

## 슬라이딩 모드 관측기 기반의 정밀 스테이지 위치 제어

최승옥, 최인성, 유관호  
성균관대학교, 정보통신공학부

### Ultra-precision Position Control Based on Sliding Mode observer

Seung-Ok Choi, Insung-Sung Choi, Kwan-ho You  
Sungkyunkwan University, School of Information and Communication Engineering

**Abstract** - 초정밀 위치 제어 시스템에서 미지의 상태변수를 관측하는 경우, 파라미터의 불확실성은 관측기 설계에 많은 어려움을 주게 된다. 슬라이딩 모드 관측기는 불확실성과 외란이 존재하는 시스템의 상태변수를 관측가능하게 하며 강인한 성능을 보여준다. 본 논문에서는 불확실성이 존재하는 시스템의 관측기를 설계하고 최적제어를 통하여 정밀 스테이지의 위치를 제어하며, 시뮬레이션을 통해 개선된 성능을 입증한다.

#### 1. 서 론

정밀 산업은 첨단 정보화 사회가 발전을 하면서 미래를 이끌어 나갈 핵심 산업으로 자리매김해 나가고 있다. 반도체, 메모리, 정밀 렌즈, 초소형 모터 등 다양한 분야에서 막대한 수요를 창출하고 있다. 초정밀 위치 제어 기술은 이러한 분야에서 매우 중요한 핵심 기술이며 많은 연구가 진행되어져 오고 있다. 하지만 초정밀 시스템은 파라미터 불확실성이 존재하고 온도, 습도, 진동 등의 외란이 장비의 정밀도에 직접적인 영향을 주게 된다. 또한 비선형 시스템으로서 모델링이 어렵고 제어기 설계에 많은 제한을 받게 된다. 초정밀 스테이지에 대한 제어로 PID 제어기를 적용하여 만족할 만한 성능을 얻을 수 있다.[1]

PID 제어의 경우 간단하게 적용 할 수 있다는 장점이 있지만 조건 변화에 따라 시행 오차에 대한 PID 이득 설정의 문제와 초정밀 제어의 어려움을 가지고 있다. 본 논문에서는 이러한 어려움을 극복하기 위해 LQ 최적제어기를 적용하였으며 외란과 파라미터의 변화에 강인한 관측기의 설계를 위해 슬라이딩 모드 관측기를 이용하였다. 끝으로 시뮬레이션을 통하여 제어기와 관측기의 유효성을 확인하고 그 성능을 평가하고자 한다.

#### 2. 본 론

##### 2.1 시스템 모델링

정밀 스테이지의 구성은 <그림 1>과 같이 구성하였다. 정밀 스테이지는 PI사의 제품을 방진 테이블 위에 구성하였으며 센서는 변위를 측정하기 위해 정전용량 센서를 사용하였다. 스테이지를 구동하기 위한 PZT 컨트롤러와 컴퓨터와의 인터페이스를 위한 dSPACE 장비가 추가로 구성되어 있다. 비선형 시스템을 모델링하기 위해 시스템 식별법(System Identification method)을 적용하여 전달함수를 구할 수 있다.

$$G(s) = \frac{1.491s^2 - 328.2s + 1497000}{s^3 + 529.8s^2 + 43670s + 1478000} \quad (1)$$

식 (1)을 상태 공간 모델로 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2)$$

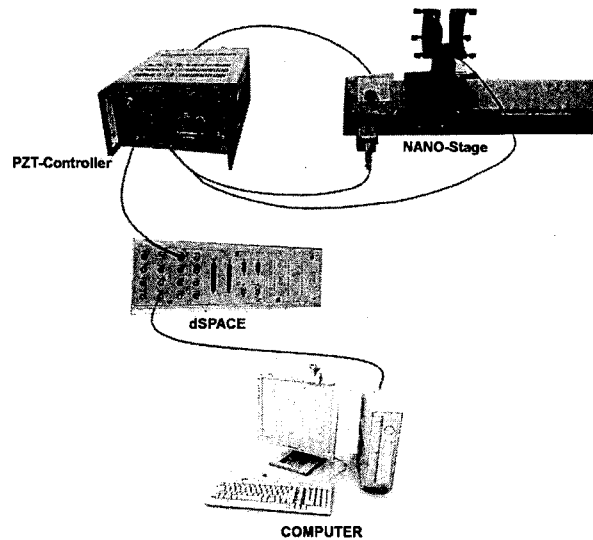
$$A = \begin{bmatrix} -7.7653 & -64.845 & -150.17 \\ 12.402 & -234.325 & 206.01 \\ 14.095 & 149.16 & -287.73 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -10.629 \\ 45.654 \\ -51.304 \end{bmatrix}$$

$$C = [5.7365 \quad 1.1658 \quad -0.18011]$$

##### 2.2 슬라이딩 모드 관측기 설계

선형 관측기는 상태 변수를 관측하기 위해 상태방정식에 실제 출력 값과 추정된 상태 변수 값과의 불일치를 추가적인 입력의 형태로 구성 할 수 있다. [2][3]

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(C\hat{x} - y) \quad (3)$$



<그림 1> 정밀 스테이지 구성도

식 (2)와 식 (3)에서  $\hat{x}$ 은 추정된 상태변수이고  $y \in \mathbb{R}^l$ 는 출력,  $L \in \mathbb{R}^{n \times l}$ 은 관측기 이득을 의미한다.

$Rank(C) = l$  이므로 관측기의 차수가 감소될 수 있으며 출력 값과 상태변수는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$y = C_1 x_1 + C_2 x_2, \quad x^T = [x_1^T \quad x_2^T], \quad x_1 \in \mathbb{R}^{n-l}, \quad x_2 \in \mathbb{R}^l, \quad \det(C) \neq 0$$

관측기의 설계는 상태변수  $x_1$  으로 가능하며,  $x_2$ 는 아래와 같이 계산된다.

$$x_2 = C^{-1}(y - C_1 x_1) \quad (4)$$

슬라이딩 모드 관측기는 reduced order observer로서 추정되는 출력 값은 상태변수에 추가하여 관측기를 구성한다. 여기서 추정되는 출력 값( $\hat{y}$ )과 실제 출력 값( $y$ )과의 차이를 슬라이딩 면으로 간주하고 불연속 함수로서 추가 입력으로 인가한다.

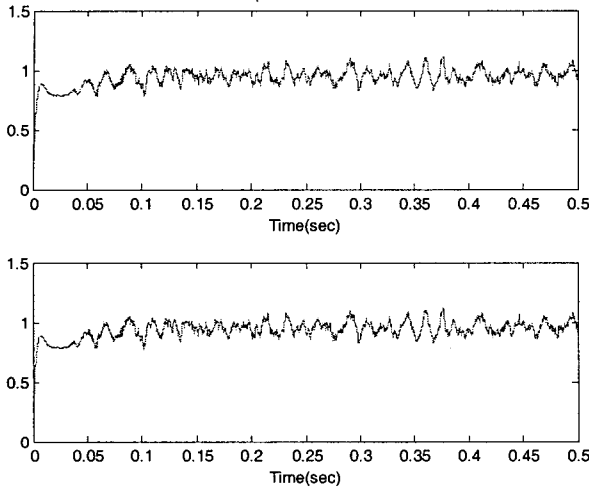
$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= A_{11}\hat{x}_1 + A_{12}\hat{y} + B_1 u + L_1 \nu \\ \dot{\hat{y}} &= A_{21}\hat{x}_1 + A_{22}\hat{y} + B_2 u - \nu \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,  $\nu = M \text{sign}(\hat{y} - y)$ 을 나타내며,  $M$ 은 양의 상수를 나타낸다. 출력을 상태 변수에 추가하기 위해서는 좌표의 수정이 필요하다. 이용 가능한 방법은  $x \mapsto Tx$  좌표 변환이다. 변환 행렬  $T$ 는 nonsingular 행렬이며 새로운 좌표 시스템에 의한 시스템의 행렬은 유사 변환(similarity transformation)을 통하여 다음과 같이 표현된다.

$$T = \begin{bmatrix} I_{n-l} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix} \quad TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

불연속 함수  $\nu \in \mathbb{R}^l$ 는 슬라이딩 모드가 슬라이딩 면( $\bar{y} = \hat{y} - y$ ) 위에 놓이도록 유도하며, 출력 값과 추정된 출력 값과의 차이는 0으로 줄어들게 된다. 따라서 상태변수  $\hat{x}_1$ 이  $x_1$ 으로 수렴하는 속도는 행렬  $L_1$ 의 적절한 선택으로 결정될 수 있으며,  $x_2$ 는 식 (4)로부터 구할 수 있다.

<그림 2>는 관측기의 성능을 알아보기 위해 슬라이딩 모드 관측기를 이용하여 식 (2)에 대한 상태 공간 모델의  $x_2$  상태변수를 관측한 결과이다. 노이즈 성분이 추가된 상태변수와 그것의 추정치를 비교하였다.



<그림 2> 노이즈 성분이 추가된 상태 변수(위)와 슬라이딩 모드 관측기를 이용한 추정치(아래).

### 2.3 최적 제어기 설계

정밀 시스템을 구동하기 위한 최적 제어기로 LQ 제어를 고려한다. LQ 제어기는 quadratic function 형태의 목적함수를 최소화하는 전상태 제환 제어기 설계 문제로 구현과 해석이 쉬운 선형 제어를 설계할 수 있고 좋은 안정도 여유와 감도를 얻을 수 있는 장점이 있다.[4] 우선 목적함수(J)를 정의하는데 LQ 제어기 문제는 이러한 목적함수를 최소화하는 이득(K)의 값을 구하는 것이며 아래와 같다.

$$J = \int_0^t (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad Q \geq 0, R > 0 \quad (6)$$

최적해를 구하기 위한 과정은 우선 Hamiltonian 함수를 정의한다.

$$H(x, \lambda, t) = \frac{1}{2} (x^T Q x + u^T R u) + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (7)$$

상태방정식(state equation), 보조방정식(costate equation), 정적 조건(stationary condition)을 통한 표현식은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = Ax + Bu \quad (8)$$

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = Qx + A^T \lambda \quad (9)$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u} = Ru + B^T \lambda \quad (10)$$

Hamiltonian 행렬은 식 (11)처럼 표현이 된다.

$$H = \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} \quad (11)$$

$\lambda = Px$ 를 이용하여 식(12)를 구 할 수 있다.

$$\dot{\lambda} = P\dot{x} + \dot{P}x = P(Ax + Bu) + \dot{P}x = PAx - PBR^{-1}B^T Px = -Qx - A^T Px \quad (12)$$

위 식을 이용하여 Riccati 미분 방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$-\frac{dP}{dt} = A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P \quad (13)$$

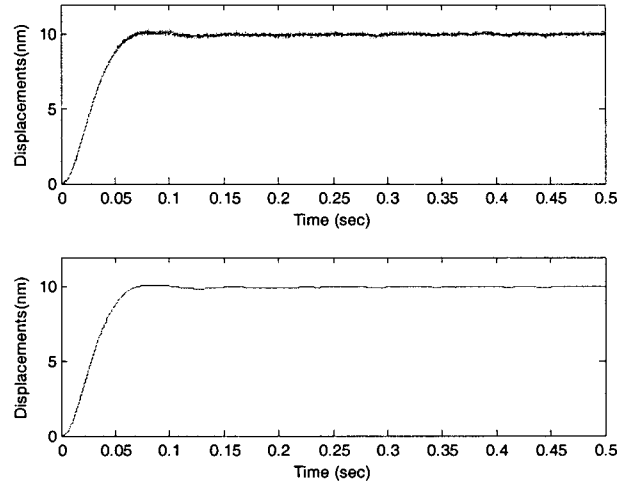
여기서 (A,B)가 안정가능하고 (Q,A)가 관측가능하면  $P > 0$ 인 유일 해가 항상 존재하고  $A - BR^{-1}B^T P = A - BK$ 는 안정하게 된다. 따라서 최적제어기는 다음과 같다.

$$u(t) = -Kx(t) = -R^{-1}B^T P(t)x \quad (14)$$

### 3. 시뮬레이션

시뮬레이션은 슬라이딩 모드 관측기를 이용하여 상태변수를 관측함으로써 LQ 최적제어에 적용할 수 있다. 또한 정밀 스테이지의 파라미터 불확실성과 외란의 영향을 고려하기 위해 시스템 모델링에 일정 크기의 노이즈 성분을 추가하였다.

<그림 3>에서는 관측된 상태변수를 이용하여 LQ 제어기를 적용한 결과를 나타낸다. 첫 번째 그림은 출력 변위를 나타낸 그림이고 두 번째 그림은 슬라이딩 면을 구성하기 위해 관측기를 이용하여 구한 출력 변위의 추정치이다.



<그림 3> 출력 변위(위)와 출력변위의 추정치(아래)

슬라이딩 모드 관측기에 의한 상태 추정은 외란과 파라미터 불확실성에 대해 강인한 성능을 보여주었으며 LQ 최적제어를 통해 출력의 정상상태가 목표지점에 도달함을 <그림 3>에서 확인 할 수 있다.

### 4. 결 론

본 논문에서는 구성된 조정밀 스테이지를 SI(System Identification) 기법을 통하여 전달 함수를 구하였다. 이 전달 함수에 파라미터 불확실성과 외란을 첨가하여 실제 시스템의 동특성과 좀 더 유사하도록 유도하였다. 상태 피드백 제어를 위한 시스템의 상태변수를 알기 위해 슬라이딩 모드 관측기를 이용하였으며 식 (5)에서 관측기의 이득 값( $L_c$ )과 스위칭 이득 값( $M$ )은 적합한 값을 임의로 선정하였다. 상태 피드백 제어기로 LQ 제어를 이용하였으며 슬라이딩 모드 관측기에서 구한 상태변수의 값을 이용하였다. 시뮬레이션을 통하여 결과를 확인하였으며, 슬라이딩 모드 관측기와 LQ 제어기는 외란과 파라미터 변화에 대해 강인한 성능을 보임을 증명하였고, 정밀 제어라는 측면에서 우수한 성능을 보여주었다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 목적기초연구(R01-2004-000-10338-0(2006))지원으로 연구되었습니다.

### [참고 문헌]

- [1] 김재열, 이규태, 박이구, 한재호, 김창원, "Laser Interferometer를 이용한 조정밀위차결정 피드백 시스템의 컴퓨터 시뮬레이션 및 제어 성능 평가", 한국공작기계학회논문집, Vol.11, No.1, pp.17-25, 2002
- [2] V. Utkin, J. Guldner and J. Shi, "Sliding Mode Control in Electromechanical Systems", Taylor&Francis, 1999
- [3] C. Edwards and S.K. Spurgeon, "Sliding Mode Control: Theory and Applications", Taylor&Francis, 1998
- [4] 최한호, "선형 제어 시스템 설계(III): 상태 공간 제어기 설계, 제어.자동화.시스템공학회지, 제12권, 제3호, pp. 42-50, 2006