

WLS를 이용한 헤테로다인 레이저 간섭계에서의 비선형 오차 보정

차형석, 이우람, 유관호  
성균관대학교, 정보통신공학부

Nonlinearity Error Compensation in Heterodyne Laser Interferometer using WLS Method

Hyungseok Cha, Wooram Lee, Kwanho You  
Sungkyunkwan University, School of Information and Communication Engineering

**Abstract** - In heterodyne laser interferometer, we use a phase difference between two beams to calculate target's length. However, there exist a nonlinearity error when measuring length in nanoscale. It is caused from frequency-mixed problem of two polarized beams, called cross talks. This fact limits the usefulness of an laser interferometer. To compensate the error, we propose a WLS(weighted least square) algorithm, which will reduce nonlinearity error and make a better optimization in heterodyne laser interferometer.

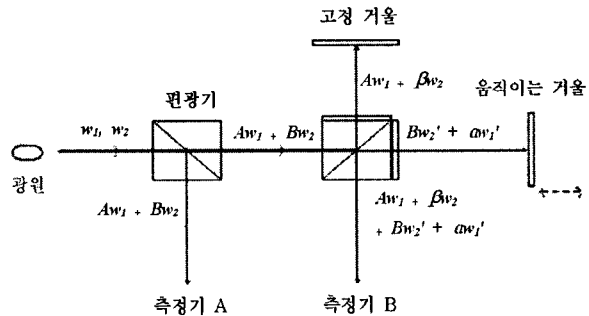
1. 서 론

레이저의 간섭현상을 이용하여 측정하는 방법은 길이나 변위, 표면 형상이나 거칠기를 측정하거나 광학 부품의 검사에도 널리 사용된다. 그중 길이 측정 방법이 가장 일반적이다. 이렇게 간섭을 이용하는 것은 측정에 있어서 빛의 파장을 단위로 하여 이루어진다는 장점이 있다. 레이저 간섭계에 쓰이는 광원은 633 나노미터 파장의 주파수 안정화 He-Ne 레이저를 이용한다. 길이 측정 시 나노미터 단위에서는 여러 가지 요소에 의해 오차가 나타난다. 이러한 요소들은 여러 가지가 있을 수 있는데, 크게 레이저 광원 자체의 문제와 헤테로다인 레이저 간섭계 구성 기구들의 정밀도에 의한 것이 있다. He-Ne 633 나노미터 광원이 얼마나 안정적으로 공급될 수 있는가에 의해서 측정에 있어서의 오차가 좌우된다. 그리고 편광기나 거울에서 표면의 매끈함이나 기타 구성에 있어서의 정밀도도 크게 작용한다. 레이저 간섭계에서의 오차를 보정하는 방법에는 여러 가지가 있다. 외부 광학기를 이용한 길이 측정 및 오차 분석, 적외선 영역의 광원을 사용하여 간섭무늬를 얻은 뒤 이를 Fast Fourier Transform(FFT)을 통한 FIR 분광 분석, 그리고 Edlen의 식으로부터 온도에 따른 파장변화에 의한 변위의 측정 오차를 계산하여 보정하는 방법 등이 제안되었다 [1][2][3]. 그리고 길이 측정을 할 때 오차를 효율적으로 보상하는 Recursive Least Square(RLS) 알고리즘에 의한 방법도 있다 [4]. 본 논문에서는 가중치 최소 자승법(Weighted Least Square: WLS)을 사용하여, 비선형성을 보정하는 알고리즘을 제안한다.

2. 본 론

2.1 헤테로다인 레이저 간섭계

우리는 두 광원의 맥놀이 주파수 사이의 위상 차이를 측정하여 목표물의 거리를 측정하는 헤테로다인 레이저 간섭계를 사용하였다. 이 때, 기준 신호는 정전용량 센서로부터 제공되는 신호를 사용한다. <그림 1>은 주파수 혼합이 일어남으로 인해 생기는 비선형 성분들을 포함한 헤테로다인 레이저 간섭계를 나타낸 것이다.



<그림 1> 주파수 혼합을 포함한 헤테로다인 레이저 간섭계

<그림 1>에서 보면 각각  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ 의 주파수를 가지는 광원이 편광기에 의해 나뉘지는데,  $\alpha\omega_1'$ ,  $\beta\omega_2'$ 라는 성분이 섞여서 들어온다. 이는 두 광원의 주파수 혼합에 의해 생긴 오차 부분이고, 이 때 측정기 B에서의 전기장

의 세기는 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} E_{B1} &= A e^{j(\omega_1 t + \phi_A)} + \beta e^{j(\omega_2 t + \phi_B)} \\ E_{B2} &= A e^{j(\omega_2 t + \phi_B)} + \alpha e^{j(\omega_1 t + \phi_A)} \end{aligned} \quad (1)$$

이 때  $\omega_1'$ ,  $\omega_2'$ 는 각각  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  주파수의 도플러 효과를 표시한 것이다. 헤테로다인 레이저 간섭계는 거리 측정 시 목표물의 이동에 따른 도플러 효과(Doppler Effect)에 따른 주파수의 변화로 계산할 수 있기 때문에 위의 식에 넣어서 계산되어진다. 측정기 B에서 측정되는 신호의 세기를  $E_{B1}$ ,  $E_{B2}$ 를 이용해서 구하면,

$$\begin{aligned} I_m &\propto (E_{B1} + E_{B2})(E_{B1} + E_{B2})^* \\ &= \frac{1}{2} (A^2 + B^2 + \alpha^2 + \beta^2) + AB \cos [(\Delta\omega + \Psi)t + (\Phi_B - \Phi_A)] \\ &\quad + A\beta \cos [\Delta\omega t + (\Phi_B - \Phi_A)] + B\alpha \cos [\Delta\omega t + (\Phi_B - \Phi_A)] \\ &\quad + A\alpha \cos [\Psi t + (\Phi_A - \Phi_A)] + B\beta \cos [\Psi t + (\Phi_B - \Phi_B)] \\ &\quad + \alpha\beta \cos [(\Delta\omega - \Psi)t + (\Phi_B - \Phi_A)] \end{aligned} \quad (2)$$

가 된다.

여기에서 high pass filter를 사용해서  $I_m$ 의 DC 성분들을 분리해 내면,

$$I_m \propto A\alpha \cos(\Delta\omega t + \Phi) + \frac{A\beta + B\alpha}{AB} \cos(\Delta\omega t) + \frac{\alpha\beta}{AB} \cos(\Delta\omega t - \Phi) \quad (3)$$

이 되고, 2, 3번째 성분은  $\alpha\omega_1'$ ,  $\beta\omega_2'$ 가 들어간 비선형 부분이다.

90도 지연시킨  $I_x$ 를  $I_m$ 과 곱해서 low pass filter를 통과시키면  $I_x$ ,  $I_y$ 를 분리해 낼 수 있다. 분리된 각각의 식은 비선형성을 포함하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{I}_x &= \frac{AB + \alpha\beta}{2} \cos\Phi + \frac{A\beta + \alpha\beta}{2} = a \cos\Phi + b \\ \hat{I}_y &= \frac{AB - \alpha\beta}{2} \sin\Phi + d = c \sin\Phi + d \end{aligned} \quad (4)$$

여기에서 비선형성을 포함한 오차 부분을 위와 같이  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ 로 둔다. 이를 추정하기 위해서 기준 신호를 잡을 필요가 있다. 정전용량 센서를 이용하여 측정된 값은 나노미터 단위에서 높은 정밀도를 보여 안정적인 값을 가지므로, 오차의 범위가 적다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{AB}{2} \cos\Phi \\ I_y &= \frac{AB}{2} \sin\Phi \end{aligned} \quad (5)$$

이는 기준 신호로서 오차가 거의 없으며, 모의 실험을 통해서 헤테로다인 레이저 간섭계로부터 측정된 값의 오차를 분석하여 보정하기로 한다.

2.1 Least Square를 이용한 오차 추정

Least square(LS)은 비선형 연립 방정식의 근사해를 구하는 것으로서  $y_i = \alpha + \beta x_i$ 의 비선형 방정식이 있을 때, 이를 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

위 행렬을  $Ax=B$ 라 하면, 이 때의  $x=[\alpha \beta]^T$ 를 LS로 구한다.

$$x=(A^T A)^{-1} A^T B \quad (7)$$

이를 이용해서 레이저 간섭계에서 측정된  $\hat{I}_x, \hat{I}_y$  를 LS를 적용하여 계산한다.

$$\begin{bmatrix} \cos\Phi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\Phi & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{I}_x \\ \hat{I}_y \end{bmatrix}$$

의 행렬이 만들어 지고, LS를 적용후 추정하고자 하는 행렬  $[a \ b \ c \ d]^T$ 를 구할 수 있다.  $a, b, c, d$  들을 통한 오차 성분을 추정하여 새로운 값을 얻는다.

### 2.2 WLS를 이용한 잔여 오차 보정

앞서 LS를 써서 추정한  $a, b, c, d$  로부터 새로운 추정 값인  $\tilde{I}_x, \tilde{I}_y$ 를 정의한다. 그리고 알맞게 추정된 가중치를 주어서 WLS를 쓴다. 이 때, 가중치는 앞서 LS의 적용에서 존재했던 잔여 오차로 설정함으로써, 추정을 수행한 이후에 여전히 남아 있는 오차를 보다 효율적으로 보정하기 위함이다.

WLS는 나머지의 합을 최소화 시킨다는 점에서 LS와 비슷하지만 모든 점에서 동등하게 가중치를 주는 것과 달리 일정 부분에 가중되는 부분이 커질수록 적합성에 더 큰 영향을 준다는 점에서 다르다.

앞서 LS에서 새로 정의되는  $\tilde{I}_x, \tilde{I}_y$ 는 추정값  $a, b, c, d$  를 통해 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{I}_x &= aI_x + b \\ \tilde{I}_y &= cI_y + d \end{aligned} \quad (8)$$

이 값들과 정전용량 센서로부터 얻은 측정 신호인  $I_x, I_y$  와의 차, 즉 앞선 언급한 잔여 오차를 가중치로 설정하고 WLS를 수행한다.

$HS + e = x$ 의 행렬에서

$$e = \begin{bmatrix} \tilde{I}_x - I_x \\ \tilde{I}_y - I_y \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \cos\Phi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\Phi & 1 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} \hat{I}_x \\ \hat{I}_y \end{bmatrix}$$

로 나타나고, WLS를

적용하여 새로운  $s$ 값을 구한다.

$$s_{true} = (H^T W H)^{-1} H^T W x \quad (9)$$

이 때  $W = E\{ee^T\}$ 로서 구해지는 가중 행렬이다 [5].

WLS로 구해지는 행렬  $s_{true} = [a' \ b' \ c' \ d']^T$ 로부터  $\alpha, \beta$ 들의 비선형 오차 값들을 보다 정확히 추정할 수 있다. 우리가 원하는 것은 보정된 값으로부터 길이 측정 데이터를 찾는 것이다. 새로 얻은  $a', b', c', d'$ 를 이용해서 최적화시킨다.

$$\begin{aligned} I_{xopt} &= \frac{\hat{I}_x - b'}{2a'} AB \\ I_{yopt} &= \frac{\hat{I}_y - d'}{2c'} AB \end{aligned} \quad (10)$$

의 각각 새로이 보정된 값들을 얻는데, 이를 통해서 보상된 위상차를 구할 수 있다.

$$\Phi_{opt} = \tan^{-1} \left( \frac{I_{xopt}}{I_{yopt}} \right) \quad (11)$$

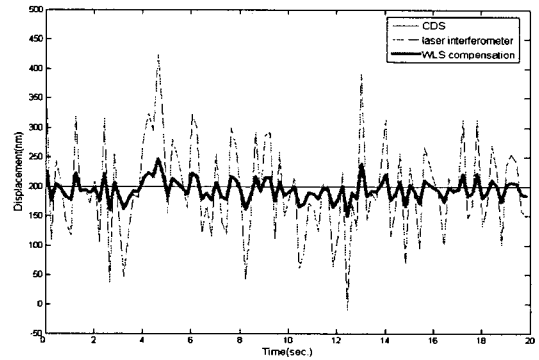
이제 위상과 길이 사이의 관계식

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi n \Delta L}{\lambda} \quad (12)$$

으로부터 위상차를 통한 길이를 구하여 보정할 수 있게 된다. 여기서  $n$ 은 굴절율,  $\lambda$ 은 레이저 간섭계 평균파장이다.

### 3. 실험 결과

실험에 쓰인 간섭계는 633.99nm 파장의 He-Ne 광원을 사용하였으며, 오차의 실험적 수행을 위해 백색잡음으로 분포된 측정값을 사용하였다. 앞서 LS 방법을 통한  $a, b, c, d$ 를 시뮬레이션을 수행하여 추정하였고, 이 값들을 사용하여 WLS를 시뮬레이션하여 오차의 보정을 살펴보았다. 다음은 WLS를 통한 보정 결과를 보여주는 그림이다.



<그림 2> WLS 적용 후 길이 측정 그래프

<그림 2>에서 볼 수 있듯이 비선형 에러가 눈에 띄게 감소하여 이상값 ( $\Delta L=200\text{nm}$ )에 근접해 간다. 시뮬레이션에서 정전용량 센서로부터 측정되는 값을  $\Phi = 3.9704$ 으로 설정, 식 (12)을 통해 얻어진  $\Delta L$  값을 사용하였으며, 백색잡음의 비선형성을 가진 오차들이 WLS에 의해 보정되어 보다 신뢰성있는 결과가 얻어짐을 보여주고 있다. 각 데이터들의 출력되는 정도를 비교하면, 훨씬 덜함을 볼 수 있고 시뮬레이션을 통한 적절한 결과를 도출하였다. 그림의 실선은 정전용량 센서의 측정값, 점선은 레이저 간섭계로부터 측정된 값, 굵은 실선은 WLS로 오차가 보정된 값이다.

### 4. 결 론

헤테로다인 레이저 간섭계에서의 길이 측정에 있어서 비선형성 오차가 미치는 영향은 적지 않다. 이는 앞서 언급한 대로 두 직교 편광된 빔들의 주파수 혼합에 의한 것이 주된 요인이라 볼 수 있다. 그 외에도 장치 주변 환경의 영향, 예를 들어 공기의 미세한 진동, 바닥의 떨림 등 사소한 보이는 요소들도 길이 측정에 많은 영향을 끼친다. 레이저 간섭계에서는 나노미터 단위의 길이 측정을 다루기 때문에 육안으로 확인이 불가능하고, 약간의 오차가 들어가도 결과 값은 상당한 차이를 보이게 될 수 있다. 따라서 이러한 비선형적 오차에 대한 예측은 중요하다고 말할 수 있다.

우리는 이러한 비선형성 오차가 생기는 이유를 알아 보았고, 그에 따라서 정전계 센서로부터 얻은 값, 그리고 실제 레이저 간섭계를 이용해서 길이를 측정할 때, 이를 해석하고 비선형오차를 추출하는 한편, 알고리즘을 통해 이러한 오차를 줄일 수 있었다.

### 감사의 글

본 논문은 2006년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국 학술진흥 재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2006-003-D00184)

### [참고 문헌]

- [1] J.H. Park, "Positioning error measurement and Compensation Using Laser interferometer", KSME International Journal, pp. 185-192, 1994
- [2] H.W. Bae, S.I. Oh, D.S. Kim, and D.H. Park, "Phase Error Correction in Michelson Interferometer", Optical Society of Korea, Vol. 34, pp. 25 0-251, 2005
- [3] J.H. Hwang, C.H. Park, C.H. Lee, and S.W. Kim, "Improvement of the Laser Interferometer Error in the positioning Accuracy Measurement", Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 21, No. 9, pp. 167-173, 2004
- [4] M.S. Hong, J.W. Jeon, K.H. Park, and K.H. You, "Adaptive nonlinearity Compensation of Heterodyne Laser interferometer", KES (2), pp. 545-552, 2006
- [5] A. Cichocki, "Adaptive blind signal and image processing" wiley, pp. 47-48