색한 후 그 모서리를 공유하는 두 삼각형 메쉬를 조합하는 방법으로 조합 최적화를 수행하였다.

작은 수의 삼각형 메쉬로 구성되는 단순 삼각형 기반 메쉬 모델은 개념적으로는 모든 삼각형 메쉬들이 사각화되어야 하지만, 실제적으로는 조합 최적화의 조건 때문에 사각화를 이루지 못하는 독립된 삼각형 메쉬들이 일부 존재하게 된다. 다양한

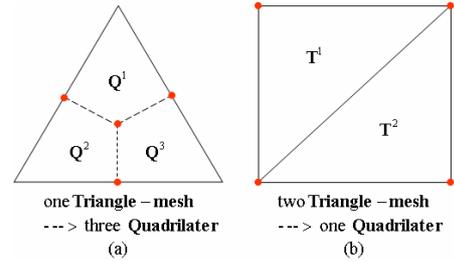


Fig. 4 Quadrilateral patterns

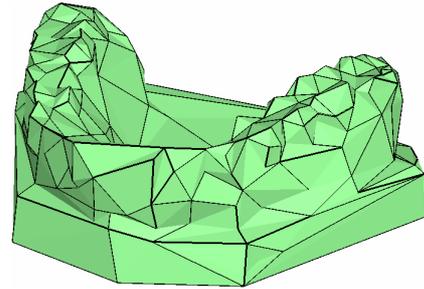


Fig. 5 Quadrilateral base mesh model

모델들에 대한 실험 결과로부터 약 2% 정도의 독립된 삼각형 메쉬가 존재하는 것으로 파악되었다. 그리고 이러한 독립된 삼각형 메쉬는 NURBS 곡면 모델 생성에 영향을 주지는 않는다. Fig. 5 는 Fig. 3 의 단순 삼각형 기반 메쉬 모델에 대해서 삼각형 메쉬의 조합 최적화 기법을 적용하여 생성한 사각형 기반 메쉬 모델을 보여주고 있다.

### 2.4 NURBS 곡면 모델의 생성

사각형 기반 메쉬 모델은 NURBS 곡면 패치를 구성하기 위한 기반 모델이다. 그리고 NURBS 곡면 패치는 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\mathbf{R}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) \mathbf{Q}_{i,j}}{\sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n w_{ij} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v)} \quad (3)$$

여기서  $m$  은  $v$  방향의 꼭지점 수 - 1,  $n$  은  $u$  방향의 꼭지점 수 - 1,  $\mathbf{Q}_{i,j}$  는  $(m+1) \times (n+1)$  배열의 꼭지점 좌표,  $k$  는  $u$  방향의 차수,  $l$  은  $v$  방향의 차수,  $N_{i,k}(u)$  는  $u$  방향의 B-Spline 블렌딩 함수,  $N_{j,l}(v)$  는  $v$  방향의 B-Spline 블렌딩 함수, 그리고  $w_{ij}$  는 꼭지점  $\mathbf{Q}_{i,j}$  의 가중값을 의미한다.

식 (3)과 같이 표현되는 NURBS 곡면 패치를 구성하기 위해서는 특성 다면체의 꼭지점을 산출할 필요가 있다. 본 연구에서는 점군에 근사화한 곡면 적합 결과를 도출하기 위해서 Fig. 6 과 같이 사각형 메쉬 상에 균일하게 분포된 기반점들을 점군에 적합시킴으로써 모든 사각형 메쉬에 대응되

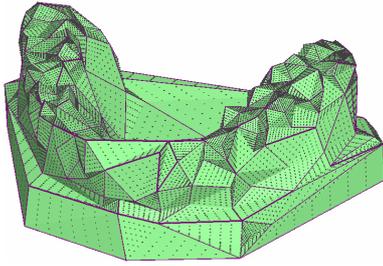


Fig. 6 Base point distribution

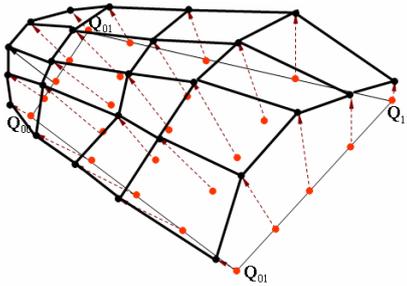


Fig. 7 Base point fitting based on point cloud

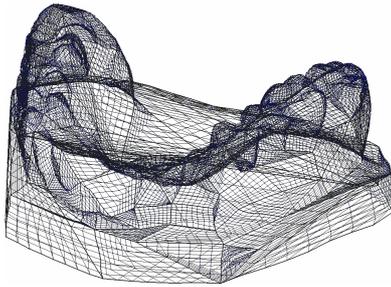


Fig. 8 Initial control net

는 패치의 초기 특성 다면체의 꼭지점들을 Fig. 7 과 같이 생성하였다. Fig. 8 은 이러한 개념을 이용해서 생성한 초기 특성 다면체 모델을 보여주고 있다.

초기 특성 다면체의 꼭지점들을 곡면 패치의 제어점으로 하여 식 (3)의 NURBS 곡면 패치를 구성하면 인접한 패치들은 동일한 경계 모서리를 공유하기 때문에  $G^0$  단순 연속성(simple continuity)은 만족하지만,  $G^1$  접 평면 연속성은 만족하지 못한다. 따라서 패치 사이의  $G^1$  접 평면 연속성을 보장하기 위해서는 경계 영역의 꼭지점들을 조정하기 위한 추가 작업이 필요하다.

본 연구에서는 Fig. 9 와 같이 동일한 꼭지점을 공유하는 모든 패치의 코너 영역의 꼭지점들을 이용해서 국부 평면(local plane)을 구성하고, 코너 영역의 꼭지점과 코너 꼭지점 자체를 국부 평면에 투영하여 새로운 꼭지점을 생성하였다. 모든 패치에 대해서 이러한 작업이 모두 완료되면, Fig. 10 에서와 같이 경계 모서리와 교차하면서 경계 꼭지

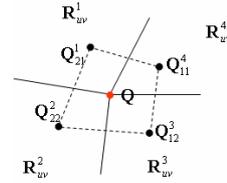


Fig. 9 Tangent plane continuity at a corner between adjacent patches with same vertex

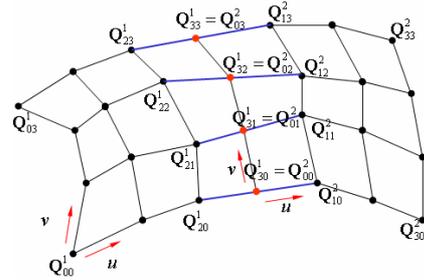


Fig. 10 Tangential continuity on each boundary between two adjacent patches



Fig. 11 NURBS surface model

점을 끝점으로 하는 두 직선이 하나의 직선이 되도록 모든 패치의 경계 모서리 상의 꼭지점들을 조정한다. 그리고 식 (3)을 이용해서 NURBS 곡면 패치를 생성하면, 모든 패치 사이에서  $G^1$  접 평면 연속성이 만족되는 NURBS 곡면 모델이 생성된다. Fig. 11 은 본 연구에서 제안한 방법을 토대로 생성한 NURBS 곡면 모델을 나타낸 것이다.

### 3. 적용 사례 및 고찰

본 연구에서는 3.4GHz 의 CPU 와 2GB 의 RAM 을 탑재한 Pentium IV 컴퓨터, Visual C++6.0, OpenGL 라이브러리 등을 이용해서 비조각화된 점군으로부터 NURBS 곡면 모델을 생성하는 프로그램을 개발하였다. 프로그램의 화면 구성 및 형태는 Fig. 12 에 제시하였으며, 점군으로부터 NURBS 곡면을 생성하는 공정의 흐름은 Fig. 13 에서 볼 수 있다.

Fig. 11 의 치아 모델은 58,303 개의 측정점으로 이루어진 점군을 이용해서 NURBS 곡면 모델을

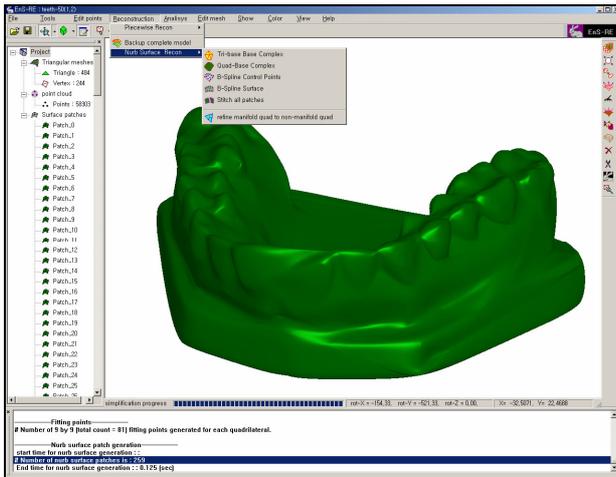


Fig. 12 NURBS surface reconstruction program

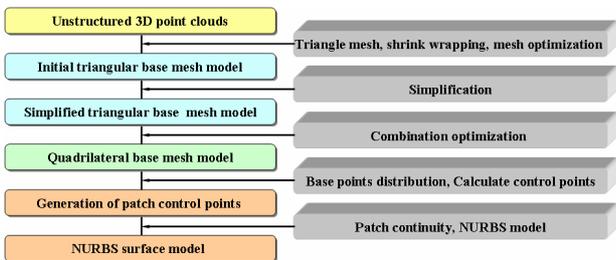


Fig. 13 NURBS surface reconstruction process

생성한 예이며, 모델 생성 단계에서의 메쉬 수, 패치 수 및 계산 시간은 Table 1 에서 볼 수 있다. 그리고 Fig. 14 는 34,267 개의 측정점들로 이루어진 뼈 모델(ballJoint model)의 점군을 이용해서 생성한 NURBS 곡면 모델을 보여주고 있으며, 모델 생성 단계에서의 메쉬 수, 패치 수 및 계산 시간은 Table 2 에 제시하였다.

본 연구에서 제안한 비조각화된 점군으로부터 NURBS 곡면 모델을 생성하는 방법은 두 적용 사례를 통해서 알 수 있듯이 많은 측정점으로 이루어진 복잡한 형상의 점군에 대해서도 NURBS 곡면 모델의 생성 시간이 짧은 것을 나타냈다. 특히 치아 모델과 같이 국부적으로 굴곡이 심하고 기하학적 및 위상학적으로 복잡한 형상에 대한 점군으로부터도 적은 수의 패치를 생성하고,  $G^1$  접 평면 연속성을 만족하는 NURBS 곡면 모델을 신속하게 생성할 수 있다는 사실을 확인하였다. 그리고 점군 형상에 따라서 다소 차이는 있지만, 단순 삼각형 기반 메쉬 모델을 생성하는 데 상대적으로 많은 시간이 소요되고 있음을 알 수 있다. 이는 메쉬 간략화를 위한 축약 비용의 산정과 축약 모서리의 탐색에 대한 처리 시간이 상대적으로 길다는 데 그 원인이 있다.

Table 1 Surface reconstruction of a teeth model

Model	No. of mesh/patch	Process time
Initial triangular base mesh model	19,492	2.249 sec
Simplified triangular base mesh model	400	8.906 sec
Quadrilateral base mesh model	203	0.078 sec
NURBS surface model	203	0.391 sec
Total	-	11.624 sec

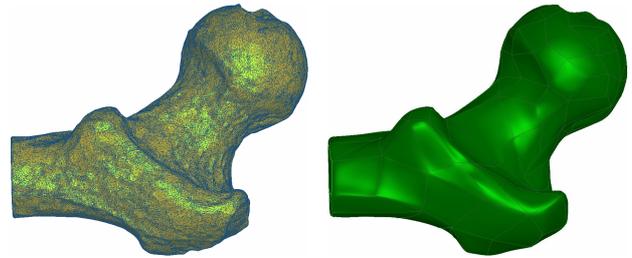


Fig. 14 NURBS surface reconstruction of a ballJoint model

Table 2 Surface reconstruction of the ballJoint model

Model	No. of mesh/patch	Process time
Initial triangular base mesh model	11,302	1.421 sec
Simplified triangular base mesh model	300	4.652 sec
Quadrilateral base mesh model	154	0.047 sec
NURBS surface model	154	0.079 sec
Total	-	6.199 sec

#### 4. 결론

본 연구에서는 비조각화된 점군 정보로부터 NURBS 곡면 모델을 신속하게 생성하는 방법을 제안하였고, 그 방법의 유용성은 적용 사례를 통해서 입증하였다. 그리고 그 과정에서 얻은 결과들을 정리하면 다음과 같다

(1) 점군을 근사하게 묘사하는 초기 삼각형 기반 메쉬 모델은 삼각형 메쉬화, 쉬링크 래핑 알고리즘, 메쉬 최적화 등과 같은 공정들을 이용해서 생성하였다.

(2) 적은 수의 곡면 패치를 생성하기 위해서 요구되는 단순 삼각형 기반 메쉬 모델은 QEM 알고리즘을 이용한 꼭지점 기반의 메쉬 간략화 기법을 토대로 생성하였다.

(3) 곡면 패치를 생성하기 위해서 필요한 사각형 기반 메쉬 모델은 삼각형 메쉬의 조합 최적화 기법을 이용해서 도출하였다.

(4) 사각형 메쉬 상에 균일하게 분포된 기반점들을 점군에 적합시킴으로써 NURBS 제어점들을 생성하고, 이웃한 패치 사이의 연속성을 보장할 수 있도록 경계 영역에서의 제어점들을 조정함으로써 모든 패치 사이에서  $G^1$  접 평면 연속성을 만

축하는 NURBS 곡면 모델을 생성하였다.

(5) 본 연구에서 제안한 NURBS 곡면 모델 생성 방법은 단순 삼각형 기반 메쉬 모델을 생성하는 과정에서 요구되는 메쉬 간략화를 위한 축약 비용의 산정과 축약 모서리의 탐색에 소요되는 처리 시간이 상대적으로 긴 것으로 나타났다.

### 참고문헌

- (1) Hoppe, H., DeRose, T., Duchamp, T., McDonald, J. and Stuetzle, W., 1992, "Surface Reconstruction from Unorganized Points," *Proceedings of SIGGRAPH*, pp. 71~78.
- (2) Lee, A., Moreton, H., and Hoppe, H., 2000, "Displaced Subdivision Surfaces," *Proceedings of SIGGRAPH*, pp. 85~94.
- (3) Kim, S. I. and Li, R. X., 2006, "Complete 3D Surface Reconstruction from Unstructured Point Cloud," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 20, No. 12, pp. 2034~2042.
- (4) Leif, P. K., Jens, V., Ulf, L., and Seidel, H. P., 1999, "A Shrink Wrapping Approach to Remeshing Polygonal Surface," *Computer Graphics Forum*, Vol. 18, No. 3, pp. 119~130.
- (5) Michael, G. and Paul, S. H., 1997, "Surface Simplification Using Quadric Error Metrics," *Proceedings of SIGGRAPH*, pp. 209~216.
- (6) Suzuki, H., Takeuchi, S. and Kanai, T., 1999, "Subdivision Surface Fitting to a Range of Points," *Proceedings of SIGGRAPH*, pp. 158~167.
- (7) Li, R. X. and Kim, S. I., 2006, "Complete 3D Surface Reconstruction from an Unstructured Point Cloud of Arbitrary Shape by Using a Bounding Voxel Model," *Trans. of the KSME (A)*, Vol. 30, No. 8, pp. 906~915.
- (8) Eck, M. and Hoppe, H., 1996, "Automatic Reconstruction of B-Spline Surfaces of Arbitrary Topological Type," *Proceedings of SIGGRAPH*, pp. 325~334.
- (9) Bajaj, C., Bernardini, F., and Xu, G., 1995, "Automatic Reconstruction of Surfaces and Scalar Filed from 3D Scans," *Proceedings of SIGGRAPH*, pp.109~118.
- (10) Gregorski, B. F., Hamann, B. and Joy, K. I., 2000, "Reconstruction of B-Spline Surfaces From Scattered Data Points," *Proceedings of CGI2000, Geneva*.
- (11) Loop, C., 1994. "Smooth Spline Surfaces Over Irregular Meshes," *Proceedings of Computer Graphics, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH*, pp. 303~310.
- (12) <http://www.cyberware.com>