초음파 위치 인식시스템의 거리오차에 대한 위치 민감도

Position sensitivity due to distance error in the localization using ultrasonic

*황의근[1], #정규식[1], 신동헌[1]
*U. K. Hwang[1](skyground@uos.ac.kr), #K. S. Jung(ks@uos.ac.kr)[2], D. H. Shin[3] (shin@uos.ac.kr)
[1] 서울시립대학교 기계정보공학과

Key words : Beacon, US(Ultrasonic wave), RF(Radio Frequency), Sensitivity

1. 서론

실내 로봇의 자기 위치 인식 시스템은 로봇이 가정이나 빌딩 등에서 활동하기 위해서 반드시 필요한 기술이다. 지금까지의 연구는 적외선, 초음파, 무선 통신파 등을 활용하여 연구[1,2]되어 왔고, 그 중 초음파를 이용한 위치인식 시스템은 충분한 위치정밀도를 제공하고, 가격이 저렴하여 실내로봇의 자기위치인식에 많이 사용되고 있다.

본 연구에서는 실제로 사용되고 있는 GPS 시스템을 실내로 도입하여 초음파와 RF 모듈을 탑재한 실내 위성인 비이컨을 천장이나 벽 등에 설치하고, 로봇에 리시버를 탑재한 후 거리를 측정한 후, 3 개 이상의 거리정보를 이용하여 로봇의 위치를 측정하는 시스템을 다루고 있다.

지금까지의 연구들은 위치정밀도를 높이기 위해 초음파 센서의 거리정밀도를 높이거나, 제한된 환경을 사용하는 연구[4]가 진행되어 왔다. 하지만 본 논문에서는 비이컨의 좌표에 대한 위치정밀도를 알아보고 이를 이용하여 위치정밀도를 높이는 문제를 풀고자 한다. 이를 위해 2 장에서는 거리오차에 의한 위치오차를 최소화하는 위치 측정법에 대하여 알아보고, 3 장에서는 비이컨의 좌표가 정해져 있을 때, 각각의 거리정보에 최대오차가 발생하였을 경우들로부터 최대 위치 오차를 구하는 방법을 제안하였다. 4 장에서는 비이컨의 좌표가 정해져 있을 때, 거리오차에 의한 위치오차와 민감도를 구하는 알고리즘을 제안하였고, Fig.2 와 같이 같은 높이에 설치된 사각형 모양의 비이컨이 배치되었을 경우, 그 높이를 달리하여 비이컨의 좌표에 따른 위치오차와 민감도를 시뮬레이션하였다. 또한 3 장에서 구한 최대위치오차와 비교하여 4 장의 알고리즘을 입증하였다.

2. 위치 측정

본 연구에서 사용된 시스템은 Fig.1 과 같이 리시버가 RF 통신으로 각 비이컨을 호출하고, 호출된 비이컨이 송출한 RF 와 초음파를 리시버가 수신하여, 그 도달 시간차를 이용하여 거리정보를 계산하고, 3 개 이상의 거리정보로부터 리시버의 위치를 측정하는 구조이다.

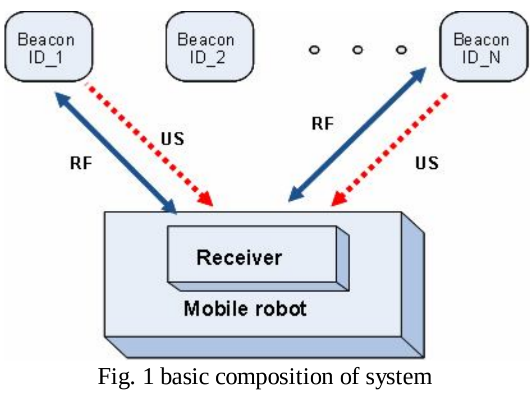

Fig. 1 basic composition of system

거리측정 시 가장 큰 문제는 초음파의 도달 시간을 찾는 것이다. 일반적으로 쓰이는 thresholding 방법[9]은 초음파의 진동으로 인하여 최소 한 파장이상의 측정오차가 생기며, 이로 인하여 거리오차를 갖게 된다.

본 시스템에서의 위치계산은 거리정보가 최소 3 개 이상일 때, 각각의 거리오차들로 인한 위치오차를 최소화하기 위해 일반적으로 사용되는 least-square-method 를 사용하여 구한다.

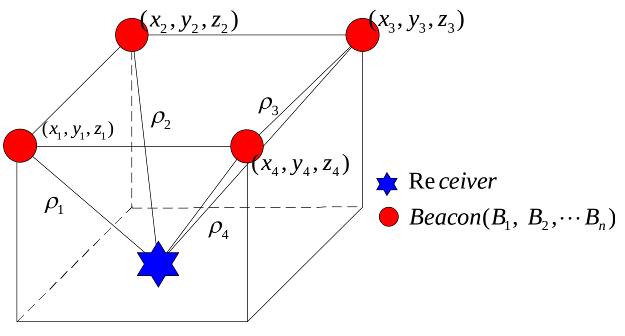

Fig. 2 location of beacons and robot

Fig.2 와 같이 각 비이컨의 위치 (x_i, y_i, z_i) 와 거리정보 ρ_i 로부터 리시버의 위치를 계산한다. 두 점 사이의 거리를 구하는 식은 식(2)와 같다.

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2 + (z_i - z_R)^2} \tag{2}$$

각 비이컨으로부터의 거리식을 정리하면 식(3)과 같이 정리할 수 있다.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -2x_1 & -2y_1 & -2z_1 \\ -2x_2 & -2y_2 & -2z_2 \\ -2x_3 & -2y_3 & -2z_3 \\ -2x_4 & -2y_4 & -2z_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}}_{H} \underbrace{\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1^2 - s_1 \\ \rho_2^2 - s_2 \\ \rho_3^2 - s_3 \\ \rho_4^2 - s_4 \\ \vdots \end{bmatrix}}_{Ra} + u \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ \vdots \end{bmatrix}}_{Rb}$$

(where, $s_i = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2,\ u = x_R^2 + y_R^2 + z_R^2$) (3)

$HX = R_a + uR_b$ 에 pseudo inverse matrix 인 $H^* = (H^T H)^{-1} H^T$ 을 양변에 곱해준 후 정리하면 u 를 포함한 X 를 구할 수 있다. X 를 $u = x_R^2 + y_R^2 + z_R^2$ 에 대입하면 u 의 2 차 방정식을 얻을 수 있고 u 값을 다시 대입하면 로봇의 좌표 X 를 얻을 수 있다.

로봇의 위치를 계산하기 위해서는 3 개 이상의 거리 정보를 사용하여 식(3)과 같이 계산되는데, 이때에 각각의 거리오차로 인하여 위치오차가 발생하게 된다. 또한 최대거리오차가 측정거리에 상관없이 일정하다고 하면, 식(3)로부터 그 크기는 비이컨의 좌표에 따라 변하게 되는 것을 알 수 있다.

3. 최대 위치 오차

Fig. 3 과 같이 로봇의 위치오차는 거리오차로부터 생기게 된다. 거리오차 $\Delta\rho_i$ 는 측정거리에 따라 상관없이 일정($|\Delta\rho_i| < \varepsilon$)하다고 가정하면, 최대위치오차 $(\Delta x_R, \Delta y_R, \Delta z_R)$ 는 최대거리오차를 가질 경우, 즉 각각의 거리정보가 최대오차를 가지고 있을 때($\rho_i \pm \varepsilon$)에 발생하게 된다. 따라서

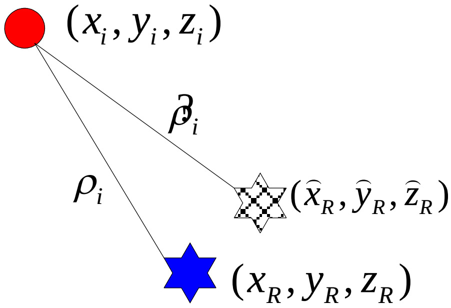

Fig. 3 Position error due to distance error

최대위치오차는 식(4)와 같이 각각의 거리오차에 대한 경우의 위치오차 중 가장 큰 값으로 나타낼 수 있다.

$$E_{\max} = \max\left(\sqrt{\begin{aligned}&(x_R(\rho_i \pm \varepsilon) - x_R(\rho_i))^2 + (y_R(\rho_i \pm \varepsilon) - y_R(\rho_i))^2 \\ &+ (z_R(\rho_i \pm \varepsilon) - z_R(\rho_i))^2\end{aligned}} \right) \quad (4)$$

4. Sensitivity

로봇의 거리오차에 대한 위치오차는 다음과 같이 구할 수 있다. Fig. 3 의 리시버의 측정지점 (x_R, y_R, z_R) 과 거리오차에 의하여 측정된 위치 $(\hat{x}_R, \hat{y}_R, \hat{z}_R)$ 의 거리식 (5)는 식(6)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x_R)^2 + (y_i - y_R)^2 + (z_i - z_R)^2} = f(x_R, y_R, z_R)$$
$$\hat{\rho}_i = \sqrt{(x_i - \hat{x}_R)^2 + (y_i - \hat{y}_R)^2 + (z_i - \hat{z}_R)^2} = f(\hat{x}_R, \hat{y}_R, \hat{z}_R) \quad (5)$$

$$f(x_R, y_R, z_R) = f(\hat{x}_R + \Delta x_R, \hat{y}_R + \Delta y_R, \hat{z}_R + \Delta z_R) \quad (6)$$

식(6)를 Taylor series 에 적용하면 식(7)과 같다.

$$\begin{aligned} &f(x_R, y_R, z_R) \\ &= f(\hat{x}_R, \hat{y}_R, \hat{z}_R) + \frac{\partial f(\hat{x}_R, \hat{y}_R, \hat{z}_R)}{\partial \hat{x}_R} \Delta x_R + \frac{\partial f(\hat{x}_R, \hat{y}_R, \hat{z}_R)}{\partial \hat{y}_R} \Delta y_R \\ &+ \frac{\partial f(\hat{x}_R, \hat{y}_R, \hat{z}_R)}{\partial \hat{z}_R} \Delta z_R + \cdots \end{aligned} \quad (7)$$

이를 정리하면 다음과 같다.

$$\hat{\rho}_i - \rho_i = \frac{x_i - \hat{x}_R}{\hat{r}_i} \Delta x_R + \frac{y_i - \hat{y}_R}{\hat{r}_i} \Delta y_R + \frac{z_i - \hat{z}_R}{\hat{r}_i} \Delta z_R$$

$$(\text{where } \hat{r}_i = (x_i - \hat{x}_R)^2 + (y_i - \hat{y}_R)^2 + (z_i - \hat{z}_R)^2)$$

$$\Delta\rho = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} \\ a_{x2} & a_{y2} & a_{z2} \\ a_{x3} & a_{y3} & a_{z3} \\ a_{x4} & a_{y4} & a_{z4} \end{bmatrix} \quad \Delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_R \\ \Delta y_R \\ \Delta z_R \end{bmatrix}$$

$$\Delta\rho = A\Delta x \rightarrow \Delta x = A^{-1}\Delta\rho \quad (8)$$

식(8)의 A 의 singular value$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$로부터 거리오차에 대한 위치오차의 범위를 식(9)과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{1}{\sigma_1} \le \frac{\|\Delta x\|}{\|\Delta\rho\|} \le \frac{1}{\sigma_3} \quad (9)$$

식(9)로부터 Sensitivity 는 식(10)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1/\|x\|}{\sigma_1/\|\rho\|} \le \frac{\|\Delta x\|/\|x\|}{\|\Delta\rho\|/\|\rho\|} \le \frac{1/\|x\|}{\sigma_3/\|\rho\|} \quad (10)$$

Table.1 은 같은 높이에 비이컨의 간격을 300cm 로 하여 사각형의 모양으로 배치하고, 비컨의 높이를 변화시키면서 (150,150,0)의 측정지점에 대하여 시뮬레이션 한 것이다.

E_{max} 는 식(4)로부터 구하였고, $\|\Delta x\|_{max}$는 식(9)를 변형하여 구하였으며, Sensitivity 는 식(10)으로부터 구하였다.

Table 1 Position error and sensitivity due to distance error(¡ 1cm measurement tolerances)

Height (Beacon position Width = 300cm)	E_{max}	$\|\Delta x\|_{max} = \|\Delta\rho\|/\sigma_3$	Sensitivity min	Sensitivity max
50	4.5565	4.3589	1.4928	4.4783
100	2.3683	2.3452	1.7285	2.5927
150	1.7388	1.7321	2.1213	2.1213
200	1.9437	1.9437	2.0035	2.6713
250	2.1858	2.1858	2.0270	3.3784
300	2.4495	2.4495	2.1213	4.2426
350	2.7285	2.7285	2.2560	5.2640
400	3.0185	3.0185	2.4159	6.4425

Table.1 에서 보이듯이 최대 위치오차는 비이컨들의 높이가 150cm 일 때에 가장 낮고, 민감도도 가장 낮은 것을 알 수 있다. 즉 150cm 에서 가장 위치정밀도가 높은 것을 알 수 있다. 또한 4 장에서 제시한 위치오차 알고리즘은 3 장에서 제시한 최대 위치 오차와 비슷하며, 특히 150cm 이상의 높이에서는 거의 같음을 알 수 있다.

5. 결론

초음파 위치인식시스템의 가장 중요한 문제는 위치정밀도를 높이는 문제이다. 위치 정밀도를 높이기 위해서는, 많은 거리정보로부터 위치를 계산하거나 거리오차에 의한 위치오차를 작게 해야 한다. 거리오차에 의한 위치오차의 크기는 비이컨의 좌표에 의해 정해진다. 따라서 비이컨의 좌표가 정해져 있을 경우, 최대 위치 오차를 각각의 거리정보가 최대오차를 가질 경우에 대하여 각각 계산 후 가장 큰 위치오차로써 구하였다. 그리고 Taylor series 를 이용하여 거리정보에 대한 위치오차의 Sensitivity 를 구하였고, Fig.2 와 같은 경우의 위치정밀도를 높이는 비이컨의 좌표를 고찰하였다.

후기

본 연구에서는 비이컨의 좌표가 정해져 있고, 거리 오차가 발생하였을 때, 최대위치오차를 여러 경우에 대하여 시뮬레이션으로 구하였고, 또한 수학적인 방법으로도 구하였다. 그리고 위치정밀도를 기준으로 비이컨의 좌표를 결정하였다. 그러나 비이컨을 설치하는데 위치정밀도보다 다른 중요한 기준에 대하여 고찰하여야 할 필요가 있다.

참고문헌

1. J. Hightower, G. Borriello., ¡ Location Systems for Ubiquitous Computing,¡ IEEE, pp57-66, 2001
2. N. Priyantha, A. Chakraborty and H. Balakrishnan., ¡The Cricket Location Support System,¡ Proc. 6 th ACM Mobicom Conf., pp 32-43 , 2000.
3. Fernando Figueroa, Ajay Mahajan., ¡A Robust Method to Determine the Coordinates of a Wave Source for 3-D Position Sensing,¡ Transactions of ASME, Vol. 116, pp 505-511, 1994.
4. S.Y lee, J.H Jin., ¡Self-localization of a Mobile Robot Using Global Ultrasonic Sensor System,¡ Journal of CASE, Vol. 9, pp145-151, 2003.
5. Clare. D. Mcgillem, ¡A Beacon Navigation Method for Autonomous Vehicles¡ IEEE transactions on vehiclar technology, VOL. 38. No.3 august ,1989