

Response Surface Method를 이용한 소형 BLDC 전동기의 영구자석 형상 최적화 연구

우성현, 정희준, 정현구, 신판석
홍익대학교 전기공학과

A Permanent Magnet Pole Shape Optimization for a BLDC Motor by using Response Surface Method

Sung Hyun Woo, Hee Joon Chung, Hyun koo Chung, Pan seek Shin
Department of Electrical Engineering, Hongik University

Abstract - BLDC 모터의 전동 및 소음의 원인인 영구자석과 슬롯 개구부 형상에 의한 코깅토크를 저감시키기 위하여, RSM(Response Surface Method)과 FEM(Finite Element Method)을 이용하여 영구자석의 형상을 최적화하였다.

최적화 과정은 총 2단계에 걸쳐 진행 되었다. 1단계에서는 영구자석의 자극간격을 구하고, 2단계에서 자석의 형상을 변화시켜 최적화한 결과, 최적화 전·후의 코깅토크가, 최대 0.051[N.m]에서 0.029[N.m]로 약 50% 감소하였다.

1. 서 론

BLDC 전동기의 전동 및 소음원으로는 기계적인 원인, 전자기적인 원인, 공기역학적인 원인이다. 그중 소형 전동기는 고정자코일의 상 전환에 의해 고속으로 구동되어지고 회전자의 크기가 작아 기계적인 원인과 공기역학적인 원인에서 상당히 자유롭다. 하지만 코일의 상 전환에 의한 구동은 여타 다른 원인에 비해 상대적으로 전자기적인 원인이 전동 및 소음에 주요하게 작용한다. 전동기의 코깅 토크(Cogging torque)가 소음 및 전동의 주원인이므로 이러한 코깅 토크를 FEM을 이용하여 해석하고 이를 분석하여 전동기의 코깅 토크를 저감시킬 수 있도록 전동기의 설계방정에 관한 방법을 연구한다.

BLDC전동기 특성상 일반적으로 타 전동기에 비하여 전력밀도, 관성모멘트에 대한 토크 비, 단위전류 당 토크비 등이 더 높은 고효율의 전동기임에도 불구하고 순간적으로 큰 가속을 하기 때문에 상대적으로 큰 코깅 토크가 발생된다.

이러한 문제점들을 보완하기 위하여 영구자석의 형상에 따라 발생되는 코깅토크의 저감을 위해 최적화 기법중 하나인 RSM(Response Surface Method)을 적용하여 연구하였다.

최적화 과정은 총 2단계에 걸쳐 진행 되었다. 1단계에서는 영구자석의 자극간격(P_A)를 구하고, 2단계에서는 P_A 를 적용한 모델에서의 자석의 형상(h_1, h_2)를 변화시켜 코깅토크를 저감시키고자 한다.

2. 관련이론

설계 변수에 따른 실제의 응답함수 F 는 알 수 없고, 또 매우 복잡하다. RSM은 설계 변수와 응답관계를 통계학적인 방법으로 찾아내는 방법으로 근사화 하여 최적화를 하는 방법이다.

영구자석을 포함한 자계문제는 다음 식 (1)의 지배방정식에 따라 해석된다.

$$\nabla \times (\nu \nabla \times A) = J_s + \nu_0 \nabla \times B_r \quad (1)$$

그리고 최적화에 따른 목적함수의 값을 줄이는 것은 식

(2)에서와 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } F([p]) &= F([p], [A]) \\ \text{subject to } [p]^L \leq [p] \leq [p]^U \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $[p]$ 와 $[A]$ 는 형상의 최적화를 위한 디자인 변수와 상태 변수 벡터이다. 설계 변수에 관한 목적 함수의 비선형의 설계 감도는 유한 요소 공식화에 식 (3)과 같이 기초를 두어 얻을 수 있습니다.

$$\frac{dF}{d[p]^T} = \frac{\partial F}{\partial [p]^T} + \lambda^T \frac{\partial F}{\partial [p]^T} ([f] - [\tilde{K}] [A]) + \frac{\partial \nu}{\partial B^2} \frac{\partial B^2}{\partial [p]^T} [K] [\tilde{A}] \quad (3)$$

여기서, $[\lambda]$ 는 수반행렬변수이고, $[\tilde{A}]$ 는 식 (1)의 비선형 계산결과이다. 대리 목적 함수의 구축에서 설계 변수는 그러한 가능한 영역의 점으로부터 몇개의 subsection에 분할되고, 대응하는 목적 함수 값 및 설계 민감도는 식 (2)와 (3)을 사용해 계산된다. 대리 목적 함수는 다음과 같이 $C1$ 의 연속화하여(Hermite의 다항식)을 구분 사용해 계산 된다.

$$F_s([p]) = \sum_{k=0}^n \left[f_k \alpha_k([p]) + \sum_{m=1}^{N_p} f^{k,m} \beta_{k,m}([p]) \right] \quad (4)$$

여기서, f_k 와 $f^{k,m}$ 은 목적함수 값의 설계 민감도이고, n 은 subsection의 개수이고, α 와 β 는 허미트 보간법의 기본 함수이고, N_p 는 설계변수의 개수이다. 단지 1개의 설계 변수를 가지고 있으면, 대리 목적 함수는 k 번째 서브섹션으로, 서로 채워 장소 (x_k 및 x_{k+1})에서 목적 함수 가치 및 설계 감도를 아래 식 (5)와 같이 이용하는 기본 함수의 점으로부터 표현할 수 있다.

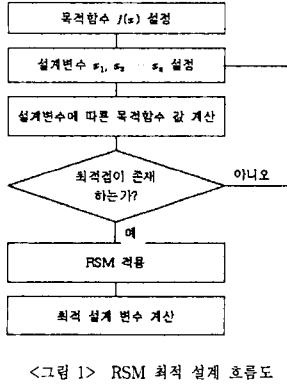
$$F_{s,k}(x) = f_k \alpha_k + f_{k+1} \alpha_{k+1} + f'_k \alpha_k + f'_{k+1} \alpha_{k+1}, x \in (x_k, x_{k+1}) \quad (5)$$

설계 변수의 수가 증가하는 경우, 대리 목적 함수는 생풀링 안의 목적 함수 값과 설계 감도를 구분적으로 patch해서 해석한다.

다음 그림 1은 RSM 최적화 흐름도이다. 다음과 같은 흐름으로 최적 지점을 계산한다.

2.1 다중기저함수를 이용한 RSM

다중 방사상 기저함수(RBF : Radial Basis Function)을 사용한 RSM은 많이 이용되고 보간법중의 하나로, 설계변수에 따른 RSM은 다음 수식과 같이 구성된다.



$$S(x) = \sum_{i=1}^n c_i g(x - x_i) \quad (6)$$

$$g(x) = \sqrt{|x|^2 + h^2}$$

여기서, x 는 디자인 파라미터 벡터이고, c_i 는 샘플링 포인트 x_i 에 대응하는 상수이고, $g(x)$ 는 다차원 곡면의 방사상 기저 함수(RBF : Radial Basis Function)이고, h 는 '형상 파라미터(Shape Parameter)'라고 불리며 기능은 center point 옆에 있는 단일의 기저 함수의 굽음을 컨트롤 한다. 만약에 샘플링 데이터가 다음과 주워 졌을 경우,

$$X = \{(x_i, f(x_i)), i = 1, 2, 3, \dots, N\} \quad (7)$$

상수 c_i 는 다음 일차 방정식을 이용하여 행렬식으로 간단히 풀 수 있다.

$$f(x_k) = \sum_{j=1}^N c_j g(x_k - x_j), \quad k = 1, 2, 3, \dots, N \quad (8)$$

식 (6)을 보면, RSM의 실행은 형상 파라미터 h 에 전적으로 의존된다. 형상 파라미터의 좋은 값을 구하는 방법은 이미 나와 있고, 또한 많이 연구 중에 있다. 대표적인 방법으로는 R. L. Hardy와 R. Franke의 방법 등이 있다. 형상 파라미터가 결정된다면, 다음으로는 'sequential leave one out' method를 이용하여 예러를 계산한다. 예러 E 는 다음과 같이 계산된다.

$$E = \sum_{k=1}^N \sqrt{E_k} / N \quad (9)$$

$$E_k = f(x_k) - S^{(k)}(x_k), \quad k = 1, 2, 3, \dots, N$$

여기서, $S^{(k)}(x_k)$ 는 축소된 샘플링 데이터 세트 $X^{(k)}$ 로부터 구축된 response surface이다. 만약에 샘플링 데이터 포인트가 X 로 고정된다면, 예러 E 는 형상 파라미터 h 의 함수가 된다. 따라서 최적화에 있어서 중요한 것은 형상 파라미터 h 를 찾는 것이며, 본 논문에서는 형상 파라미터 h 를 (1+1) 진화기법을 사용하여 찾아냈다.

2.2 적용 샘플링 포인트(Adaptive Sampling Point)의 추가 기법

Response surface의 구성에 있어서, 최저수의 샘플링 포인트는 일반적인 최적화 기법(예로 유전 알고리즘)을 사용하여 쉽게 찾을 수 있다. 얻을 수 있는 해법의 절은 계산되어지는 샘플링 데이터 포인트의 개수에 따라 전적으로 결정된다. 일반적으로, 샘플링 데이터 포인트의 개수가 늘어날수록, 진정한 최적화 기법에 가깝다 할 수 있다. 그러나 유한요소법으로 계산되는 샘플링 데이터 포인트는 충분한 개수를 계산 할 경우 많은 시간을 필요로 하게 된다. 그러므로 적은 개수의 샘플링 데이터 포인트로 가장 근사화한 response surface를 구현하는 것이 매우 중요하다. 따라서 추가되는 샘플링 데이터 포인트는

예러가 비교적 큰 곳에 추가되어야 한다(Adaptive Sampling Point Addition). 다음 그림 2는 식 (10)의 함수와 제한 조건으로 5개의 균등한 샘플링 데이터로부터 RSM을 계산한 것이다.

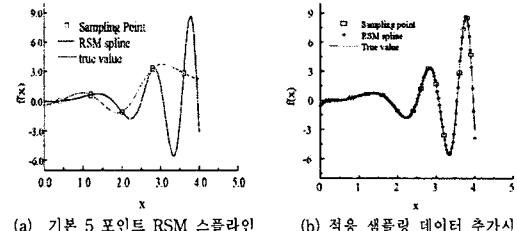
$$f(x) = \frac{1}{5} e^x \sin x^2, \quad 1 \leq x \leq 4 \quad (10)$$

그림 2의 (a)에서 실선은 실제의 함수 값이고, 사각형은 샘플링 데이터 포인트이고, 점선은 샘플링 데이터로부터 구한 RSM 스플라인이다. 그림 2의 (b)는 예러가 비교적 큰 곳에 추가하였을 경우이다. 그림 2의 (b)를 보면 적은 수의 샘플링 데이터로 실제 데이터에 근사한 RSM 스플라인을 구하였다.

Response surface의 gradient 벡터는 다음 식에 따라 구해진다.

$$\frac{\partial S(x)}{\partial x^k} = \sum_{i=1}^N c_i [x - x_i]^2 + h^2 \left(\frac{1}{2} (x^k - x_i^k) \right) \quad (11)$$

여기서, N 는 샘플링 데이터 포인트의 개수이고, x^k 는 설계변수 벡터 x 의 k 번째의 구성원이다.



<그림 2> 샘플링 데이터 추가에 따른 RSM 스플라인 비교

3. 해석 모델 및 결과

소형 PM BLDC MOTOR의 해석 모델의 기본 사양은 다음 표 1 및 그림 3과 같이 3상 4극으로 정격 분당회전수는 3000[rpm], 정격전압은 24[V], 전류는 0.7[A]이하이다.

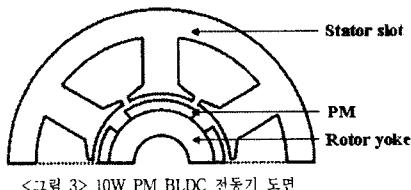
<표 1> PM BLDC MOTOR의 기본 사양

용량 [W]	극수 [극]	상수 [상]	슬롯수 [개]	Rated Voltage Range [V]	전류 [A]	Rated Speed [rpm]
10	4	3	6	24	0.7	3000

영구 자석형상을 최적화 하기위해 그림 4에서와 같이 2단계의 최적화 작업을 수행하였다. 1단계 최적화 목적함수 설정은 그림 4의 (a)와 같이 영구자석 사이의 값을, 2단계 최적화 목적함수는 영구자석의 높이와 관계된 h_1 , h_2 와 고정조건으로 7로 고정된 내각 a_1 , a_2 로 되어있다. 설계 목적함수는 다음 식과 같이 표현 된다.

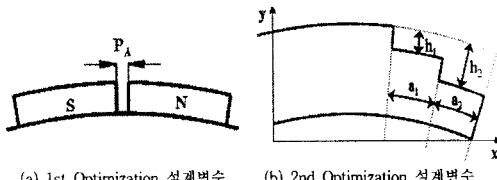
$$\begin{aligned} \text{Minimize } F_{1st \ obj} &= \sum_{i=1}^{N_p} \left(\frac{W_i - W_0}{W_0} \right)^2 \\ \text{Minimize } F_{2nd \ obj} &= \sum_{i=1}^{N_p} (W_i - W_0)^2 \\ \text{Subject to } &0.0 \leq h_1 \leq 0.25[\text{mm}] \\ &0.05 \leq h_2 \leq 0.5[\text{mm}] \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, N_p 는 계산되는 코킹토크 샘플링 데이터 포인트의 개수이고, W_i , W_0 는 각각 i 번째의 모터 회전위치에 대한 자계에너지의 누적된 값과 각 모터 회전위치 자계에너지의 평균값이다.



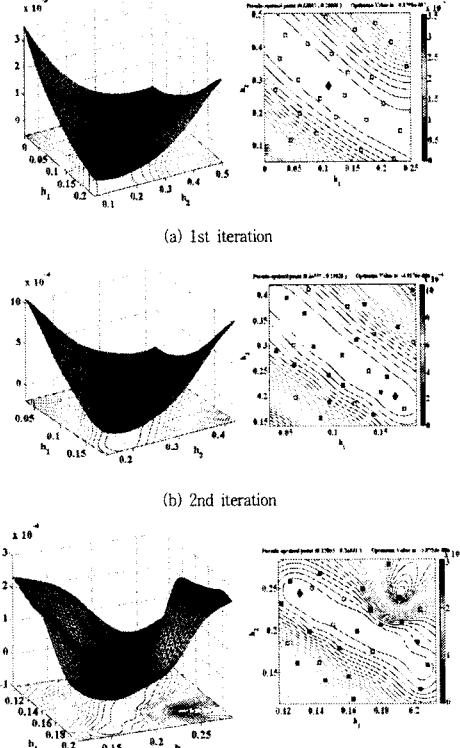
<그림 3> 10W PM BLDC 전동기 도면

1단계에서 3번의 최적화를 통해 $P_A = 10.59^\circ$ 의 결과값이 도출되었다. 이것을 2단계 최적화에 적용하였고, h_1, h_2 의 범위를 각각 $0.0 < h_1 < 0.25, 0.05 < h_2 < 0.5$ 로 설정하고 샘플링 데이터 포인트를 임의로 25쌍을 설정한 후, FEM 상용 프로그램인 FLUX 2D를 이용하여 각각의 값은 계산하였다. 각 단계별 샘플링 데이터 포인트를 추가시에는 적용 샘플링 포인트 기법으로 추가 지점을 설정 하였으며(그림 5), 3단계의 RSM 최적화 과정을 한 결과 (h_1, h_2) = (0.131, 0.243)로 계산되었다. 최적화에 따른 코깅토크를 최초 형상과 최적화 후의 코깅토크를 비교해 보면, 최대값은 0.051[N.m]에서 0.029[N.m]로 약 50%로 감소하였다.



(a) 1st Optimization 설계변수 (b) 2nd Optimization 설계변수

<그림 4> 영구자석 최적화를 위한 디자인 파라미터

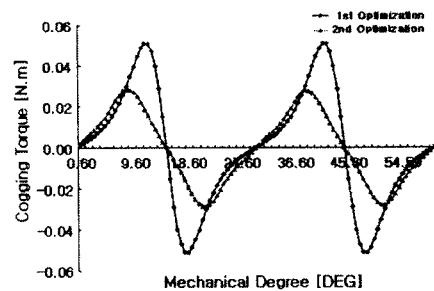


<그림 5> 샘플링 데이터 포인트와 대응하는 response surface
(2단계 Optimization)

4. 결 론

본 논문에서는 소형 BLDC 전동기의 코깅토크 저감을 위해 영구 자석에 RSM 기법 및 민감도 기법을 적용한 최적화를 연구하였다. 최적화 결과 1단계에서 $P_A = 10.59^\circ$, a_1, a_2 가 7° 로 균일하게 고정되었을 경우 (h_1, h_2) = (0.131, 0.243)로 계산 되었으며, 이에 따른 코깅토크 최대값은 영구자석의 형상 변화전에 비하여 약 50%로 감소하였다.

고정조건으로 설정한 내각인 a_1, a_2 도 코깅토크 최대값의 변화에 영향을 주므로, 이를 고려한 최적화 과정이 필요할 것으로 사료된다. 따라서 추후 내각까지 고려하여 영구자석을 최적화하면 코깅토크가 더 저감된 최적화형상을 설계할 수 있을 것이다.



<그림 6> 최적화에 따른 코깅토크 변화

본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소의 지원으로 수행되었으며, 이에 깊이 감사드립니다.
(계약번호 UD030000AD)

[참 고 문 헌]

- [1] C. S. Koh, H. S. Yoo, K.W Nam, and H.S. Choi, "Magnetic Pole Shape Optimization of Permanent Magnet Motor for Reduction of Cogging Torque," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 33, no. 2, pp.1822-1827, March 1997
- [2] T. K. Chung, S.K Kim, and S.Y Hahn, "optimal Pole Shape Design for the Reduction of Cogging Torque of Brushless DC Motor Using Evolution Strategy," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 33, no. 2, pp.1908-1911, March 1997
- [3] S. Rippa, "An algorithm for selecting a good value for the parameter c in radial basis function interpolation," Advances in Computational Mathematics, vol. 11, pp.193-210, 1999
- [4] K.J. Han, H.S. Cho, D.H. Cho and H.K. Jung, "Optimal Core Shape Design for Cogging Torque Reduction of Brushless DC Motor Using Genetic Algorithm," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 36, no. 4, pp. 1927-1931, July 2000
- [5] 김 한 틀, "Response Surface Method을 이용한 대용량 BLDC 전동기의 영구자석 형상 최적화 연구," 홍익대학교 석학원 논문, 2006.12