

LMS를 이용한 헤테로다인 레이저 간섭계 비선형성 보정

정필중, 이우람, 유관호
성균관대학교, 정보통신공학부

Nonlinearity Compensation of Heterodyne laser interferometer based on LMS

Piljoong Jeong, Wooram Lee, Kwanho You
Sungkyunkwan University, School of Information and Communication Engineering

Abstract - In this paper we introduce a compensation of nonlinearity Heterodyne laser interferometer. The Laser Interferometer is used for length measurement in various industries. However, it has nonlinearity error caused by the imperfect optical equipment. This acts as an obstacle in the measurement improvement. We propose an adaptive error compensation using least mean square(LMS) to improve precision.

1. 서 론

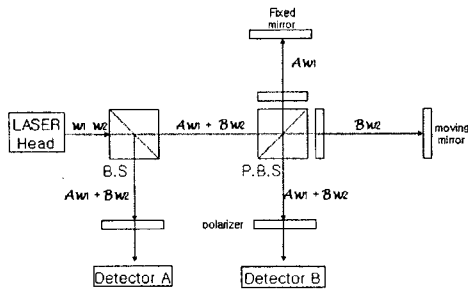
헤테로다인 레이저 간섭계는 직교 편광되는 서로 다른 주파수(w_1, w_2)를 가진 두 광원을 이용하여 길이(L)를 측정하는 장치이다. 반도체 산업과 같이 고도의 정확성이 요구되는 나노급의 위치측정에 사용된다.[1] 하지만 편광분리기에서 발생하는 주파수 혼합에 의한 비선형성으로 인하여 정밀도가 낮아지게 되고 문제가 생긴다. 따라서 정밀도를 높이기 위하여 에러를 보정하는 과정이 필요하다.[2][3] 현재까지 많은 연구가 수행되어 왔으며, 대표적인 방법으로는 Least Square, 신경망회로(Neural Network) 등이 보정방법으로 제안되었다.[3][8]

본 논문에서는 헤테로다인 레이저 간섭계에 존재하는 비선형성을 보정하는 방법을 소개한다. 보정방법으로는 최소평균자승법(Lest mean square(LMS))을 기반으로 둔 적응성오류보정(Adaptive error compensation)을 이용한다.[4][5] 이 알고리즘을 통하여 최종 보정된 값을 구함으로써 비선형 오차를 최소화 할 수 있다.

2. 본 론

2.1 선형 헤테로다인 레이저 간섭계

헤테로다인 레이저 간섭계의 구성은 그림과 같다. 레이저에서 나온 빛은 분광기(Beam Splitter)와 편광분리기(Polarization Beam Splitter)를 통과하고 검출기 A, B에서 위상차를 측정한다. 그런 후에 위상정보를 바탕으로 길이를 구하게 된다.



〈그림 1〉 선형 헤테로다인 레이저 간섭계 구성

검출기 A, B에서 전기장은

$$\begin{aligned} E_{A1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} A e^{j(w_1 t + \phi_A)} & E_{A2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} B e^{j(w_2 t + \phi_B)} \\ E_{B1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} A e^{j(w_1 t + \phi_A)} & E_{B2} &= \frac{1}{\sqrt{2}} B e^{j(w_2 t + \phi_B + \Delta\phi)} \end{aligned} \quad (1)$$

와 같이 표현할 수 있다. 여기서 A와 B는 진폭, ϕ_A, ϕ_B 는 초기 위상 값이고 $\Delta\phi$ 는 위상차이다.

검출기 A, B에서 입력 신호의 세기(intensity)는

$$\begin{aligned} I_r &= (E_{A1} + E_{A2})(E_{A1} + E_{A2})^* = \frac{1}{2}(A^2 + B^2) + AB \cos[\Delta w t + (\phi_B - \phi_A)] \\ I_m &= (E_{B1} + E_{B2})(E_{B1} + E_{B2})^* \\ &= \frac{1}{2}(A^2 + B^2) + AB \cos[\Delta w t + (\phi_B - \phi_A) - \Delta\phi] \end{aligned} \quad (2)$$

이다. 여기서 Δw 는 w_1 와 w_2 의 차이이다.

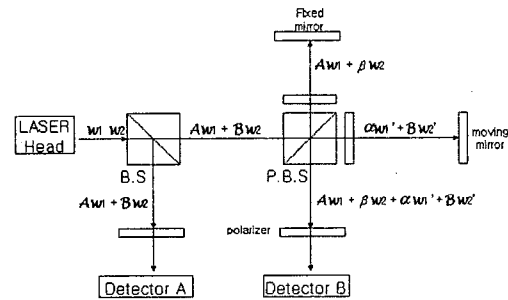
도플러 효과를 고려하여 식을 구하면 다음과 같다.

$$\Delta\phi = \frac{4\pi n \Delta L}{\lambda} \quad (3)$$

여기서 λ 는 w_1 와 w_2 사이의 파장 길이, n은 굴절률(refractive index)이고 ΔL 은 이동경로의 차이이다.

2.2 비선형 헤테로다인 레이저 간섭계

편광분리기(P.B.S.)의 주파수 혼합으로 비선형성이 발생하여 $\alpha w_1', \beta w_2$ 와 같은 변수가 생긴다.



〈그림 2〉 비선형 헤테로다인 레이저 간섭계 구성

검출기 A에서는 선형 헤테로다인 레이저 간섭계와 동일하다. 검출기 B에서 측정된 전기장은

$$E_{B1} = A e^{j(w_1 t + \phi_A)} + \beta e^{j(w_2 t + \phi_B)} \quad E_{B2} = B e^{j(w_2 t + \phi_B)} + \alpha e^{j(w_1 t + \phi_A)} \quad (4)$$

이고, 빛의 강도(Intensity)를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_m &\approx (E_{B1} + E_{B2})(E_{B1} + E_{B2})^* \\ &= \frac{1}{2}(A^2 + B^2 + \alpha^2 + \beta^2) + AB \cos[(\Delta w + \psi)t + (\phi_B - \phi_A)] \\ &\quad + A\beta \cos[\Delta w t + (\phi_B - \phi_A)] + B\alpha \cos[\Delta w t + (\phi_B - \phi_A)] \\ &\quad + A\alpha \cos[\psi t + (\phi_A - \phi_A)] + B\beta \cos[\psi t + (\phi_B - \phi_B)] \\ &\quad + \alpha\beta \cos[(\Delta w - \psi)t + (\phi_B - \phi_A)] \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 w_1', w_2' 는 도플러효과에 의한 주파수이고 ψ 는 $w_2' - w_2 = w_1' - w_1$ 이다.

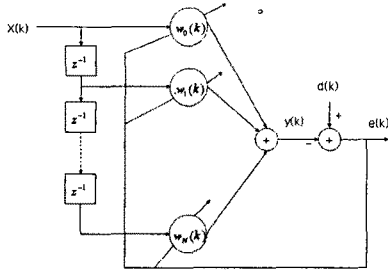
DC 성분을 제거하고 위상성분을 구하기 위해 식(2)의 I_r 과 식(5)의 I_m 을 lock-in-amplifier에 통과한다. I_x 는 I_r 과 I_m 을 곱한 후 Low pass filter를 통과시키고 I_y 는 I_r 을 90도 위상천이한 값을 I_m 과 곱한 후 Low pass filter를 통과시킨다. 결과값은

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{AB + \alpha\beta}{2} \cos\psi + \frac{A\beta + \alpha B}{2} \\ I_y &= \frac{AB - \alpha\beta}{2} \sin\psi \end{aligned} \quad (6)$$

이 된다. 여기서 α 와 β 는 비선형성으로 나타난 요소이고 0일 때 이상적인 값이 된다.

2.3 Least Mean Square(LMS) 알고리즘

LMS은 Wiener filter와 Steepest-descent에 기본으로 둔 알고리즘이다. Wiener filter는 FIR(Finite Impulse Response) 적응필터이며 기본적인 구성은 다음과 같다.



<그림 3> FIR 적응필터 구성

$y(k)$ 은 입력 $X(k)$ 에 $W(k)$ (weight)를 곱하여 합산한 값이다.

$$y(k) = \sum_{i=0}^N w_i(k)x(k-i) = W^T(k)X(k) \quad (7)$$

여기서 $X(k) = [x(k) \ x(k-1) \ \dots \ x(k-N)]^T$,
 $W(k) = [w_0(k) \ w_1(k-1) \ \dots \ w_N(k-N)]^T$ 이다.

MSE(mean-square error) 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\xi(k) = E[e^2(k)] = E[(d(k) - y(k))^2] = E[d^2(k) - 2d(k)y(k) + y^2(k)] \quad (8)$$

(7) 식을 (8) 식에 대입하여 풀면

$$\xi(k) = E[d^2(k) - 2d(k)W^T(k)X(k) + W^T(k)X(k)X^T(k)W(k)] \quad (9)$$

필터의 계수 W 가 고정되어 있다면

$$\xi = E[d^2(k)] - 2W^T E[d(k)X(k)] + W^T E[X(k)X^T(k)]W = E[d^2(k)] - 2W^T P + W^T R W \quad (10)$$

이 된다. 여기서 $P = E[d(k)X(k)]$, $R = E[X(k)X^T(k)]$ 이다.

MSE함수의 최소값을 찾기 위해 gradient를 적용한다.

$$g_w = \frac{\partial \xi}{\partial w} = \left[\frac{\partial \xi}{\partial w_0} \ \frac{\partial \xi}{\partial w_1} \ \dots \ \frac{\partial \xi}{\partial w_N} \right]^T = -2P + 2RW \quad (11)$$

R , P 의 추정(estimate) 값 \hat{R} , \hat{P} 이 이용가능하면 steepest-descent-based 알고리즘을 사용하고 식(11)을 대입한다.

$$W(k+1) = W(k) - \mu \hat{g}_w(k) = W(k) + 2\mu(\hat{P}(k) - \hat{R}(k)W(k)) \quad (12)$$

그리고 \hat{R} , \hat{P} 은 아래와 같다.

$$\hat{R}(k) = X(k)X^T(k) \quad (13)$$

$$\hat{P}(k) = d(k)X(k)$$

Gradient estimate를 구해보면

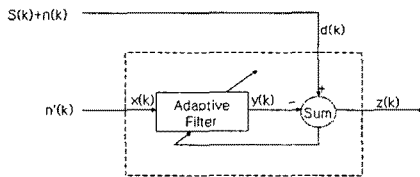
$$\hat{g}_w(k) = -2d(k)X(k) + 2X(k)X^T(k)W(k) = -2X(k)(d(k) - X^T(k)W(k)) = -2e(k)X(k) \quad (14)$$

이다. 따라서 제공된 에러의 평균값이 최소가 되는 방정식은

$$W(k+1) = W(k) + 2\mu e(k)X(k) \quad (15)$$

가 된다. μ 는 수렴하는 범위 내에서 선택한다.

2.4 Adaptive Error Compensation을 이용한 보정



<그림 4> Adaptive Error Compensation

Adaptive error compensation을 살펴보면 두 개의 입력이 들어간다. 입력 중 하나는 잡음에 의해 왜곡된 신호 ($s(k) + n(k)$, 주 입력)이고 다른 하나는 신호가 들어가 있지 않은 기준잡음($n'(k)$)이다. 기준 잡음 $n'(k)$ 는 적응필터를 거쳐 $y(k)$ 가 되고 $n(k)$ 에 가까워진다. 시스템 출력 $z(k) = s(k) + n(k) - y(k)$ 는 잡음이 제거된 신호가 된다.

$s(k)$ 가 $n(k)$ 와 $n'(k)$ 에 대하여 상관관계가 없고, $n(k)$ 은 $n'(k)$ 와 상관관계가 존재한다면, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E[z^2(k)] = E[s^2(k)] + E[(n(k) - y(k))^2] \quad (16)$$

$E[z^2(k)]$ 값이 최소가 되도록 필터는 보정되면서 $E[(n(k) - y(k))^2]$ 역시 최소가 된다. 따라서 시스템 출력 $z(k)$ 는 적응필터에 의해 에러가 줄어든다. 몇몇 알고리즘이 적응필터에 사용되고 여기서는 LMS를 이용하였다. 식(3)을 다시 정리하면

$$I_x = \frac{AB}{2} \cos \Phi + \left(\frac{\alpha\beta}{2} \cos \Phi + \frac{A\beta + \alpha B}{2} \right) = S_x + n_x$$

$$I_y = \frac{AB}{2} \sin \Phi + \left(-\frac{\alpha\beta}{2} \sin \Phi \right) = S_y + n_y \quad (17)$$

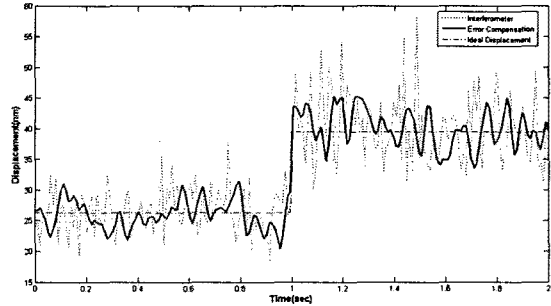
이 된다. I_x 와 I_y 에는 원하는 신호와 잡음이 들어 있다. I_x 와 I_y 를 주입력으로 잡는다. 그리고 $n(k)$ '에 평균값이 0인 잡음을 넣어주게 된다. 출력 $z(k)$ 에서는 잡음이 제거되어 보정된 신호 \tilde{I}_x 와 \tilde{I}_y 가 나오게 되어

$$\tilde{\Phi} = \tan^{-1} \left(\frac{\tilde{I}_y}{\tilde{I}_x} \right) \quad (18)$$

위상을 구한다. 마지막으로 식(3)을 이용하여 길이를 구한다.

3. 모의실험결과

이 장에서는 모의실험을 통해 제안된 보정 알고리즘의 효과를 증명한다. 진폭A와 B는 10, 파장은 632nm, 굴절률n은 1, 그리고 위상은 $\pi/6$ 와 $\pi/4$ 로 고정하고 길이를 측정하였다. 점선은 보정전의 길이, 굵은 선은 보정후의 길이를 각각 나타낸다.



<그림 5>보정 전 후의 측정 결과값 비교

실험 결과에서 볼 수 있듯이 측정된 길이는 비선형 잡음이 발생하여 결과 값이 위 아래로 크게 흔들리는 것에 반하여 보정된 길이는 다소 안정적으로 진폭이 적은 것을 확인 할 수 있다.

4. 결 론

헤테로다인 레이저 간섭계에서의 비선형성은 길이측정의 정확성을 떨어뜨린다. 본 논문에서 LMS을 이용한 보정방법을 제안하였다. 실험을 통하여 소개된 알고리즘의 성능을 평가하였으며, 실험결과로부터 간섭계의 비선형성 오차를 줄이는데 효과가 있음을 확인하였다.

감사의 글

본 논문은 2006년 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성 사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2006-003-D00184)

[참 고 문 헌]

- [1] Cosijns, Suzanne, "Displacement laser interferometry with sub-nanometer uncertainty", Eindhoven, ISBN 90-386-2656-8, pp. 1-9, 2004
- [2] C.M. Wu, C.S. Su, "Nonlinearity in measurements of length by optical interferometry", Meas. Sci. Technol, 8, pp. 62-68, 1996
- [3] M.S. Hong, J.W. Jeon, K.H. Park, and K.H. You, "Adaptive nonlinearity compensation of heterodyne laser interferometer", LNAI, 4254, pp. 545-552, 2006
- [4] P.S. Ramirez, "Adaptive filtering", Kluwer Academic, 2nd edition, pp. 38-82, 2002
- [5] S. Haykin, "Adaptive Filter Theory", Prentice Hall, 3rd edition, pp. 19-3-444, 1996
- [6] B. Widrow, R.C. Goodlin, "Adaptive Noise Cancelling", IEEE, 63, pp. 1692-1716, 1975
- [7] E. Hecht, "Optics", Addison Wesley, 4th edition, pp. 10-86, 2002
- [8] G.H. Heo, W.R. Lee, and K.H. You, "Adaptive nonlinearity compensation in laser interferometer using neural network", ICS, pp.86-88, 2007