

구속조건의 가용성을 보장하는 신경망기반 근사최적설계

BPN Based Approximate Optimization for Constraint Feasibility

이 중 수* · 정 회 석** · 광 노 성**
Lee, Jongsoo · Jeong, Heeseok · Kwak, No-Sung

ABSTRACT

Given a number of training data, a traditional BPN is normally trained by minimizing the absolute difference between target outputs and approximate outputs. When BPN is used as a meta-model for inequality constraint function, approximate optimal solutions are sometimes actually infeasible in a case where they are active at the constraint boundary. The paper describes the development of the efficient BPN based meta-model that enhances the constraint feasibility of approximate optimal solution. The modified BPN based meta-model is obtained by including the decision condition between lower/upper bounds of a constraint and an approximate value. The proposed approach is verified through a simple mathematical function and a ten-bar planar truss problem.

Keywords: Back-propagation neural network, constraint feasibility, approximate optimization.

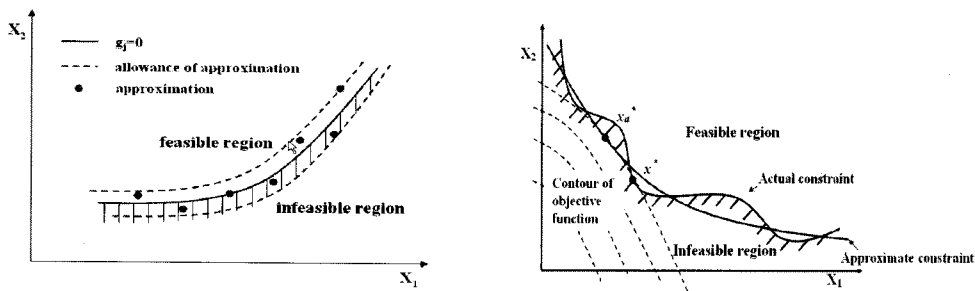
1. 서 론

전역적 최적화 방법 중에 하나인 유전알고리즘은 미분의 과정 없이 최적 해를 탐색하는 능력을 가지고 있으나, 설계해가 집단을 이루며 진화과정을 거치므로 그 결과, 수많은 함수 계산을 수반해야 하는 단점을 가지고 있으므로 이에 적합한 전역적 근사모델을 통해 최적 해를 얻어야 한다. 이때 대표적으로 사용하는 전역적 근사화 방법으로 신경망을 이용하는데 이 경우, 주어진 훈련데이터들을 이용하여 실제 데이터의 출력 값과 신경망을 통해 얻어진 근사 출력값과의 차이가 최소화가 되도록 신경망을 구성하는 은닉층(hidden layer)의 개수, 노드(node)수의 개수 및 노드사이를 연결하는 연결가중치(interconnection weight) 등을 최적화하게 된다(Lee et al., 1996). 이러한 전통적인 방법에 의한 신경망 근사화 결과는 실제데이터 값과 근사 값과의 차이만을 최소화하므로 예측되는 근사 값은 주어진 수렴범위 내에서 실제 값보다 큰 값을 갖거나 작은 값을 갖게 된다. 그 결과, 근사모델에 의한 최적해가 구속조건을 활성화(active) 시키는 값에서 최적 해를 얻게 되는 경우, 이에 해당하는 실질적인 설계 해는 실제 구속조건을 만족하기도 하고 만족하지 않을 수도 있는 문제가 발생한다. 그림 1은 이러한 최악적인 상황을 나타내고 있다. 최적설계과정에서 근사모델을 사용하는 목적은 수많은 함수 호출을 줄이고 정확한 설계 해를 탐색하는 것인데, 근사모델에 의한 최종적인 설계 해가 실질적으로 구속조건을 만족하지 않는다면 근사최적설계기법에 대한 사용취지가 퇴색하게 된다.

* 연세대학교 기계공학부 교수 E-mail: jleej@yonsei.ac.kr

** 연세대학교 기계공학부 대학원

이에 본 연구에서는 신경망에 의한 근사모형을 구성하는 경우, 최종적인 근사최적해가 항상 실제의 구속조건을 만족할 수 있도록 기존의 전통적인 신경망모델의 수식화 과정을 개선하고자 한다. 목적함수에 대한 근사화는 주어진 함수모델의 정확도 범위 내에서 최대화 또는 최소화할 수 있다. 그러나 구속함수에 대해서는, 특히 공학적 문제에서 자주 적용하는 비등식(inequality)의 구속함수에 대해서는 대부분의 최적설계 해가 활성화 되므로 구속조건의 경계인 하한 값(lower bound)과 상한 값(upper bound)에서 주의 깊게 근사화 모형을 구성해야 한다. 즉, 근사화 과정을 통해 얻어진 근사최적해가 항상 구속조건을 만족할 수 있도록 개선된 근사화 모형을 위한 수식화 과정이 필요하다. 본 연구에서는 구속조건의 가용성을 보장할 수 있는 개선된 신경망모델의 근사화 과정을 제안하고 이를 바탕으로 간단한 구조설계문제에 적용함으로써 연구방법의 타당성을 제시하고자 한다.



(a) Some of approximate designs would be actually infeasible, not active. (b) An approximate optimal design x_d^* is actually infeasible.

그림 1 Constraint violation of approximate optimum

2. 수식화 과정

최적설계의 설계변수의 개수 만큼의 노드로 구성된 입력 층과 한 개의 은닉 층 및 출력 층으로 구성된 오류역전파 신경회로망(back-propagation neural network)을 고려한다. 전통적인 방법에 의한 신경망 근사화 모델링은 다음의 식 (1)과 같이 표현된다.

$$\text{Minimize } E = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L (t_l - n_l(w_{ji}, w_{kj}, b_j, b_k))^2 \quad (1)$$

이때, t_l 및 n_l 은 각각 실제 출력데이터 값과 신경망으로 구해진 근사출력 값이며, L 은 훈련데이터의 개수이다. 또한, 신경망으로부터 얻어지는 근사출력 값은 노드사이의 연결가중치인 w_{ji} 및 w_{kj} 와 각각의 상수항인 b_j, b_k 의 함수로 표현된다. 앞서 서론에서 서술한 바와 같이 위의 수식은 실제 값과 근사 값의 차이만을 최소화하고 그들 간의 차이에 대한 크기 즉, 양의 값 또는 음의 값에 대한 결과는 고려하지 않으므로 구속조건의 하한 값 또는 상한 값에 따라 활성화된 설계해의 구분을 위해 경우에 따라 실제 출력 값이 근사출력 값보다 항상 크거나 또는 항상 작아야 하는 조건을 고려해야 한다. 다음과 같은 일반적인 구속조건의 관계를 고려한다.

$$p^{lower} \leq g \leq p^{upper} \quad (2)$$

식 (2)에 대하여 본 연구에서 제안하는 구속조건을 보장하는 개선된 신경망 근사화 수식은 다음과 같다.

$$\text{Find } w_{ji}, w_{kj}, b_j, b_k \quad \text{Minimize } \frac{1}{2} \sum_{l=1}^L (t_l - n_l)^2 \quad (3)$$

$$\text{subject to } t_l - n_l \leq 0 \quad \text{for } t_l \geq p^{upper} \quad (4)$$

$$t_l - n_l \geq 0 \quad \text{for } t_l \leq p^{lower} \quad (5)$$

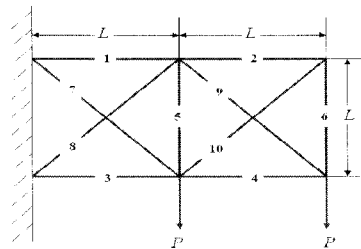
즉, 제안하는 방법은 기존의 식 (1) 또는 식 (3)에 구속조건을 하한 값 및 상한 값의 범위에 따라 각각, 식 (4)와 식 (5)를 추가한 형태이다. 만일, 구속조건을 상한 값 근방에서 근사화를 하는 경우에는 식 (4)에 따라 훈련데이터의 실제출력 값이 상한 값보다 큰 경우에는 실제 값을 근사 값보다 작게 만들어 준다. 최적 해는 상한 값 이내에서 탐색하게 되므로 상한 값 근방에서는 근사 출력 값을 더 크게 조절함으로써 선택되는 근사 최적 해가 구속조건에 의해 활성화가 되더라도 이에 해당하는 실제 출력 값은 근사 값보다 작거나 같으므로 구속조건 내에서 만족하게 되며 가용성이 보장된 결과를 얻을 수 있다. 위의 수식화 과정은 근사 값의 차이를 줄이는 동시에 그 차이의 존재를 항상 가용범위 내에서만 허용하도록 하는 방법이며 오차 최소화만을 위한 최적화문제가므로 식 (4) 및 식 (5)를 고려하기 위해 외부벌칙함수 방법(exterior penalty function method)을 사용하였다(Lee, et al., 2007).

3. 적용 예제

다음 그림 2와 같이 간단한 10-부재 트러스문제를 고려한다(Haftka, et al., 1993).

$$\text{Minimize } W(x_i) \quad \text{subject to } \sigma_j \leq p^{upper}, x_i^{lower} \leq x_i \leq x_i^{upper}$$

본 문제는 각 부재에 걸리는 응력에 대한 상한 값만을 갖도록 구성하였으며, 60개의 훈련데이터를 이용하여 식 (3) 및 식 (4)에 적용하였다. 또한 일반화 테스트(generalization)는 5개의 새로운 데이터를 사용하였으며, σ_1 및 σ_7 에 대한 결과를 표 1 및 표 2에 정리하였다.



$L = 360 \text{ m}, P = 100 \text{ Kips}$

그림 2 Ten-bar planar truss

표 1 Generalization of ten-bar truss for σ_1

σ_1 (kpsi)	BPN (kpsi)	error (%)	new BPN (kpsi)	error (%)
40.06	40.03	0.07	40.09	-0.08
35.34	35.41	0.02	35.41	-0.18
34.86	34.67	0.55	34.98	-0.34
39.65	39.72	-0.17	39.63	0.04
33.87	33.95	-0.24	33.88	-0.02

표 2 Generalization of ten-bar truss for σ_7

σ_7 (kpsi)	BPN (kpsi)	error (%)	new BPN (kpsi)	error (%)
35.25	35.21	0.11	35.37	-0.35
29.06	29.05	0.03	29.15	-0.31
29.53	29.47	0.20	29.51	0.41
35.98	36.09	-0.31	35.96	0.06
30.79	30.78	0.03	30.97	-0.57

표 1 및 표 2에서 살펴보면 예상할 수 있듯이 기존의 신경망근사화 결과는 그 오차값에 있어서 양의값 또는 음의 값을 모두 보여준다. 본 연구에서 제안한 방법에 의한 결과는 상한값에 대한 근사화 모델링이므로 대부분의 결과가 식 (4)의 조건에 따라 음의 값을 나타낸다. 표 1의 오차결과 값인 0.04%와 표 2의 0.06%은 양의 값이지만 거의 0에 가까운 값이므로 이는 실제 응력 값에 가깝게 근사화 하였다고 볼 수 있다. 그러나 표 1의 오차 값인 0.41%는 비교적 큰 오차를 갖는 양의 값이므로 적절히 근사화가 수행되었다고 볼 수 없다. 그 이유는 가용성을 보장하는 식 (4)의 적용이 훈련데이터의 학습과정에만 적용되고 이를 일반화테스트 과정에는 사용하지 않았기 때문이다.

4. 결론

본 연구에서 제안하는 가용성을 보장하는 신경망의 근사화 모델링을 통해 더욱 개선되고 근사 설계해가 구속조건을 만족하는 범위 내에서 탐색할 수 있는 바탕으로 마련하였다. 특히 공학적 문제에서 자주 적용하는 비등식의 구속함수에 대해서는 대부분의 최적설계 해가 활성화 되므로 구속조건의 경계인 하한 값과 상한 값에서 주의 깊게 근사화 모델을 구성해야 한다. 즉, 근사화 과정을 통해 얻어진 근사최적해가 항상 구속조건을 만족할 수 있도록 개선된 근사화 모델을 위한 수식화 과정을 연구하였다. 본 연구에서는 구속조건의 가용성을 보장할 수 있는 개선된 신경망모델의 근사화 과정을 제안하고 이를 바탕으로 간단한 구조설계문제에 적용함으로써 연구방법의 타당성을 제시하였다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단지정 최적설계기술연구센터의 연구비 지원으로 이루어졌습니다.

참고문헌

- Haftka, R.T., Gurdal, Z.(1993) Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.
- Lee, J., Hajela, P.(1996) Parallel Genetic Algorithm Implementation in Multidisciplinary Rotor Blade Design, *Journal of Aircraft*, 33(5), pp.962~969.
- Lee, J., Jeong, H., Choi, H.-H., Volovoi, V., Mavris, D.(2007) An Enhancement of Constraint Feasibility in BPN Based Approximate Optimization, *Computer Method of Applied Mechanics and Engineering*, 196(Issues 17~20), pp.2147~2160.