

표적 충돌각을 고려한 BTT 미사일용 최적 종말 유도 법칙

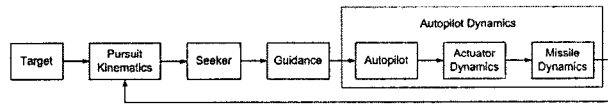
*박노용, *박진원, **송승호, *하인중
* 서울대학교 전기·컴퓨터 공학부, **한림대학교 정보통신 공학부

Optimal Terminal Guidance Law for BTT Missiles considering Impact Angle

*Noh-Yong Park, *Jin-Won Park, **Seong-Ho Song, *In-Joong Ha
*School of Electrical Engineering and Computer Sciences, Seoul National University,
**Division of Information Engineering and Telecommunications, Hallym University

Abstract - 최근 개발된 비선형 자동조종 제어기를 사용하면 비행 환경에 무관하게 BTT 미사일의 입출력 동특성이 일정한 선형 시스템의 형태로 표현될 수 있다. 본 논문에서는 이와 같은 특성을 바탕으로 BTT 미사일이 목표물의 취약 지점을 정밀하게 요격할 수 있도록 자동조종장치 동역학의 시간 지연 효과를 고려하여 표적 충돌각을 최소화하는 최적 종말 유도 법칙을 설계하였다. 제안된 최적 종말 유도 법칙은 극좌표 변환을 사용하지 않기 때문에 가제어성을 보장하며, 가속도 편향값을 사용하지 않기 때문에 기존의 유도 법칙에 비하여 미사일의 기동성을 향상시킬 수 있는 장점을 갖는다.

유도 명령 설계에 이용할 수 있다.



〈그림 1〉 유도 미사일 시스템의 블록선도

1. 서 론

유도 미사일 시스템은 탐색기(seeker), 유도장치(guidance), 자동조종장치(autopilot)로 그림 1과 같이 구성된다. 탐색기는 미사일과 목표물의 추적 기하학(pursuit kinematics)으로부터 호밍 유도에 필요한 정보를 얻어내는 역할을 한다. 유도장치는 탐색기의 정보를 이용하여 목표물 요격을 위한 유도 명령을 발생시키는 역할을 한다. BTT(bank-to-turn) 미사일의 경우 유도 명령은 롤 각 명령(roll angle command)과 피치 가속도 명령(pitch acceleration command)으로 주어진다. 자동조종장치는 꼬리날개 구동기(fin actuator)를 제어하여 미사일 동역학이 유도 명령을 추종하도록 한다.

최근 개발된 비선형 자동조종 제어기를 사용하면 비행 환경에 무관하게 BTT 미사일의 입출력 동특성이 일정한 선형 시스템의 형태로 표현될 수 있으며, 채널 간의 간섭 효과(coupling effect)를 무시할 수 있다. 즉, 미사일의 요(yaw) 축 속도를 0으로 유지하고, 롤 및 피치 채널을 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= -k_{\phi}\phi + k_{\phi}^c\phi^c \\ \dot{A}_z &= -k_a A_z + k_a^c A_z^c \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 ϕ, A_z 는 각각 롤 각 및 피치 가속도를 나타내고, ϕ^c, A_z^c 는 유도 명령을 나타낸다. 또한, k_{ϕ}, k_a 는 각각 롤 및 피치 채널의 대역폭을 나타내는 양의 상수이다.

기존에는 STT(skid-to-turn) 미사일에 사용되는 유도 법칙을 극좌표 변환(polar conversion logic, PCL)하여 BTT 미사일의 유도 법칙으로 사용하였다. 고전적으로 사용되는 유도 법칙인 PN(proportional navigation) 유도 법칙은 목표물의 시선 변화율(Line-of-Sight rate, LOS rate) 정보만을 이용하여 유도 명령이 설계가 가능하다는 장점이 있기 때문에 현재에도 널리 사용되고 있으나, 자동조종장치 동역학(autopilot dynamics)의 시간 지연 효과(time-lag effect)에 의하여 유도 성능이 저하되는 현상이 발생한다. 특히, 최근에는 유도 루프가 빠르게 동작하도록 설계하기 때문에 요격 오차가 크게 발생하는 원인이 된다. 또한, PCL을 사용하는 과정에서 삼각함수의 역변환이 필요하기 때문에 가제어성 문제(controllability problem)가 발생할 수 있는 문제점이 있다. 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 유도 명령에 가속도 편향값(bias acceleration)을 함하여 극좌표 변환하는 방법이 제안되었으나 편향값에 따른 가제어성 문제를 완전히 해결할 수 없으며 자동조종장치 동역학의 영향으로 인한 유도 성능 저하 현상은 해결할 수 없다. [1], [2]에서는 롤 변화율을 최소화하는 유도 기법이 제안되었으나 자동조종장치 동역학의 영향을 완전히 고려하지 못하였다.

한편, 3차원 추적 기하학은 매우 복잡한 형태의 비선형 방정식으로 표현되지만 충돌 경로에 있는 경우 충돌 시점에서의 미사일 좌표계(X_F, Y_F, Z_F)를 기준으로 다음과 같이 단순화하여 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= V_y \\ \dot{V}_y &= A_{Ty} + A_z \sin \phi \\ \dot{z} &= V_z \\ \dot{V}_z &= A_{Tz} - A_z \cos \phi \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서, y, z 는 각각 (X_F, Y_F, Z_F) 좌표계에서의 요 및 피치 축 방향 위치를 나타내고, V_y, V_z 는 각각 요 및 피치 축 방향 속도를 나타낸다.

기존의 유도 법칙은 주로 요격 오차를 최소화하는 것을 목표로 하고 있으나, 일반적인 표적은 모든 방향에 대하여 동일한 방어 체계를 갖추고 있지 않기 때문에 방어가 취약한 특정 방향에서 타격할 경우 파급 효과가 크게 증대될 수 있다. 따라서 유도장치에서는 표적 충돌각(impact angle)을 고려하여 유도 명령을 생성할 필요가 있다. 본 논문에서는 자동조종장치 동역학의 영향을 고려하는 동시에 표적 충돌각을 제어하는 유도 법칙 설계를 목표로 한다.

유도 법칙 설계의 제어 목표는 전체 시스템의 안정성(stability)을 보장하면서 목표물 요격 오차 및 충돌각 오차를 최소화하는 것이며, 이를 위해서는 요격 오차 및 충돌각 오차와 함께 제어 편각(control fin command)을 동시에 최소화하는 최적해를 구하여야 한다. 그러나 이와 같이 제어 편각을 고려하여 최적 제어 문제를 구성하는 것은 지시표 형태(look-up table form)로 주어지는 공력계수(aerodynamic coefficients)의 비선형성을 직접 다루어야 하기 때문에 매우 풀기 어려운 문제이며, 얻어지는 최적해 역시 공력계수를 포함하기 때문에 실제 유도 미사일 시스템에 적용하기 어렵다. 따라서 제어 편각이 아닌 유도 명령을 최소화하는 형태로 비선형성을 축소하여 접근할 필요가 있다. 따라서 다음과 같이 목적함수(objective function) J 를 정의한다.

2. 최적 종말 유도 법칙

2.1 최적 종말 유도 문제 설정

이 절에서는 BTT 미사일의 추적 기하학을 단순화하여 최적 종말 유도 문제를 정의하도록 한다. 우선 다음을 가정한다.

A1) 미사일과 목표물의 상대 거리 및 상대 속도를 알 수 있다.

A2) 미사일과 목표물의 접근 속도(closing velocity)는 일정하다.

가정 A1)은 탐색기와 관성항법 시스템 및 위성항법 시스템(INS/GPS)으로부터 추정 가능한 정보이다. 특히, 미사일에 장착된 탐색기로부터 영상 정보를 이용하면 목표물과 미사일의 상대 위치 및 상대 속도 정보 뿐 아니라 상대 자세에 대한 정보를 이용할 수 있다. 가정 A2)는 미사일의 비행 속도가 일정하고 미사일이 목표물을 향하고 있는 경우에 유효한 가정이며, 일반적으로 종말 유도 단계에서는 받아들여질 수 있다. 가정 A1)과 A2)를 이용하면 목표물 요격에 필요한 잔여 시간(time-to-go)의 정보를 계산하여

$$\begin{aligned} J \triangleq & \frac{1}{2} [|y(t_f)|^2 + |z(t_f)|^2 + w_1 (|V_y(t_f)|^2 + |V_z(t_f)|^2) \\ & + \int_{t_0}^{t_f} (w_2 |A_z^c|^2 + w_3 |\phi^c|^2) dt \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 t_0, t_f 는 각각 미사일이 유도를 시작하는 시간과 요격이 이루어지는 시간을 나타내고, w_1, w_2, w_3 는 요격 오차에 대한 충돌각 오차 및 피

치 가속도 명령, 물 각 명령의 가중치를 나타내는 양의 상수이다. 식 (3)의 목적함수는 유도 명령을 최소화함으로써 제어 편각의 크기를 감소시키는 효과를 얻을 수 있음이 자명하다. 이예, 다음과 같이 표적 충돌각을 고려한 최적 종말 유도 문제를 기술한다.

표적 충돌각을 고려한 BTT 미사일의 최적 종말 유도 문제

다음의 조건을 만족하면서 식 (3)의 목적함수 J 를 최소화하는 최적 종말 유도 명령 ϕ^c, A_2^c 를 구한다.

- (i) 미사일의 자동조종장치 동역학은 식 (1)의 임출력 관계를 만족한다.
- (ii) 미사일과 목표물의 3차원 추적 기하학은 식 (2)와 같이 단순화된다.

2.2 최적 종말 유도 명령 설계

식 (1)의 자동조종장치 동역학과 식 (2)의 추적 기하학으로부터 다음과 같은 동역학 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, & \dot{x}_2 &= -x_3 \cos x_6 + A_{Tz}, & \dot{x}_3 &= -k_a x_3 + k_a u_1, \\ \dot{x}_4 &= x_5, & \dot{x}_5 &= x_3 \sin x_6 + A_{Ty}, & \dot{x}_6 &= -k_\phi x_6 + k_\phi u_2 \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 상태 변수(state variables) x_i ($i = 1, 2, \dots, 6$)는 각각 요 축 위치, 속도, 피치 가속도, 피치 축 위치, 속도, 물 각을 나타내고, 제어 입력(control inputs) u_1, u_2 는 각각 피치 및 롤 채널 유도 명령을 나타낸다.

종말 유도 단계에서는 물 각이 안정화되도록 목적함수를 정의하였기 때문에 x_6 의 절대값이 작은 값을 갖는다. 따라서 다음의 근사식이 성립한다.

$$\cos x_6 \cong 1, \quad \sin x_6 \cong x_6 \quad (5)$$

식 (5)의 근사식을 이용하면 식 (4)의 동역학 방정식은 다음과 같이 쌍일차 시스템(bilinear system)으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, & \dot{x}_2 &= -x_3 + A_{Tz}, & \dot{x}_3 &= -k_a x_3 + k_a u_1, \\ \dot{x}_4 &= x_5, & \dot{x}_5 &= x_3 x_6 + A_{Ty}, & \dot{x}_6 &= -k_\phi x_6 + k_\phi u_2 \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)의 시스템에 대하여 식 (2)의 목적함수를 최소화하는 최적해를 찾기 위하여 다음과 같이 해밀토니안(Hamiltonian)을 정의한다.

$$\begin{aligned} H &\triangleq \lambda_1 x_2 + \lambda_2 (-x_3 + A_{Tz}) + \lambda_3 (-k_a x_3 + k_a u_1) \\ &\quad + \lambda_4 x_5 + \lambda_5 (x_3 x_6 + A_{Ty}) + \lambda_6 (-k_\phi x_6 + k_\phi u_2) \\ &\quad + \frac{1}{2} (w_2 |u_1|^2 + w_3 |u_2|^2) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서 λ_i ($i = 1, 2, \dots, 6$)는 각각 x_i 의 준상태 변수(costate variables)를 나타낸다.

해밀토니안을 이용하여 준상태 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_1 &= 0, & \dot{\lambda}_2 &= -\lambda_1, & \dot{\lambda}_3 &= \lambda_2 + k_a \lambda_3 - \lambda_5 x_6, \\ \dot{\lambda}_4 &= 0, & \dot{\lambda}_5 &= -\lambda_4, & \dot{\lambda}_6 &= \lambda_5 x_3 + k_\phi \lambda_6 \end{aligned} \quad (8)$$

또한, $t = t_f$ 에서의 준상태 변수에 대하여 다음과 같은 경계 조건(boundary condition)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_1(t_f) &= x_1(t_f), & \lambda_2(t_f) &= w_1 x_2(t_f), & \lambda_3(t_f) &= 0, \\ \lambda_4(t_f) &= x_4(t_f), & \lambda_5(t_f) &= w_1 x_5(t_f), & \lambda_6(t_f) &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

마지막으로, 유도 명령이 최적해이기 위한 필요조건(necessary condition)은 다음과 같이 나타난다.

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = k_a \lambda_3 + w_2 u_1 = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial u_2} = k_\phi \lambda_6 + w_3 u_2 = 0 \quad (10)$$

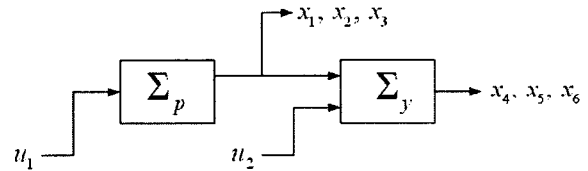
지금까지 유도한 방정식을 이용하여 최적 종말 유도 명령을 설계하는 과정은 매우 복잡한 수식을 포함하고 있으므로 본 논문에서는 대략적인 과정만을 설명하도록 한다.

식 (9)의 경계 조건과 준상태 방정식을 이용하면 λ_i ($i = 1, 2, 3$)를 $x_1(t_f)$ 와 $x_2(t_f)$ 에 대하여 표현할 수 있고, 이를 이용하여 식 (10)에 대입하면 최적 피치 가속도 명령 $u_1^*(t)$ 을 $x_1(t_f)$ 와 $x_2(t_f)$ 에 대한 식으로 나타낼 수 있다. 따라서 $x_3(t)$ 의 형태 역시 $x_1(t_f)$ 와 $x_2(t_f)$ 에 대한 식

으로 표현이 가능하다. 특히, $x_3(t)$ 의 형태는 $t_f - t$ 에 대한 형태로 표현될 수 있기 때문에 잔여 충돌 시간 t_{go} 으로 표현이 가능하다. 다음으로, 이와 같이 얻어진 $x_3(t)$ 를 이용하여 식 (9)의 경계 조건과 준상태 방정식으로부터 λ_i ($i = 4, 5, 6$)를 $x_4(t_f)$ 와 $x_5(t_f)$ 에 대한 식으로 표현이 가능하다. 마찬가지로 최적 물 각 명령 $u_2^*(t)$ 을 $x_4(t_f)$ 와 $x_5(t_f)$ 에 대한 식으로 표현이 가능하며, 이를 이용하여 $x_6(t)$ 의 형태 역시 $x_4(t_f)$ 와 $x_5(t_f)$ 에 대한 식으로 나타낼 수 있다. 마지막으로, x_1, x_2, x_4, x_5 에 대한 상태 방정식을 적분하면 $t = t_f$ 에서의 위치 및 속도에 대한 상태 변수를 $t = t_0$ 에서의 상태 변수에 대하여 나타낼 수 있다. 이 관계식을 이용하면 최적 종말 유도 명령 $u_1^*(t), u_2^*(t)$ 가 $t = t_0$ 에서의 상태 변수에 대하여 나타낼 수 있다. 지금까지의 결과를 종합하면 최적 종말 유도 명령의 형태를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_2^c &= f_1(t_{go})x_1 + f_2(t_{go})x_2 + f_3(t_{go})x_3 + f_4(t_{go})A_{Tz} \\ \phi^c &= [g_1(t_{go})x_1 + g_2(t_{go})x_2 + g_3(t_{go})x_3 + g_4(t_{go})x_4 \\ &\quad + g_5(t_{go})x_5 + g_6(t_{go})x_6 + g_7(t_{go})A_{Ty} + g_8(t_{go})A_{Tz}] \\ &\quad / [h_1(t_{go})x_1 + h_2(t_{go})x_2 + h_3(t_{go})x_3 + h_4(t_{go})A_{Tz}] \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서 f_i, g_j, k_i ($i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3, \dots, 8$)는 잔여 충돌 시간에만 의존하는 함수들로서 off-line 상태에서 계산한 결과를 지시표 형태로 저장하여 비행중에 참조하는 형태로 구현이 가능하다.



〈그림 2〉 시스템 구성도

지금까지 설계한 BTT 미사일용 최적 종말 유도 법칙은 그림 2와 같이 표현되는 시스템의 특성을 이용하였다. 즉, 미사일과 목표물의 상대 운동에 대한 6차 동역학 방정식은 피치 축에 대한 상대 운동과 관련된 3차 시스템 Σ_p 와 요 축에 대한 상대 운동과 관련된 3차 시스템 Σ_y 로 구분되며, Σ_p 는 독립적으로 동작한다. 또한 Σ_p 의 상태 변수들의 영향이 Σ_y 를 시변 시스템으로 나타내게 하며, 이 성질을 이용하면 피치 축 상태 변수들을 이용하여 요 축 상대 운동을 알아내어 최적 물 각 명령을 결정할 수 있게 된다.

3. 결 론

본 논문에서는 BTT 미사일 시스템의 자동조종장치 동역학의 영향을 고려하여 원하는 표적 충돌각으로 목표물 요격이 이루어질 수 있도록 하는 최적 종말 유도 법칙을 개발하였다. 본 논문에서 설계한 유도 법칙은 일반적인 비행체 시스템에 확장이 가능하기 때문에 유용할 것이라 판단된다.

Acknowledgement

본 연구는 한국과학기술원 영상정보특화연구센터(IIRC)를 통한 방위사업청과 국방과학연구소의 연구비 지원으로 수행되었습니다. (계약번호 UD707007AD)

참고 문헌

- [1] R. K. Aggarwal and C. R. Moore, "Terminal Guidance Algorithm for Ramjet-Powered Missiles", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 21, no. 6, pp. 862-866, 1998.
- [2] T. S. No, J. E. Cochran, and E. G. Kim, "Bank-to-Turn Guidance Law Using Lyapunov Function and Nonzero Effort Miss", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, no. 2, pp. 255-260, 2001.
- [3] C. K. Ryoo, H. Cho, and M. J. Tahk, "Closed-Form Solutions of Optimal Guidance with Terminal Impact Angle Constraint", *Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Applications*, vol. 1, pp. 504-509, 2003.
- [4] F. L. Lewis and V. L. Syrmos, *Optimal Control*, New York: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [5] R. G. Cottrell, "Optimal Intercept Guidance for Short-Range Tactical Missiles", *AIAA Journal*, vol. 9, no. 7, pp. 1414-1415, 1971.