

초음속 고받음각 유동을 위한 난류 모델 비교 연구

박미영,¹ 박수형,² 이재우,^{*2} 변영환²

COMPARATIVE STUDY ON TURBULENCE MODELS FOR SUPERSONIC FLOW AT HIGH ANGLE OF ATTACK

M.Y. Park,¹ S.H. Park,² J.W. Lee^{*2} and Y.H. Byun²

Asymmetric force and vibration caused by separation flow at high angle of attack affect the stability of supersonic missile. As a preliminary study we verified the effect of turbulence model through general 3-D slender body for the supersonic flow at high angle of attack. k- ω Wilcox model, k- ω Wilcox-Durbin+ model, k- ω shear-stress transport model, and Spalart-Allmaras one equation model are used. Grid sensitivity test was performed with three different grid system. results show that all models are in good agreement with the experimental data.

Key Words : 전산유체역학(CFD), 난류 모델(Turbulence Model), 고받음각(High Angle of Attack)

1. 서 론

초음속 미사일 주위의 고받음각 유동은 동체 표면에서부터 박리된 유동으로 인한 비대칭적 힘과 진동의 발생 등으로 미사일의 안정성에 중대한 영향을 미치게 된다.

일반적으로 세장형 물체(Slender Body) 주위의 유동 특성을 받음각에 따라 구분하여 보면 우선 15도 이하의 저 받음각($0^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$) 영역에서는 유동이 접착되며, 대칭적인 정상 유동 형태로 나타나며, 양력은 받음각에 따라 선형으로 증가한다. 중 받음각 영역($15^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$)에서의 유동은 박리, 정상 유동 형태이며 두 개의 대칭 와류(Symmetric Rolled-Up Vortices)가 형성되어 받음각에 대한 양력이 비선형적으로 증가한다. 고 받음각 영역($30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$)에서의 유동은 박리되며 정상/비정상 유동이 동시에 나타나는 형태이며 비대칭 와류(Asymmetric Rolled-Up Vortices)가 형성된다. 그 이상의 받음각 영역($\alpha \geq 60^\circ$)에서는 비정상 난류 후류가 형성되며 실속이 발생된다. 각 받음각 상황에서 나타나는 현상들은 물체의 형상이나 자유류의 조건에 따라서 달라 질 수 있다[1].

이러한 받음각 변화에 따른 유동장의 변화를 CFD를 이용하여 보다 정확하게 해석하기 위해서는 적합한 격자계 구성과 난류 모델의 적용이 매우 중요하다 하겠다. 본 연구에서는 초음속 고받음각에서 난류 모델이 격자계 변화에 받는 영향과, 난류 모델 간의 차이를 알아보고자 2-방정식 k- ω Wilcox 모델, k- ω WD+ 모델, k- ω SST 모델 그리고 1-방정식 SA(Spalart Allmaras) 모델을 이용하여 해석을 수행하였다.

2. 수치해석기법

2.1 지배 방정식

3차원 압축성 Navier-Stoke 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(f_j - f_{vj})}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$q = [\rho, \rho u_i, \rho E]^T \tag{2}$$

$$f = [\rho u_j, \rho u_i u_j + p \delta_{ij}, \rho u_j H]^T \tag{3}$$

$$f_{vj} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{ij} + \tau_{ij}^* \\ u_{ij}(\tau_{ij} + \tau_{ij}^*) - q_j + (\mu_j + \sigma_i \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \end{bmatrix} \tag{4}$$

1 학생회원, 건국대학교 대학원 항공우주정보시스템공학과

2 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과

* Corresponding author, E-mail: jwlee@konkuk.ac.kr

여기서 ρ , u_i , p , E , H 는 각각 밀도, x_i 축방향의 속도성분, 압력, 총에너지 및 총엔탈피를 의미하며, τ_i 와 τ_{ij} 는 각각 층류와 난류에 의한 점성 응력텐서(stress tensor)를, q_j 는 j 방향의 열전달량을 표현한다. μ_k 와 μ_n 는 층류 점성계수와 난류 점성계수를 의미하며, 층류 점성계수는 Sutherland 법칙에 의해 결정한다.

격자 경계면에서의 비점성 유속 계산은 2차 정확도의 upwind MUSCL scheme을 적용하여 Roe의 FDS(Flux Difference Splitting)을, 점성 유속은 중심차분(central differencing)을 사용하였다. 또한 정상 상태의 해를 얻기 위해 내재적 시간 전진 기법인 Diagonalized ADI를 사용하였다[2].

2.2 난류 방정식

k - ω 난류 방정식[3]은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial q_T}{\partial t} + \frac{(\partial f_{T_i} - f_{T_{ij}})}{\partial x_{ij}} = S_{k\omega} \quad (5)$$

$$q_T = [\rho k, \rho \omega]^T \quad (6)$$

$$f_{T_j} = [\rho u_j k, \rho u_j \omega]^T \quad (7)$$

$$f_{T_{ij}} = \left[(\mu_j + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}, (\mu_j + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]^T \quad (8)$$

$S_{k\omega}$ 는 난류운동에너지(k)와 비소산율(ω)의 원천향으로 구배로 표현되는 대류나 확산과는 달리 중속변수의 구배값에 의해 결정되며, 지배방정식의 물리현상을 반영한다.

2.2.1 k - ω Wilcox 난류 모델[3]

Wilcox 난류 모델의 원천향은 다음과 같이 표현된다.

$$S_{\text{orig}} = \begin{bmatrix} P_k - D_k \\ P_\omega - D_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_t S^2 - \frac{2}{3} \rho k S_{kk} - \beta' \rho k \omega \\ \alpha \frac{\omega}{k} \left(\mu_t \frac{S^2}{\alpha_v} - \frac{2}{3} \rho k S_{kk} \right) - \beta \rho \omega^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서 P_k 와 P_ω 는 k 와 ω 의 생성율(production rate)을 나타내며, D_k 와 D_ω 는 소멸율(destruction rate)을 나타낸다. 평균 strain율(mean strain rate) S 는 다음과 같이 정의된다.

$$S^2 = 2S_{ij}S_{ji} - \frac{2}{3} S_{kk}^2 \quad (10)$$

사용된 상수는 다음과 같다.

$$\sigma_k = \sigma_\omega = 0.5, \beta' = 1, \alpha = \frac{5}{9}, \beta = \frac{5}{6} \quad (11)$$

난류 점성계수는 다음과 같이 표현되며

$$\mu_t = \rho c_\mu (k/\omega) \quad (12)$$

여기서 $c_\mu = 0.09$ 이다.

2.2.2 k - ω WD+ 난류 모델[4]

선형 난류점성모델인 식 (9)는 역압력구배가 존재하는 난류 유동장 해석에는 부적절한 것으로 알려져 있다. 약한 비선형 난류점성 모형(weakly nonlinear eddy viscosity model)은 이러한 단점을 극복하며 특히 충격파와 경계층의 간섭영역에서 좋은 성능을 보여준다. 난류 점성 계수는 다음과 같다.

$$c_\mu = \min \left[c_\mu^o, \frac{\sqrt{c_\mu^o \omega}}{\sqrt{(S^2 + \Omega^2)/2}} \right] \quad (13)$$

여기서 Ω 는 와도(vorticity)의 절대값이다. 이러한 비선형 모델은 평균 strain율 S 가 무한대일 때 난류 점성의 계수가 0으로 접근하는 특성을 가지도록 한다.

2.2.3 k - ω SST(Shear Stress Transport) 난류 모델[5]

k - ω SST난류 모델은 벽면에서는 정확한 k - ω 모델을 사용하고, 경계층 외부에서는 자유류 의존성이 없는 k - ϵ 모델을 사용하도록 한다. k - ϵ 모델을 k - ω 모델 형태로 치환하고 모델 상수를 결합하기 위한 혼합(blending) 관계식을 이용한다. k - ω 모델(ϕ_1)로 치환되는 k - ϵ 모델(ϕ_2)의 관계식은 다음과 같다:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (14)$$

k - ϵ 모델의 치환으로 유도된 교차 확산항 $P_{\alpha\alpha}$ 는 다음과 같다.

$$P_{\alpha\alpha} = 2\rho(1 - f_1) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (15)$$

SST 모델에서 난류점성 모형은 역압력구배가 존재하는 곳에서 주난류 전달응력의 전달(transport)을 고려하도록 설계되었다. 이때의 난류 점성 계수는 다음과 같이 정의 된다.

$$c_\mu = \min [c_\mu^o, 0.31\omega/\Omega F_2] \quad (16)$$

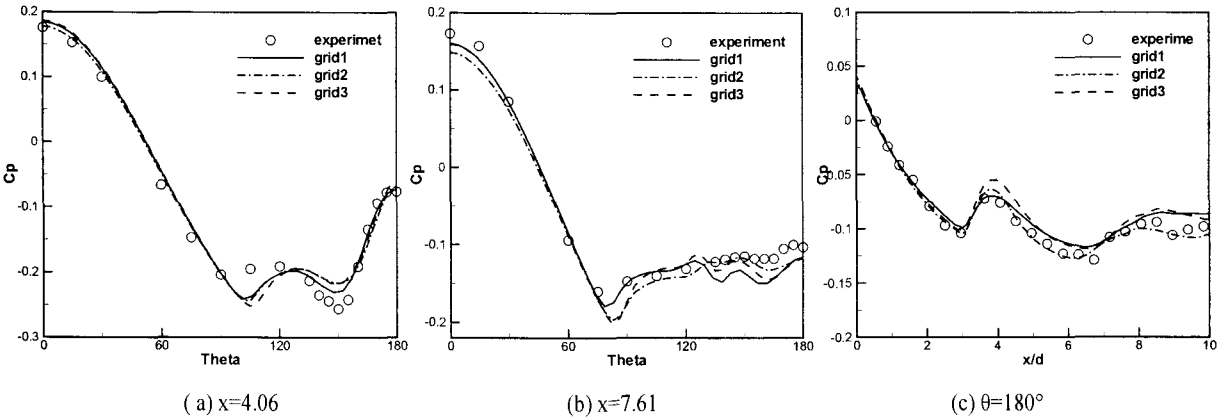


Fig. 1 Comparison of surface pressure coefficients ($\alpha = 20^\circ$)

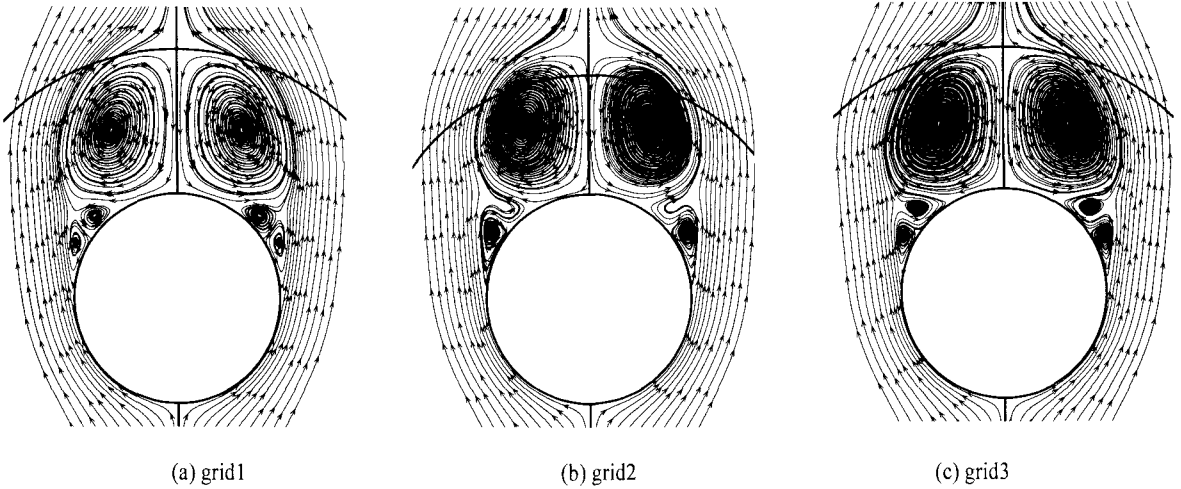


Fig. 2 Comparison of streamline at $x = 7.61$ ($\alpha = 20^\circ$)

2.2.4 Spalart-Allmaras 1차 방정식 난류 모델[6]

난류 점성의 전달을 기초로 하는 1-방정식 모델로서 난류 점성 계수는 다음과 같다.

$$\mu_t = \rho \bar{\nu} f_{v1} \tag{17}$$

난류 점성 전달방정식 (transport equation)은 다음과 같다:

$$\frac{D\bar{\nu}}{Dt} = c_{b1} \bar{\nu} - c_{w1} f_w - \left(\frac{\bar{\nu}}{2}\right)^2 + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\nu + \bar{\nu}) \frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_j} + c_{b2} \bar{\nu} \frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{\nu}}{\partial x_j} \right] \tag{18}$$

2.3 경계조건

벽면의 경계조건으로 속도는 no-slip 조건을 적용하며, 밀도와 에너지 등은 내부 점으로부터 외삽 되어진 단열조건을 적용한다. k- ω 모델은 벽면에서 k는 0으로 고정하고, ω 는 다음과 같은 식을 따른다[7].

$$\omega_{wall} = (19/9)(6\mu_w/\beta\rho d_1^2) \tag{19}$$

여기서 d_1 은 벽면에서부터 첫 번째 격자 중심까지의 거리를 나타낸다. Spalart-Allmaras 모델은 벽면에서 $\bar{\nu}$ 는 0으로 고정한다.

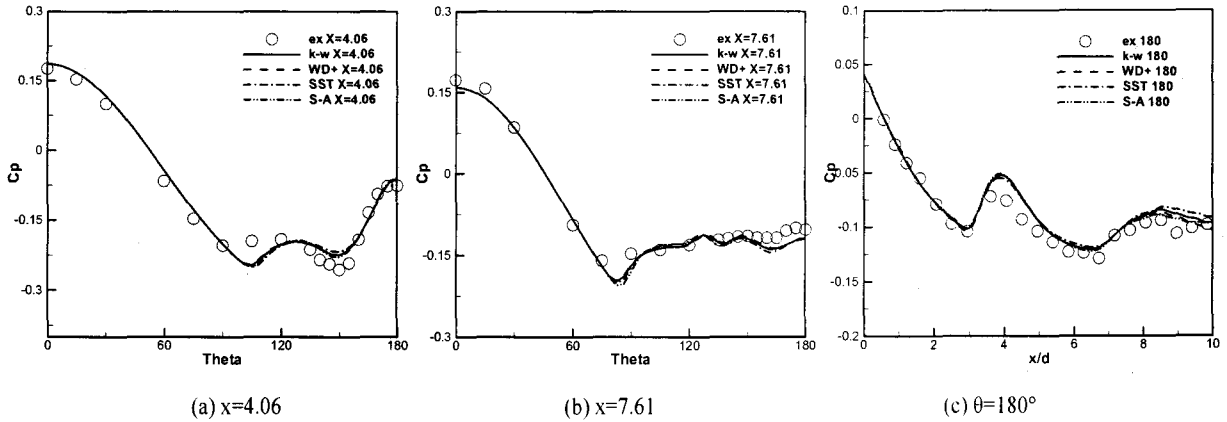


Fig. 3 Comparison of surface pressure coefficients ($\alpha = 20^\circ$)

3. 해석 결과

ogive - cylinder 주변의 유동 난류 유동장을 해석하기 위해 3차원 정렬 격자를 이용하였으며, 자유류의 마하수는 1.98이고, 레이놀즈 수는 0.39×10^6 이다[8].

격자수와 벽면으로부터 격자의 거리에 대한영향을 살펴보기 위해 3가지 종류의 격자를 이용하였는데 사용된 격자는 Table 1과 같다.

Fig. 1의 (a)에서는 대체적으로 3가지 격자모두 실험 결과 [7]와 잘 일치하는 결과를 보여준다. 그러나 (b)에서는 grid 2가 $\theta = 0^\circ$ 인 부분에서 실험결과와 차이를 보이는 것을 볼 수 있다. 또한 60° 되는 부분까지 그 기울기가 실험결과뿐만 아니라 다른 격자들과도 차이를 보이는 것을 볼 수 있다. 원주방향의 압력계수는 격자의 수보다는 벽면에서부터 격자 사이의 거리에 더 큰 영향을 받을 수 있음을 알 수 있다. 또한 본 해석의 레이놀즈 수를 염두 해두었을 때 통상적으로 벽면에서부터 첫 번째 격자까지의 거리는 10^{-5} 이하가 되어야 한다. (c)는 $\theta = 180^\circ$ 일 때 축 방향에 따른 압력계수를 나타낸 것인데 grid 1이 실험결과와 가장 잘 맞지 않는 것을 볼 수 있다. 특히 선미부 부분에서 grid 1은 압력계수의 변화를 제대로 잡아내지 못하는 것을 알 수 있다. Fig. 2는 각 grid에 대해 $x=7.61$ 되는 부분의 streamline을 나타낸 것이다. 고받음각 영역에서는 벽면 주위의 경계층 주변으로 세 가지 와류가 생기

게 된다. $\theta = 180^\circ$ 부근에서 생기는 1차 와류, $\theta = 90^\circ$ 부근에서 1차 와류 반대방향으로 생기는 2차 와류, 그리고 1차 와류와 2차 와류 중간에 작게 나타나는 3차 와류가 있다. 세 가지 격자에서 1차 및 2차 와류는 모두 관찰 할 수 있으나, grid 2에서는 3차 와류를 찾아 볼 수 없다. 격자수는 grid 3와 같음에도 불구하고 벽면에서부터 첫 번째 격자까지의 거리가 커서 3차 와류를 포착하기에 충분하지 않기 때문이다.

이를 통해 고받음각 영역에서의 유동 특성을 관찰하기 위해서는 벽면에서부터 격자까지의 거리가 가까운 격자를 사용해야 한다는 것을 알 수 있다. 이 결과를 토대로 난류 모델 변화에 따른 해석하는 과정에는 grid 3을 사용하였다

Fig. 3은 난류모델간의 비교를 나타낸 것으로 난류 모델간의 결과 차이가 거의 나지 않음을 볼 수 있다. (c)에서 선미부 쪽에서 약간의 차이를 보이기는 하나 그 차이가 그리 크지 않음을 알 수 있다. (b)에서 $\theta = 90^\circ$ 에서부터 압력계수가 증가하는 것을 볼 수 있는데 이는 $\theta = 90^\circ$ 부분에서부터 와류가 생성되기 때문이다. 와류의 생성으로 인하여 $\theta \geq 90^\circ$ 에서는 압력계수가 계속 증가하는 것을 볼 수 있다. (c)에서 무차원화 거리(x/d)가 3인 지점에서부터 압력계수의 값이 증가하는데 이는 separation bubble이 생기면서 이에 의한 역압력 구배가 나타나기 때문이다. 무차원화 거리가 7인 부분에서 다시 한 번 나타나고 있다. Table 2는 격자와 난류 모델에 대한 수직력 계수를 비교한 결과이다. 격자간의 비교에서는 역시 grid 2가 다른 격자에 비해 실험결과와의 차이가 많이 나는 것을 볼 수 있다. 난류 모델간의 비교에서는 그 차이가 5% 이내로 압력계수 비교와 마찬가지로 큰 차이를 보이지 않음을 알 수 있다. Fig. 4는 받음각 10° 일 경우에 각 난류 모델별 수렴성을 나타낸 결과이다. Iteration 3000번에 약 10^{-4} 정도로 수렴되었으며, 수렴성 역시 모델 간에 큰 차이가 없음을 볼 수 있다.

Table 1 Grid Systems

Grid	Cell Number	d_1
grid 1	70×40×40	1.9×10^{-5}
grid 2	97×49×65	1.3×10^{-3}
grid 3	97×49×65	1.7×10^{-6}

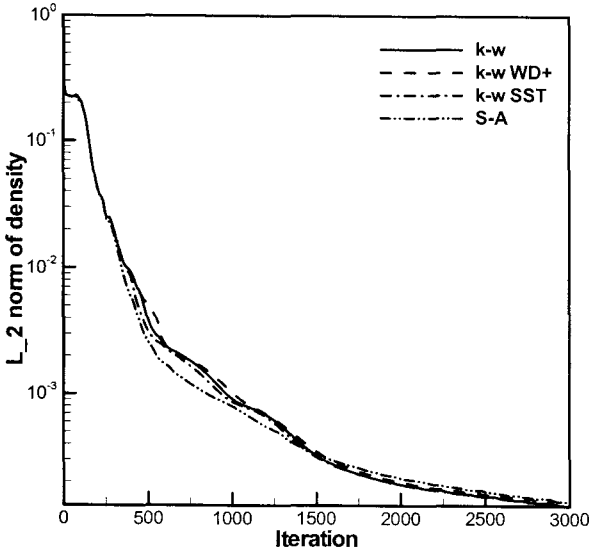


Fig. 4 Convergence history ($\alpha = 10^\circ$)

4. 결 론

받음각이 있는 초음속 유동에서 격자의 밀도와 수 그리고 난류 모델에 대한 영향을 살펴보았다. 동일한 난류 모델에서 압력계수를 비교해본 결과 격자 밀도가 높고 격자 수가 클수록 그 값이 실험결과와 가장 잘 맞는 것을 볼 수 있었다. 또한 streamline 비교를 통해 격자의 밀도가 높을수록 고받음각 영역에 대한 해석에서 중요한 3차 와류를 잘 잡아 낼 수 있음을 보였다. 네 가지 난류 모델을 비교한 결과는 난류 모델 간에 큰 차이가 나지 않음을 알 수 있었다. 향후 본 연구에서 사용된 난류 모델과 격자를 이용하여, 30° 이상의 고받음각 영역에 대한 해석을 통해 안정성에 중요한 영향을 미치는 비대칭 와류에 대한 연구를 진행하고자 한다.

후 기

본 연구는 한국학술진흥재단 선도연구과제 “고 받음각 비대칭 와류 제어를 위한 Chine Nose 형상 최적설계”의 지원으로 수행되었으며, 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Rom, J., 1992, "High Angle of Attack Aerodynamics," Springer-Verlag, New York, Chap 2.
- [2] Park, S. H. and Kwon, J. H., 2004, "Implementation of k- ω Turbulence Models in an Implicit Multigrid Method," *AIAA Journal*, Vol.42, No.7, pp.1348-1357.
- [3] Wilcox, D. C., 1988, "Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models," *AIAA Journal*, Vol.26, No.11, pp.1299-1310.
- [4] Thivet, F., 2002, "Lessons Learned from RANS Simulations of Shock-Wave/Boundary-Layer Interactions," *AIAA Paper* 2002-0583.
- [5] Menter, F. R., 1994, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol.32, No.8, pp.1598-1605.
- [6] Spalart, P. and Allmaras, S., 1992, "A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows," *AIAA Paper* 92-0439.
- [7] Liu, F. and Zheng, X., 1996, "A Strongly Coupled Time-Marching Method for Solving the Navier-Stokes and k- ω Turbulence Model Equations with Multi-grid," *Journal of Computational Physics*, Vol.128, No.2, pp.289-300.
- [8] Perkins, E. W., and Jorgensen, L. H., 1956, "Comparison of experimental and theoretical normal-force distributions (including Reynolds number effects) on an ogive-cylinder body at Mach number 1.98," NACA-TN-3716.

Table 2 Comparison of Normal Force Coefficients

		Normal Force Coefficients C_n
Experiments		2.8414
Grid Systems	grid 1	2.8550
	grid 2	2.7642
	grid 3	2.8224
Turbulence Models	k- ω wilcox	2.8313
	k- ω WD+	2.8375
	k- ω SST	2.8224
	S-A	2.8256