

# 확대 광학기구용 비구면 렌즈 설계

## Design of the Aspheric Lens for an Enlarged Optical Instrument

\*\*이철희<sup>1</sup>, 유상렬<sup>1</sup>, 김수용<sup>1</sup>, 박정우<sup>2</sup>, 장성규<sup>3</sup>, 전언찬<sup>4</sup>

\*\*C. H. Lee<sup>1</sup>(e72oppa@naver.com), S. Y. YOU<sup>1</sup>, S. Y. KIM<sup>1</sup>, J. W. Park<sup>2</sup>, S. G. Chang<sup>3</sup>, E. C. Jeon<sup>4</sup>

<sup>1</sup>동아대학교 기계공학과 대학원, <sup>2</sup>동아대학교 기계공학부, <sup>3</sup>동의과학대학 자동차과, <sup>4</sup>동아대학교 기계공학부

Key words : Aspheric Lens, Aberration, Index of Refraction, Ray Tracing Method

### 1. 서론

광학산업은 정밀기계산업과 디지털 전자산업이 결합된 부가가치가 매우 높은 첨단 산업이다. 광학기구의 주요 부품중 하나로 렌즈를 들 수가 있으며, 크게 구면 렌즈와 비구면 렌즈로 분류할 수 있다. 그러나 구면 렌즈는 태생적으로 구면 수차를 가지고 있으며 이는 렌즈의 결상을 불명확하게 하여 광학 성능을 떨어뜨리는 주요 원인으로 작용하고 있다. 구면 수차로 인한 문제점을 해결하기 위해 높은 차수의 수식을 적용하고<sup>1)</sup>, 하나의 렌즈에 다양한 굴절률을 가지게도 하며<sup>2,3)</sup>, 수차보정용 렌즈를 같이 사용하기도 한다<sup>3)</sup>. 그러나 이러한 방법들은 근본적인 해결 방안이 아니라 단순히 보정하는 것에 국한되어 있다. 이러한 구면 수차를 제거하기 위한 근본적인 해결방안으로 비구면 렌즈를 들 수 있다. 비구면 렌즈의 채용은 광학 장비의 소형화, 경량화 그리고 고 성능화를 위하여 필수적이다.

비구면 렌즈에 대한 연구는 다양하게 이루어지고 있다. 비구면 형상정밀도를 향상시키기 위한 연구를 Park 등이 수행을 하였다<sup>4)</sup>. 비구면 렌즈의 설계 및 구면 수차 보정에 관한 연구는 대부분 회전 대칭 렌즈에 이용되는 비구면 식을 이용하고 있으며 상용 프로그램을 활용하여 비구면을 생성하고 있다<sup>5)</sup>. 비구면 렌즈를 설계하기 위한 방법으로 수식을 통해 곡면을 직접 생성하는 방법, 광선 역추적 방식을 이용한 구면 수차 보정 방법등이 많이 사용되고 있다<sup>6)</sup>. 그러나 이러한 방법에는 많은 변수들이 작용하고 변수의 변화에 따라 렌즈의 정밀도가 크게 달라진다.

따라서 본 연구에서는 독창적인 비구면 렌즈를 설계하기 위하여 물질의 굴절률을 이용한 광선 추적 방식을 적용하였다. 이는 광선 역추적방식과 달리 광원의 위치와 입사각을 고정시킬 수 있는 장점을 가진다. 또한 광학기구를 구성하기 위해서는 다양한 형상의 비구면 렌즈가 필요하다. 본 연구에서는 광선 추적 방식을 이용하여 평행 광원을 확대하여 표현하기 위한 비구면 렌즈를 설계하였고 이를 모델링할 수 있는 자동설계프로그램을 개발하였다.

### 2. 비구면의 수학적 모델링

본 연구에서는 비구면을 작도하기 위해 기하광학에서 활용되고 있는 광선추적방식을 이용하였다. 광선추적방식은 여러 규칙들이 존재하나 본 연구에서는 광축상의 초점을 통하는 광선은 광축과 평행하게 진행한다는 규칙을 적용하여 비구면 렌즈를 설계하고자 한다.

본 연구를 통해 개발하고자 하는 비구면 렌즈의 특징은 다음과 같다.

- 1) 한쪽면은 일정 수식을 가지는 오목한 구면이다.
- 2) 반대면은 비구면으로 이루어져 있다.
- 3) 평행한 광원이 렌즈를 통과 후 광축과 평행한다.
- 4) 렌즈를 통과한 광원의 폭은 최초에 비해 증가 또는 감소한다.

Fig. 1은 확대 광학용 비구면 렌즈를 설계하기 위한 주요 개략도를 보여주고 있다. 또한 Table 1은 개략도에 나타나있는 기호들의 설명을 나타내고 있다.

Fig. 1에서  $F_1(x)$ 는 렌즈의 한 면이고,  $W$ 는 광원의 폭이다. 또한 평행한 광선은 렌즈를 통과(A→B)한 후 최초의 광선 폭보다 일정 이상 넓은 폭으로 X축과 평행해야 한다. 여기서 안쪽 단면의 식은 기지값으로  $F_1(x)$ 는 일단  $x^2 + y^2 = r^2$ 이라 가정한다. 그리고  $F_1(x)$ 를 지나는 점을  $(x_0, y_0)$ 라 한다.

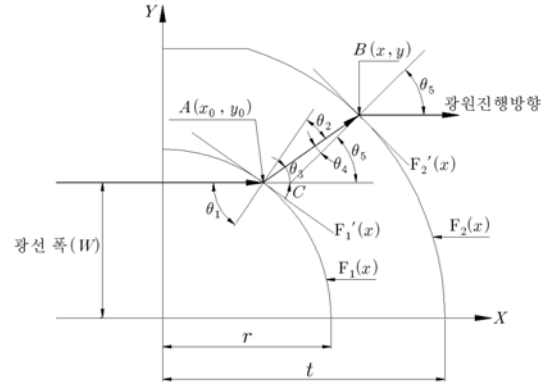


Fig. 1 Schematic diagram of geometric model for the aspheric lens

Table 1. Nomenclature

Y axis :	One side surface of the aspheric lens
$F_1(x)$ :	The equation for curvature surface of the aspheric lens
$F_1'(x)$ :	The gradient of tangent line at A point
$F_2(x)$ :	The equation for curvature surface of the aspheric lens
$F_2'(x)$ :	The gradient of tangent line at B point
$\theta_1$ :	The angle of incidence at A point
$\theta_2$ :	The angle of refraction at A point
$\theta_4$ :	The angle of incidence at B point
$\theta_5$ :	The angle of refraction at B point
$W$ :	The width for a source of light
$t$ :	The maximum width of the aspheric lens
$n_1$ :	The index of refraction at A point
$n_2$ :	The index of refraction at B point

원점에서  $y$ 절편까지 0에서  $r$ 까지 계산되어진 등분수 만큼 등분하고 이를 통해  $F_1(x)$ 는 기지값이므로 각각의  $(x_0, y_0)$ 를 구할 수 있다.

여기서 등분된 위치의 좌표값은 다음과 같이 구한다:

$$\frac{y_{\max}}{dn} = \Delta y_0 \tag{1}$$

$$y_0 = (i-1)\Delta y_0 \quad (1 \leq i \leq dn+1) \tag{2}$$

$$x_0 = \sqrt{r^2 - y_0^2} \tag{3}$$

내경의 각 위치  $(x_0, y_0)$ 에 따른 미분값을 구하면,

$$F'(x) = -\frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} \tag{4}$$

이므로 점 A에서의 접선의 기울기는 다음과 같다:

$$dif(x) = -\frac{x_0}{\sqrt{r^2 - x_0^2}} \tag{5}$$

따라서 내경의 법선의 기울기는  $-\frac{1}{dif(x)}$  로서 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$\tan\theta_1 = -\frac{1}{dif(x)} \tag{6}$$

$$\therefore \theta_1 = \tan^{-1}\left(-\frac{1}{df(x)}\right) \quad (7)$$

스넬의 법칙에 의해 점 A에서의 입사각과 굴절각의 관계를 살펴보면 다음과 같다:

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\theta_1}{n}\right) \quad (9)$$

점 A를 기준으로  $\theta_1$ 과  $\theta_2 + \theta_3$ 는 맞꼭지각으로 다음과 같은 관계를 가진다:

$$\theta_3 = \theta_1 - \theta_2 \quad (11)$$

그리고 점 B에서 입사각과 굴절각의 관계를 살펴보면  $n_1$ 과  $n_2$ 는  $n_1 = \frac{1}{n_2}$ 의 관계이다. 또한  $\triangle ABC$ 에서 삼각형의 성질에 의해  $\theta_5 = \theta_3 + \theta_4$ 의 관계를 가지므로 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_1} &= \frac{\sin\theta_5}{\sin\theta_4} = \frac{\sin\theta_3 \cdot \cos\theta_4 + \cos\theta_3 \cdot \sin\theta_4}{\sin\theta_4} \\ &= \frac{\sin\theta_3}{\tan\theta_4} + \cos\theta_3 \end{aligned} \quad (12)$$

식(12)를  $\theta_4$ 에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$\theta_4 = \tan^{-1}\left(\frac{\sin\theta_3}{1/n_1 - \cos\theta_3}\right) \quad (13)$$

$\theta_5$ 는 앞선 삼각형의 성질에 의한  $\theta_5 = \theta_3 + \theta_4$ 로서 구할 수 있다.

그리고 점 A와 점 B를 지나는 직선의 방정식을 구하면 직선의 기울기가  $\tan\theta_3$ 이고  $(x_0, y_0)$ 를 지나므로

$$y - y_0 = \tan\theta_3(x - x_0) \quad (14)$$

이다. 위의 결과에서 비구면의 좌표점은 B점을 지나는 접선과 직선  $\overline{AB}$ 를 지나는 직선(식 (14)과)의 교점이다.

따라서, B점의 접선의 법선의 방정식은  $(x_{old}, y_{old})$ 를 지나고  $-\frac{1}{\tan\theta_5}$ 의 기울기를 가지므로 다음과 같이 새롭게 정의할 수 있다:

$$(y - y_{old}) = -\frac{1}{\tan\theta_5}(x - x_{old}) \quad (15)$$

여기서  $(x_{old}, y_{old})$ 는 순차적인 계산에 있어서 기지값이고, 계산순서에 따라 초기치를  $(t, 0)$ 으로 하고 그 전단계 계산에서 구한 비구면  $(F_2(x))$  좌표점을  $(x_{old}, y_{old})$ 값으로 하면 된다. 따라서 식 (14)와 식 (15)를 연립하여 구하면 비구면의 각 위치 좌표를 다음과 같이 얻을 수 있다:

$$x = \frac{\tan\theta_3 \cdot x_0 - y_0 + \frac{1}{\tan\theta_5} \cdot x_{old} + y_{old}}{\tan\theta_3 + \frac{1}{\tan\theta_5}} \quad (16)$$

$$y = \tan\theta_3(x - x_0) + y_0 \quad (17)$$

이때 W의 등분 회수에 따라 비구면의 형상이 달라짐을 확인하였다. 따라서 분할 회수에 영향을 미치는 t, W, H에 대한 변수값과 분할 회수를 변화시켜가며 최적 분할 회수를 결정하는 수식을 만들었다. 이 수식을 자동설계프로그램에 적용하여 비구면 형상의 오차를 줄이고자 하였다.

### 3. 비구면 자동설계 프로그램

본 연구에서는 비구면 렌즈의 기하학적 모델링을 위하여 비구면 렌즈 설계 수식과 최적 분할 회수 식을 이용하여 AutoCAD 기반의 사용자 프로그램인 VisualLISP을 이용하여 비구면 자동설계 프로그램을 개발하였다. Fig. 2는 비구면 렌즈 자동설계 프로그램의 대화상자를 나타내고 있다. 모델링을 위해 필요한 설계 조건을 입력하고 OK 버튼으로 명령을 실행하면 비구면 형상을 구할 수 있다.

Fig. 3은 모델링 결과를 나타내고 있다. 주요 입력값에 따라 크기 및 형상을 달리할 수 있으며, 필요한 크기 및 형상을 쉽게 설계할 수 있는 장점을 가지고 있다.

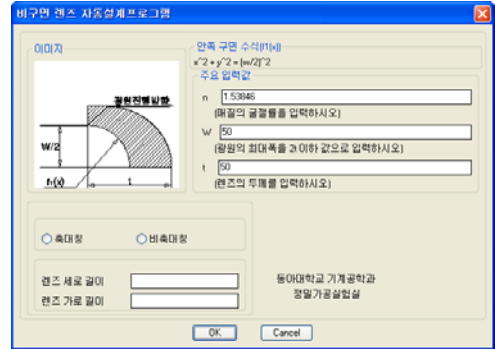


Fig. 2 Dia-log box of automatic design program for the aspheric lens

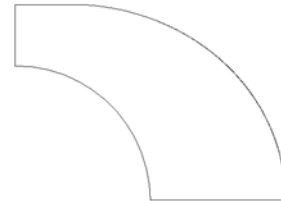


Fig. 3 geometric model for the aspheric lens

## 4. 결론

광선추적방식을 응용하여 확대광학기구용 비구면 렌즈를 설계한 후 자동설계프로그램을 개발하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 굴절률을 적용한 광선추적방식에 의해 광원의 폭 및 렌즈 두께만으로 확대 광학 기구용 비구면의 형상설계가 가능함을 나타내었다. 또한 이러한 방법을 이용하여 다양한 형태의 비구면 형상 설계에 대한 가능성을 제시하였다.
2. 굴절률을 적용한 광선추적방식은 기존의 수치해석적 방법들에 의한 다양한 변수를 줄일 수 있었다.
3. 비구면 렌즈 모델링에 엄밀해를 제시함으로써 설계과정을 표준화할 수 있다.
4. AutoCAD 기반의 VisualLISP을 이용하여 비구면 모델링을 빠르고 정확하게 수행할 수 있는 방법을 제시하였다.

## 후 기

본 연구는 산업자원부 지방기술혁신사업(RT104-01-03)지원으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

1. Beamonte, J. I., "Stability of the spherical aberration up to the fifth order in cemented doublets", Journal of Optics A-pure and Applied Optics 2, 161-168, 2000.
2. Roman Ilinsky, "Gradient-index meniscus lens free of spherical aberration", Journal of Optics A-pure and Applied Optics 2, 449-451, 2000.
3. Möller, K. D., Optics, University Science Books, 1-73, 434-464, 2000.
4. Park, Y. C., Yang, S. C., Kim, G. H., Lee, Y. H., "The Performance Improvement of the Aspheric Form Accuracy by Compensation Machining Program", Journal of the Korean Society of Manufacturing Process Engineers, Vol. 4, No. 2, 10-15, 2005.
5. Jung, H. B., Lee, S. S., "Correction of Spherical Aberration and Coma by Aspherization in a Cassegrain-Mangin Catadioptri System, New Physics(Korean Physical Society), Vol. 23, No. 1, 13-19, 1983.
6. Jesus Atencia and Manuel Quintanilla, "Ray tracing for holographic optical element recording with non-spherical waves", Journal of Optics A-pure and Applied Optics 2, 387-397, 2001.