

RecurDyn/Colink의 개발과 이를 이용한 2자유도 역진자의 자세제어 Development of RecurDyn/Colink and Balance Control of the 2-DOF Inverted Pendulum using It

*차호영¹, #윤덕진², 이순걸³

*H. Y. Cha(hoyoungcha@khu.ac.kr)¹, #Y. D. Yun(dkyun@functionbay.co.kr)², S. G. Lee(sglee@khu.ac.kr)³
¹ 경희대학교 기계공학과, ²평선베이(주), ³경희대학교 기계공학과

Key words : Colink, Inverted Penndulum, Feedback Linearization

1. 서론

제어기 설계에서 실제 시스템은 수학적으로 모델링되어 해석된다. 대부분의 수식은 비선형 방정식으로 이루어져있으며, 이를 해석하기 위하여 선형화를 통하여 제한된 수식으로 바꾸게 된다. 이 때문에 강건한 제어기 설계가 어렵다. 그 해결을 위하여 비선형 방정식의 역학적 모델을 해석하는 소프트웨어와 비선형 방정식으로 이루어진 Plant를 전용 소프트웨어를 사용하여 해석하는 방법을 모색하였고, 다물체 동역학 해석 소프트웨어인 RecurDyn에 제어기 설계를 위한 Colink가 개발되었다. 하나의 Package에서 Co-simulation을 수행하며, Block Diagram으로 이루어진 직관적으로 이해할 수 있는 동역학 시스템의 제어기 설계를 손쉽게 구성할 수 있다. 본 논문에서는 개발된 RecurDyn/Colink 를 설명하고, 2자유도 역진자의 자세 제어를 RecurDyn/Colink상에서 Feedback Linearization의 방법으로 제어기를 설계하여 시스템을 검증하였다.

2. RecurDyn/Colink

2.1 Co-Simulation

RecurDyn/Colink는 다물체 동역학 시스템 해석과 제어시스템의 해석을 동시에 할 수 있는 Co-simulation 방법을 사용하여 실제시스템에 가까운 제어기 설계가 가능하다. 그림 1은 잘 알려진 Co-simulation의 개념을 설명하고 있다. 샘플링 시간을 공유하여 제어기 알고리즘과 플랜트 모델의 해석을 수행한다.

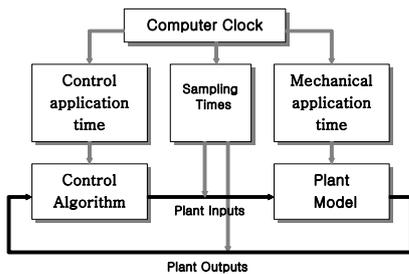


Fig 1. Schematic diagram of RecurDyn/Control toolkit

2.2 플랜트 운동방정식

RecurDyn에서 만든 플랜트 모델의 운동방정식은 다음과 같다.

$$F = B^T(M\dot{Y} + \Phi_Z^T \lambda - Q) = 0 \quad (1)$$

λ 는 R^m 에서의 조인트 Lagrange Multiplier vector 이고, Φ 는 R^m 에서 위치 레벨의 구속 벡터(Constraint vector)이다. M 과 Q 는 Mass 와 Force Vector를 나타낸다. 운동방정식은 $\dot{q} = \nu$ 의 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F(q, \nu, a, \lambda) = 0 \quad (2)$$

$$\Phi(q) = 0 \quad (3)$$

위치 레벨에서의 구속조건에 대한 미분 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\Phi}(q, \nu) = \Phi_q \nu - v = 0 \quad (4)$$

$$\ddot{\Phi}(q, \nu, \dot{\nu}) = \Phi_q \dot{\nu} - \gamma = 0 \quad (5)$$

(2)식과 모든 레벨의 구속조건들은 중복의 미분 대수 방정식(over determined differential algebraic system, ODAS)을 포함한다. ODAS를 풀기위하여 Backward differentiation formula(BDF)의 알고리즘을 이용한다.

$$H(x) = \begin{bmatrix} F(q, \nu, \dot{\nu}, \lambda) \\ \Phi(q) \\ \dot{\Phi}(q, \nu) \\ \ddot{\Phi}(q, \nu, \dot{\nu}) \\ U_0^T(q + \beta_0 \nu + \beta_1) \\ U_0^T(\nu + \beta_0 \dot{\nu} + \beta_2) \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

여기서 $x = [q^T, \nu^T, \dot{\nu}^T, \lambda^T]^T$ 이다. β_0, β_1 그리고 β_2 는 Implicit integrators의 계수에 의해서 결정이 된다.

2.3 제어모델의 운동 방정식

그림 3과 같은 전달함수 블록을 사용하면 (7)식과 같은 상미분 방정식의 모델링이 된다.

$$\dot{y} = -a \cdot y + b \cdot u \quad (7)$$

제어 모델에 그림 4와 같은 페루프가 되면 (8)식과 같은 대수 방정식이 모델링 된다. 예로 간단히 $z = 0.5$ 로써 쉽게 구할 수 있지만 모델이 복잡하면 수치적으로 구할 수 밖에 없다

$$z = 1 - z \quad (8)$$

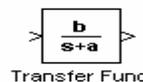


Fig 2. Transfer function block

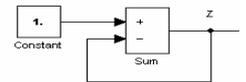


Fig 3. Close-loop Model

제어 모델을 일반화된 식으로 나타내면 다음과 같은 상무분 방정식이 포함된 대수방정식으로 나타낼 수 있다.

$$G(c) = \begin{bmatrix} \dot{y} - F(y, z) \\ z - R(y, z) \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, $c = [y^T, z^T]^T$ 이다.

2.4 Integrated 운동방정식

플랜트와 제어기의 통합 운동방정식은 (10)식이다.

$$I(x, c) = \begin{bmatrix} H(x) \\ G(c) \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

여기서, $x = [q^T, \nu^T, \dot{\nu}^T, \lambda^T]^T, c = [y^T, z^T]^T$ 과 같다. Newton-Raphson 방법으로 x 와 c 값을 구한다. Integrated Solver는 Co-simulation 방법과 달리 $\frac{\partial H}{\partial c}, \frac{\partial G}{\partial x}$ 가 동시에 고려되기 때문에 보다 빠른 시간에 정확한 시뮬레이션 결과를 얻을 수 있다.

2.5 사용자 그래픽 환경

RecurDyn/Colink의 GUI는 그림 2와 같다. 제어 구성용 Block 들 옮겨와 손쉽게 구성할 수 있으며, 그림 2와 같이 상태 공간 방정식으로 PD제어기를 구성한 예이다.

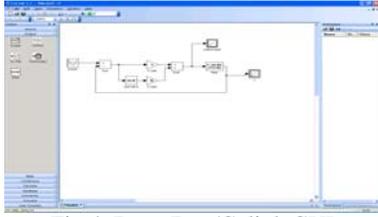


Fig 4. RecurDyn/Colink GUI

3. 2자유도 역진자 자세제어

3.1 운동방정식

2자유도 역진자의 운동 방정식을 나타내어 정리하면 (11)-(12)식과 같다.

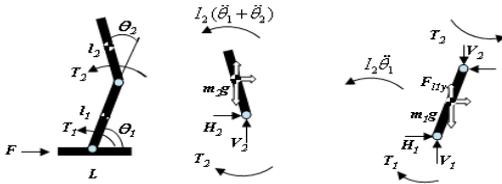


Fig 5. 2-DOF Inverted Pendulum

$$(I_2 - m_2 l_1 \frac{l_2}{2} c \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (I_2 - m_2 \frac{l_2^2}{4} c \theta_1) \ddot{\theta}_2 + m_2 \frac{l_2}{2} s (\theta_1 + \theta_2) \ddot{x} - m_2 l_1 \frac{l_2}{2} s \theta_2 \dot{\theta}_1^2 - m_2 \frac{l_2^2}{4} s \theta_1 \dot{\theta}_2^2 + m_2 g \frac{l_2}{2} c (\theta_1 + \theta_2) + T = 0$$

$$(m_2 l_1 s \theta_1 + m_1 \frac{l_1}{2} s \theta_1) \ddot{x} + (I_1 - m_2 l_1^2 + m_1 \frac{l_2^2}{4} c 2 \theta_1) \ddot{\theta}_1 - m_2 l_1 \frac{l_2}{2} c (\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 - m_1 \frac{l_1^2}{4} s 2 \theta_1 \dot{\theta}_1^2 - m_2 l_1 s (\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 + m_2 g l_1 c \theta_1 + m g \frac{l_1}{2} c \theta_1 + T_1 - T_2 = 0$$

Base의 움직임으로 역진자의 자세제어와 달리, 두 조인트의 토크를 제어하여 자세제어를 하며, Base의 움직임은 $t = 0$ 일때 갑자기 멈추었다고 가정, \ddot{x} 으로 발생되는 임펄스의 힘은 각 조인트의 각도와 각속도의 초기 값은 시스템으로 가정한다.

3.2 Feedback Linearization

위의 2자유도 역진자의 운동방정식은 (13)와 같이 비선형 방정식으로 선형화가 어렵다.

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = T \quad (13)$$

Feedback Linearization의 방법에 의해 (14) - (16) 식과 같이 토크입력을 추종하기 원하는 가속도, 속도, 위치를 PD 제어기의 Gain 값으로 이루어진 ν 으로 가정하면 (16)식과 같은 특성방정식을 유도할 수 있으며, 이 선형화된 식으로부터 구해진 θ 의 값과 제어에 필요한 토크를 구할 수 있다.

$$\nu = \ddot{\theta}_d + K_d \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} \quad (\tilde{\theta} = \theta_d - \theta, \quad \dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \quad (14)$$

$$T = M(\theta)\nu + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (15)$$

$$\ddot{\tilde{\theta}} + K_d \dot{\tilde{\theta}} + K_p \tilde{\theta} = 0 \quad (16)$$

3.3 PD 제어기

2자유도 역진자의 Parameter는 표 1과 같으며, Feedback Linearization 을 이용한 PD제어기의 구성은 RecurDyn/Colink 를 이용하여 그림 6 과 같이 구성하였으며, User block을 이용하여 PD제어에 의한 미분방정식의 풀이 및 $\theta, \dot{\theta}, T$ 를 계산하여

출력하도록 하였다. 그리고 추종하기 원하는 값은 $\theta_d = 90^\circ, \dot{\theta}_d = \dot{\theta} = 0$ 의 값을 이용했다.

Table 1. Simulation Parameters

Variables	Value	Note
$m_1 = m_2$	5 kg	-
$l_1 = l_2$	0.4 m	-
θ_1	20 degree	Initial value
θ_2	10 degree	Initial value
$\dot{\theta}_1$	2 rad/s	Initial value
$\dot{\theta}_2$	2 rad/s	Initial value

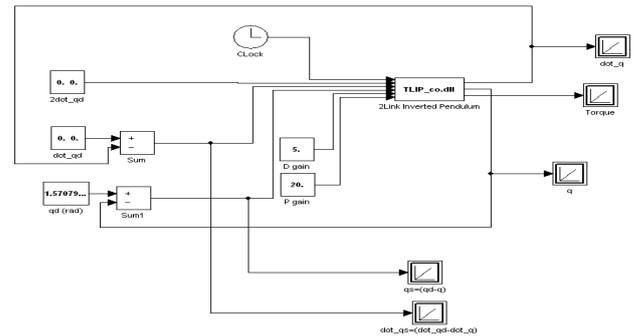


Fig 6. Schematic of PD Controller for TLIP

4. 시뮬레이션 결과

$Kd = 5, Kp = 20$ 의 값을 이용한 결과는 아래 그림과 같다. 비선형의 Plant를 RecurDyn/Colink를 사용하여 PD 제어기를 설계하였다. 다물체 동역학 소프트웨어의 Co-simulation의 방법으로 동역학 Plant 모델의 해석을 이용하지 않는 대신, 비선형 제어의 한 방법인 Feedback Linearization을 통한 설계의 예를 보였다.

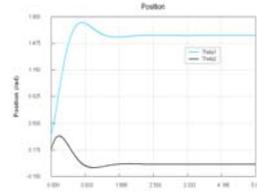


Fig 7. Position Plot

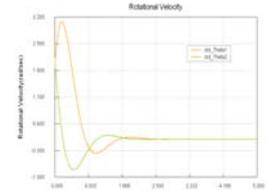


Fig 8. Velocity Plot

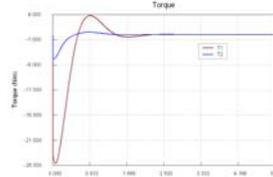


Fig 9. Torque Plot

참고문헌

- Hassan K. Khalil, "Nonlinear systems," third edition, Prentice Hall
- Jean-Jacques E.Slotine, Weiping Li, "Applied Nonlinear Control," Prentice-Hall International, Inc.
- Satoshi Ito, Kohei Moriki, Haruhisa Kawasaki, Minoru Sasaki, " Robot Experiment of Torque Learning for Biped Balance with respect to Periodic External Force," Advanced Robotics, 2005, ICAR., 12th International Conference
- Satoshi Ito, Hiroshi Takishita, Minoru Sasaki, " A study of biped balance control using proportional feedback on ground reaction forces," SICE-ICASE International Joint Conference 2006