

PSC 교량의 3차원 시공 중 해석기법을 위한 쉘요소 개발

Development of QC Shell Element For Three Dimensional Construction Stage Analysis of PSC Bridge

변윤주¹⁾·김현기²⁾·송삭³⁾·김영회⁴⁾·사차릭⁵⁾·김기두⁶⁾

Byun, Yun-Joo · Kim, Hyun-Ky · Suthasupradit, Songsak · Kim, Young-Hoe · Pompeerakeat, Sacharuck
· Kim, Ki-Du

ABSTRACT

In order to analyze the PSC box-girder bridge by the cantilever construction method, three dimensional analysis method using the PSC shell element is suggested. The time dependent material functions are based on the ACI and CEB codes. The time dependent concrete material properties considered are changes in strength, elastic modulus, creep and shrinkage. For the prestressing tendon, relaxation effects are considered. Anchorage and friction losses during tendon installations are also included. The ACI and CEB material models for creep and elastic modulus are also included.

Keywords: PSC shell element, creep

1. 서론

PSC 박스 교량은 콘크리트, 철근과 텐던으로 구성된 구조물로서 콘크리트의 인장 균열, 철근의 비선형 거동 등 재료의 비선형성 거동 특성 및 콘크리트의 시간 의존적 특성을 가지고 있는 복합 구조물이다. 또한 텐던의 긴장력은 시공단계에서 탄성 수축, 마찰, 앵커슬립에 의한 즉각 손실과 크리프, 수축 및 릴랙세이션 등에 의한 시간의존 손실을 가지므로 시공도중의 설계검토가 필수적으로 요구되고 있다.

이러한 거동 특성을 고려하기 위하여 현재 PSC 박스 교량은 뼈대 요소(프레임 요소)를 이용한 시공단계의 설계를 수행하고 있다. 이 요소에 의한 설계는 교량 전체 구조를 단순한 뼈대 요소로 가정하여 해석하는 계산이다.

그러나 PSC 박스 교량 중 곡선 램프교 등의 경우는 교량의 외측 및 내측의 변위 및 응력 값이 현저히 다르다. 따라서 PSC 박스 곡선교량의 텐던량 및 시공중 긴장력이 외측 및 내측에서 다르게 산정되어야 함에도 불구하고 현실적으로는 계산이 불가능하여 같은 양의 텐던과 부적절한 긴장력을 사용하고 있어 시공중 항상 안전사고에 노출되고 있다. 또한 프레임 요소를 이용할 때 부반력 계산이 용이하지 못하여 시공 후 유지관리 단계에서 교좌장치와 상부구조와의 이격이 발생하는 등 부실시공이 발생하는 경우가 있다.

1) 정회원 · (주)동호 특수사업본부장 부사장 · 공학박사 e-mail: yjbyun@dongho.co.kr

2) 정회원 · (주)동호 전산개발실 과장 · 공학석사 e-mail: hkkim1@dongho.co.kr

3) 건국대학교 사회환경시스템공학과 박사과정 e-mail: songcve@hotmail.com

4) 학생회원 · 건국대학교 사회환경시스템공학과 석사과정 e-mail: dagoon@konkuk.ac.kr

5) 건국대학교 사회환경시스템공학과 박사과정 e-mail: yoo_bo@hotmail.com

6) 정회원 · 건국대학교 사회환경시스템공학과 교수 e-mail: kimkd@konkuk.ac.kr

PSC 박스 교량의 시공중 거동 특성을 고려하기 위하여 뼈대 요소(프레임 요소)를 이용한 시공단계의 설계가 수행되고 있다(이계호 등, 1994; 이재석과 강영진, 1992; 윤영수 등, 1998; 이재석과 최규천, 2007). 그러나 프레임 요소를 이용한 설계는 교량 전체 구조를 단순한 뼈대 요소로 가정하기 때문에 시공중 PSC 교량의 정밀 거동을 해석할 수 없고 특히 곡선교의 내측 및 외측 해석에 있어 부적절한 결과를 가져올 수 있다. 이러한 단점을 해결하기 위하여 3차원 해석이 필수적으로 요구 되고 있으나 해석 요소기술 개발이 매우 어렵고 또한 완벽한 3차원 해석을 위해서는 요구되는 텐던의 형상을 자동으로 배치하는 모델링 기법이 개발되어야 하는 어려움이 함께하고 있다. 본 연구에서 PSC 교량의 시공중 해석을 위한 PSC 3차원 셀요소를 개발하여 그 결과를 검증하고자 한다.

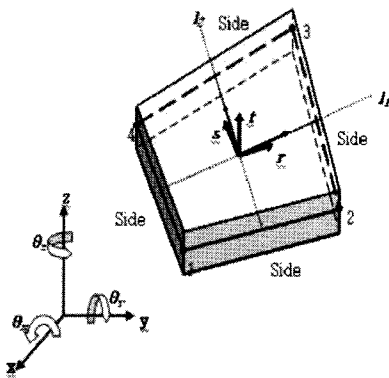


그림 1. 준적합 셀 요소

2. PSC 셀 요소

Degenerate 이론에 근거한 많은 셀 요소 정식들이 Ahmad 등(1970)에 의해 소개되었다. 이러한 요소들은 두께가 두꺼운 경우에는 급속하게 수렴도가 떨어지게 되어 전단 잠김 현상 (Shear Locking Effect)이 발생한다. 기존의 4절점 셀 요소는 두께가 얇은 판과 셀에서 잠김 현상을 해결한 가정된 변형률 방법을 이용하고 있으나 이러한 방법은 가우스 점에서 계산된 응력 값이 절점으로 변환되는 과정이 필요하다. 그러나 구조물의 정확한 응력을 구하기 위한 변환과정이 매우 복잡하고 근사적이므로 설계 목적으로 이용되는 교량 구조물에는 효과적이지 않다.

전단 잠김 및 면내 잠김 현상을 극복하기 위하여 대체 변형률 4절점 준적합(Quasi-Conforming) 셀 요소 (K.D. Kim 등, 2003; K.D. Kim 등, 2003; K.D. Kim 등, 2004)가 개발되어 대변형 탄소성 해석을 수행할 수 있게 하였다. 얇은 판 및 셀 구조에서 발생하는 잠김 현상은 준적합 기법을 이용하여 해결하였다. 위의 그림 1은 준 적합 셀 요소를 나타내고 있다.

강성 행렬은 String Net Function의 고차 형상함수를 사용하여 요소의 경계를 따라 적분하였으며 그 결과 가정된 변형률을 사용하는 셀 요소보다 뛰어난 휨 거동을 나타내고 있다. 가우스 적분법을 사용하는 대체 변형률 셀 요소는 절점에서 응력을 계산하기 위한 추가적인 보간 방법이 필요하나 준적합 셀 요소는 해석적인 방법을 사용하여 모든 응력이 자동적으로 절점에서 계산이 되므로 연산속도도 개선되었다. 따라서 이러한 준 적합 요소를 이용하여 PSC 교량 구조물의 시공 단계 설계에 활용하고자 한다.

2.1 요소 강성행렬 계산

2.1.1 선형 변형률에 의한 강성 행렬

강성행렬은 다음 식과 같다.

$$\int_{\Omega} (\delta \Delta \hat{e}_m D_m \Delta e_m + \delta \Delta \hat{e}_b D_b \Delta e_b + \delta \Delta \hat{e}_q D_q \Delta e_q) dr ds \quad (1)$$

선형 횡, 면내 그리고 횡방향 전단 변형률은 다음과 같이 가정된다.

$$\Delta \hat{\epsilon}_b = P_b \Delta \alpha_b = \begin{bmatrix} 1 & r & s & rs & 0 & 0 \\ 0 & 1 & r & s & rs & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & r & s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \alpha_{14} \\ \vdots \\ \Delta \alpha_{11} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\Delta \hat{\epsilon}_m = P_m \Delta \alpha_m = \begin{bmatrix} 1 & s \\ & 1 & r \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \alpha_{14} \\ \vdots \\ \Delta \alpha_{18} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$$\Delta \hat{\epsilon}_q = P_q \Delta \alpha_q = \begin{bmatrix} 1 \\ & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \alpha_{12} \\ \Delta \alpha_{13} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서 $\Delta \alpha_b$, $\Delta \alpha_m$ 그리고 $\Delta \alpha_q$ 는 다음 식에 의해 정의되는 미지의 변형률 값이다.

$$\Delta \alpha = A^{-1} G \begin{Bmatrix} \Delta \hat{u} \\ \Delta \hat{\varphi} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

QCT에 적용 시, $\Delta \hat{\epsilon}_d = \Delta \varphi_t - (1/2)(\partial \Delta \hat{v} / \partial r - \partial \Delta \hat{u} / \partial s)$ 와 일정한 변형률장이 가정되면, $P_d = 1$ 이다. D_{m33} 은 면내 강성률 행렬 D_m 으로부터 얻어지고, 수치 계산으로 k_t 는 10과 같음을 확인한다.

최종적으로 변위와 선형 변형률의 관계가 성립함으로써 선형 변형률에 의한 탄소성 요소 강성 행렬 K_L 은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} K_L &= T_g \int_A (B_m^T D_m B_m + B_b^T D_b B_b + B_q^T D_q B_q + B_d^T D_{m33} h B_d) dr ds T_g \\ &= T_g \left\{ G_m^T A_m^{-T} \left[\int_{\Omega} P_m^T D_m P_m dr ds \right] A_m^{-1} G_m + \right. \\ &\quad \left. \left\{ G_b^T A_b^{-T} \left[\int_{\Omega} P_b^T D_b P_b dr ds \right] A_b^{-1} G_b + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left[G_q^T A_q^{-T} \left[\int_{\Omega} P_q^T D_q P_q dr ds \right] A_q^{-1} G_q \right] \right\} \right\} T_g^T \left\{ G_d^T A_d \left[\int_{\Omega} P_d P_d dr ds \right] A_d^{-1} G_d \right\} T_g^T \end{aligned} \quad (6)$$

2.1.2 기하강성행렬

기하강성행렬은 다음 식으로부터 얻어진다.

$$\int_{\Omega} (N \delta \Delta \Xi_m + M \delta \Delta \Xi_b + Q \delta \Delta \Xi_q) dr ds \quad (7)$$

식 (7)은 행렬 형태로 쓰여질 수 있으며, QCT가 적용될 수 있다.

$$\int_{\Omega} (N^T \delta \Delta \Xi_m + M^T \delta \Delta \Xi_b + Q^T \delta \Delta \Xi_q) dr ds = \int_{\Omega} \delta \Delta \eta^T F_g \Delta \eta dr ds \quad (8)$$

변형률 벡터 $\Delta\eta$ 와 절점력 행렬 F_g 는 다음과 같다.

$$\Delta\eta = \left[\frac{\partial\Delta\hat{u}}{\partial r} \frac{\partial\Delta\hat{u}}{\partial s} \frac{\partial\Delta\hat{v}}{\partial r} \frac{\partial\Delta\hat{v}}{\partial s} \frac{\partial\Delta\bar{w}}{\partial r} \frac{\partial\Delta\bar{w}}{\partial s} \frac{\partial\Delta\hat{\varphi}_r}{\partial r} \frac{\partial\Delta\varphi_r}{\partial s} \right. \\ \left. \frac{\partial\Delta\hat{\varphi}_s}{\partial r} \frac{\partial\Delta\varphi_s}{\partial s} \frac{\partial\Delta\hat{\varphi}_t}{\partial r} \frac{\partial\Delta\varphi_t}{\partial s} \Delta\hat{\varphi}_r \Delta\varphi_s \Delta\varphi_t \right]^T \quad (9)$$

일정한 변형률장은 비선형 변형률장 성분에 대해서 가정된다.

$$\Delta\eta = P_g \Delta\alpha_g = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \dots & \\ & & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\alpha_{g1} \\ \vdots \\ \Delta\alpha_{g15} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

따라서 결과적인 기하 강성도는 다음과 같다.

$$K_g = T_g \left\{ G_g^T A_g^{-T} \left[\int_{\Omega} P_g^T F_g P_g dr ds \right] A_g^{-1} G_g \right\} T_g^T \quad (11)$$

2.2 내력 벡터

시간과 장소에 따른 구조물의 거동을 제대로 해석하기 위해서는 내력이 올바르게 계산되어야만 한다. 내력 벡터는 다음 식으로부터 얻어질 수 있다.

$$F = \int_{\Omega} (\delta\Delta\hat{e}_b M + \delta\Delta e_m^T N + \delta\Delta e_q^T Q) dr ds \quad (12)$$

그러면 내력벡터는,

$$F = T_g \left\{ G_m^T A_m^{-T} \left[\int_{\Omega} P_m^T D_m P_m dr ds \right] A_m^{-1} G_m \right. \\ \left. + G_b^T A_b^{-T} \left[\int_{\Omega} P_b^T D_b P_b dr ds \right] A_b^{-1} G_b \right. \\ \left. + G_q^T A_q^{-T} \left[\int_{\Omega} P_q^T D_q P_q dr ds \right] A_q^{-1} G_q \right\} T_g^T \begin{Bmatrix} \Delta\hat{U} \\ \Delta\hat{\theta} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

3. 수치 예제

본 연구의 수치예제로서는 여러 하중 조건하에서 크리프 상태에서 쉘 요소를 검증하였다. 비교에 사용된 ACI 코드 및 CEB/FIB이며 다음 예제에서는 XFINAS (2006)의 보 요소와 쉘 요소를 이용하였고, 각 경우에서의 차이점을 살펴보았으며 그 결과를 나타내었다.

그림 2에서 전단 하중 하에서 크리프 해석을 한 경우이며, 보의 경계조건은 한 쪽 단부는 고정단이 되고 다른 단부는 자유단이 된다. 자유단에 가해지는 하중의 크기는 F=1000.0lbs이다. 이 하중은 30일째 되는 날에 재하가 시작되고, 630일째가 되면 제거된다. 2차원 보요소와 쉘 요소를 비교한 결과를 그림 2에 수록하였다.

그림 3, 4, 5에서 세 가지 하중이 현재의 쉘 요소에 가해지는데, 그것은 압축하중, 전단하중, 휨하중이다.

그림 3에서 압축을 받는 판의 경계 조건은 하나의 절점이 힌지이고, 다른 하나는 좌우로의 움직임이 허용하는 로울러로 하였다. 그리고 모든 면의 변형은 발생되지 않는다. 요소는 30일에서 630일까지 $P=1.0e6$ lbs의 압축 하중을 받는다. 이 기간 동안 요소는 일정한 응력과 크리프 변형률을 받게 된다. 630일째 되는 날에 하중은 제거되고, 회복이 시작된다. ACI 코드와 CEB 코드를 비교하였다.

그림 4에서 전단의 경우도 마찬가지로, 압축의 경우와 같이 하나의 절점이 힌지이고 다른 하나는 좌우로의 움직임이 허용된다. 면의 변형은 발생되지 않는다. 전단 하중은 $P=2.0e6$ lbs이고, 30일부터 630일까지 재하된다. ACI 코드와 CEB 코드를 비교하였다.

그림 5에서 휨의 경우는, 두 개의 절점이 고정되고 두 개의 절점이 자유단이 된다. 수직하중 $P=15000$ lbs는 마찬가지로 30일에서 630일까지 재하되고 그 후 제거된다. 30일째에 가해지는 하중 때문에 발생하는 즉시 탄성 변위는 CEB모델의 더 큰 탄성계수에 의하여 ACI모델에서 더 큰 변위를 가지게 된다. 크리프 모델에 대한 변위 기록을 보면, CEB모델의 시간에 따른 크리프 변형률이 더 가파르기 때문에 이 모델의 변위가 ACI 모델의 변위보다 더 크다. 하중이 제거되고 난 뒤, ACI모델은 더 작은 크리프 변형률과 더 낮은 탄성계수 때문에 초기 회복이 빨라진다. 그러나 CEB모델의 총 장기 회복은 가파른 기울기 때문에 더 커지게 된다. 애기 한 대로, 회복 불능의 변형은 하중 제거 후에 나타난다.

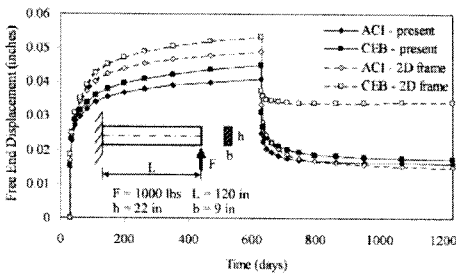


그림 2. 전단하중하에서 보의 크리프

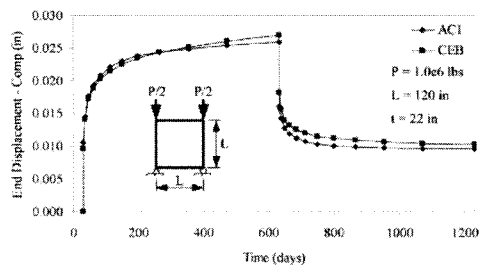


그림 3. 면내 압축하중 하에서 셀 요소의 크리프

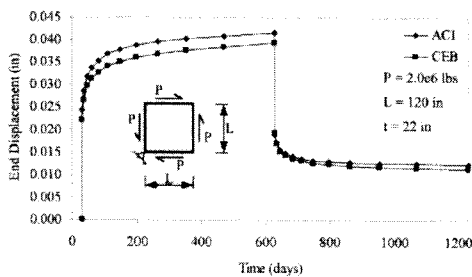


그림 4. 면내 전단하중 하에서 셀의 크리프

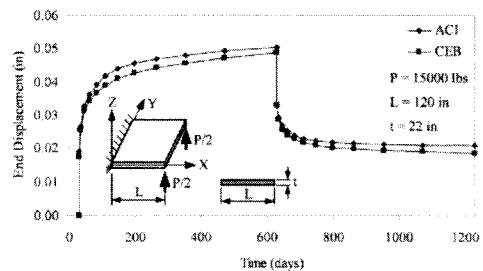


그림 5. 휨 하중하에서 셀의 크리프

4. 결론

기존의 프레임 요소를 이용한 PSC 박스 교량의 시공단계 설계는 교량 전체 구조를 단순한 뼈대 요소로

정하여 해석하므로 텐던량의 산출시 횡방향 텐던을 고려 할 수 없고 또한 곡선교의 경우 외측 및 내측에서 각각 다른 텐던 긴장력을 고려할 수 없는 단점이 있다. 3차원 해석에 의한 PSC 교량의 시공중 해석을 위하여 PSC 셸 요소를 개발하였다. 시공중 해석에 필요한 PSC 셸 요소의 크리프 현상을 ACI 코드 및 CEB/FIF 코드를 비교한 결과를 수록하였다. 그 결과 셸 요소도 충분한 정확도를 가진 것으로 평가되었다. 향후 이 요소를 이용하여 PSC 교량의 3차원 시공중 해석에 적용하고자 한다. 3차원 요소를 사용하여 전체 구조계 해석을 수행하므로 별도의 횡방향 모델이 필요 없으며 종·횡방향의 복합적 거동을 동시에 고려하므로 구조물의 시공단계별 정확한 거동을 파악할 수 있다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부 한국건설기술평가원의 건설핵심기술연구개발사업(06건설핵심D05) 지원에 의하여 이루어졌으며, 저자들은 이에 감사를 드립니다.

참고문헌

- 윤영수, 이만섭, 최한태 (1998) FCM 공법으로 시공중인 PS콘크리트 박스거더 교량의 크리프 및 건조수축에 관한 실험적 연구, 대한토목학회 정기학술대회 논문집
- 이계호, 최정호, 신현복 (1994) 시공단계를 고려한 프리스트레스트 콘크리트 교량의 해석 및 설계에 관한 연구, 대한토목학회 정기학술대회 논문집
- 이재석, 강영진 (1992) PC 사장교의 시공단계를 고려한 해석, 대한토목학회 정기학술대회 논문집
- 이재석, 최규천 (2007) 순차적으로 시공되는 곡선 PSC 사장교의 비선형 해석, 대한토목학회 정기학술대회 논문집, 27(1A), pp.45~57
- B.H. Oh & S.J. Jeon (2005) An advanced FE analysis of PSC shell structures incorporating tendon-induced deformation-dependent loads Finite Elements in Analysis and Design, 41, pp.834 - 849
- K.D. Kim, G.R. Lomboy and G.Z.Voyiadjis (2003) A 4-Node Assumed Strain Quasi-Conforming Shell Element with 6 D.O.F., *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58(14), pp.2177~2200
- K.D. Kim, G.R. Lomboy and S.C. Han. (2003) A Co-rotational 8-Node Assumed Strain Shell Element for Postbuckling Analysis of Laminated Composite Plates and Shells, *Computational Mechanics*, 30(4), pp.330~342.
- K.D. Kim, G.R. Lomboy, Y.J. Byun and J.H. Choi (2004) Nonlinear Structural /Mechanical dynamic analysis using XFINAS with GiD, *Gid Conference, Spain, Barcelona*, pp.171~175 www.xfinas.com, 건국대학교 2006