

전기비저항과 주시 토모그래피 탐사자료의 복합역산

김정호¹⁾, 이명종¹⁾, 박권규²⁾, 조창수³⁾

¹⁾한국지질자원연구원 지반안전연구부, jungho@kigam.re.kr

²⁾한국지질자원연구원 지하수지열연구부

³⁾한국지질자원연구원 지진연구센터

Joint Inversion of DC Resistivity and Travel Time Tomography Data

Jung-Ho Kim¹⁾, Myeong-Jong Yi¹⁾, Kwon Gyu Park²⁾, Chang Soo Cho³⁾

¹⁾Geotechnical Engineering Div., KIGAM

²⁾Earthquake Research Center, KIGAM

³⁾Groundwater & Geothermal Resources Div., KIGAM

Abstract: We developed a new algorithm for jointly inverting dc resistivity and seismic travel time tomography data based on the multiple constraints: ① structural similarity based on cross-gradient, ② correlation between two different material properties, and ③ *a priori* information on the material property distribution. Through the numerical experiments of surface dc resistivity and seismic refraction surveys, the performance of the proposed algorithm was demonstrated and the effects of different regularizations were analyzed.

Keywords: joint inversion, dc resistivity, seismic refraction tomography, *a priori* information, correlation

1. 서론

물성이 서로 다른 탐사방법을 이용하여 획득한 물리탐사 자료를 동시에 역산하는 복합역산에서, 두 탐사방법을 연결하는 고리는 크게 ①구조의 유사성을 이용하는 방법, ②선형적(*a priori*) 정보를 이용하는 방법으로 나눌 수가 있다. 김정호(2007)는 구조의 유사성으로서 cross-gradient (Gallardo and Meju, 2004)를 이용한 역산, 선형적 정보로써 주어진 지하 물성 분포와 물성간의 상관관계를 이용한 역산에 대하여, 평활화 제한 최소자승 역산에 기반을 두어 목적함수와 정규 방정식을 체계적으로 유도하였다. 이 연구에서는 전기비저항 탐사와 주시 토모그래피 탐사자료 복합역산 수치 실험을 통하여 각종 복합역산법의 효용성과 한계성에 대하여 검토하고자 한다. 수식의 기호는 김정호(2007)와 동일하므로 새로 도입한 변수를 제외하고는 따로 설명하지 않는다.

2. 통합된 복합역산법 정규방정식

지하물성분포의 선형적 정보와 물성간의 상관관계를 모두 제한 항으로 채택하는 복합역산의 목적함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\Psi = \Phi + \eta H + \alpha \Gamma \quad (1)$$

이와 동시에 cross-gradient 를 최소화하는 복합역산은 다음의 방정식으로 정의된다.

$$\min \{ \Psi \}, \text{ subjected to } \mathbf{t}(\mathbf{p}_1) = 0 \quad (2)$$

(1) 식만을 최소화하는, 즉 cross-gradient 제한을 도입하지 않는 복합역산의 정규방정식은 다음 방정식으로 정리된다.

$$[\mathbf{K} + \mathbf{L} + \mathbf{MG}] \Delta \mathbf{p} = [\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{e} - \mathbf{L}(\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}^0) - \mathbf{M} \mathbf{g}(\mathbf{p}_0)] \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{L} = \eta \mathbf{W}^0$, $\mathbf{M} = \alpha [\mathbf{W}_f \mathbf{C} \mathbf{G}]^T \mathbf{W}_f \mathbf{C}$. (3) 식은 선형적 물성 분포 제한 역산과 상관관계 제한의 두 종류의 복합역산의 정규방정식을 합한 것에 불과하다. (2) 식을 만족하는, 즉 선형적 물성 분포 제한과 상관관계 제한을 함께 사용하며, 동시에 cross-gradient 제한을 만족하는 복합역산은 다음의 방정식의 해를 반복적으로 구함으로 달성된다.

$$\boldsymbol{\beta} = \{ \mathbf{B}[\mathbf{K} + \mathbf{L} + \mathbf{MG}]^{-1} \mathbf{B}^T \}^{-1} \{ \mathbf{t}(\mathbf{p}_0) + \mathbf{B}[\mathbf{K} + \mathbf{L} + \mathbf{MG}]^{-1} [\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{e} - \mathbf{L}(\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}^0) - \mathbf{M} \mathbf{g}(\mathbf{p}_0)] \} \quad (4a)$$

$$\Delta \mathbf{p} = [\mathbf{K} + \mathbf{L} + \mathbf{MG}]^{-1} \{ [\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{e} - \mathbf{L}(\mathbf{p}_0 - \mathbf{p}^0) - \mathbf{M} \mathbf{g}(\mathbf{p}_0)] - \mathbf{B}^T \boldsymbol{\beta} \} \quad (4b)$$

(4a)식을 이용하여 주어진 물성벡터 및 오차로부터 라그랑지 곱수 벡터 $\boldsymbol{\beta}$ 를 구하고, 이를 (4b)에 대입하여 구하고자 하는 물성 증분 벡터 $\Delta \mathbf{p}$ 를 계산한다. (4a), (4b) 식에서 특정 항을 제로로 설정함으로써 3 종류의 제한 조건 중 임의의 제한조건을 제거할 수 있다. (4) 식을 바탕으로 3 종류의 제한을 임의로 모두 사용할 수 있는 프로그램을 작성하여 수치실험을 수행하였다.

3. 복합역산 알고리즘

두 종류의 탐사자료를 복합역산할 때에 탐사자료의 통계적 특성이 서로 다르기 때문에 역산의 불안정, 라그랑지 곱수의 결정의 어려움 등의 문제가 발생할 우려가 있다. 이 연구에서는 주시 토모그래피의 경우의 지하속도 함수에 대한 선형성을 이용하여, 측정 주시자료의 평균으로서 측정 주시자료를 정규화하여 이를 이용하는 방법을 고안하였다. 또한 각 탐사방법에 대한 가중치인 γ 는 전기비저항은 1, 주시 토모그래피는 반복역산 단계에서 전기비저항탐사 오차의 편차와 주시 오차의 편차의 비로 정의함으로써 목적함수에서 각 탐사방법의 기여도가 비슷하도록 조절하였다. 각 탐사에 대해 가중치를 부가한 경우와 두 가중치를 모두 1로 설정한 경우를 역산실험을 통해 비교하였다. Cross-gradient 제한 만을 가한 역산 결과에 큰 차이는 보이지 않았으나, 상관관계를 이용한 복합역산이나 다른 제한 조건과 혼합하여 제한을 가한 경우에는, 각 탐사방법에 대한 가중치를 부여함이 더 좋은 역산 결과를 도출할 수 있었다.

3.1. Cross-gradient 제한을 가한 복합역산

유사한 구조를 계산하기 위한 Cross-gradient 제한에 의하여 만족할만한 수준으로 오차가 수렴하지 않는 문제가 발생한다. 이 문제를 해결하기 위해 주 반복 역산 단계 내부에 부 반복계산 루프를 삽입하였다. 즉 주 반복계산 마다 복합역산 제한을 가하지 않은 역산(두 탐사자료를 따로 역산함과 등가)을 먼저 수행하고, 부 반복 역산 루프에서 그 결과를 복합 역산 초기 모델로 하여 cross-gradient 제한을 가한 복합역산을 수행하는 방법이다. 부 반복역산은 주어진 부 반복역산 최대회수에 도달하거나 혹은, 역산된 두 종류의 지하구조의 수렴도가 모두 1%이하일 때에 종료되도록 하였다.

3.2. 물성간의 상관관계를 이용한 복합역산

물성간의 상관도를 최대화하는 제한으로 복합역산을 수행할 경우에도 오차의 수렴이 매우 늦어지는 문제가 발생한다. 이 또한 주 반복계산 내에 상관관계 제한을 이용한 복합역산을 부 반복계산으로 삽입하는 방식을 채택하였다. 부 반복역산의 종료는 최대 반복계산회수와 역산된 두 종류의 지하구조의 상관도의 증가여부를 기준으로 하였다. 상관관계 제한을 가한 복합역산에서는 상관도의 증가와 오차 감소의 기여 정도를 조절하는 라그랑지 곱수 α 를 결정하여야 한다. 그러나 역산을 제한하는 상관도 값이 물성간의 상관관계 정의 방법에 따라 크게 달라지기 때문에 쉽게 결정하기가 어렵다. 이 연구에서는 상관도 제한 복합역산에서 상관도를 정의하는 다음의 함수를 이용하여 라그랑지 곱수 α 값을 설정하는 방법을 이용하였다.

$$\Gamma = \frac{\sum \{p_{Ai} - f(p_{Bi})\}^2}{n} \quad (5)$$

위의 함수 값이 적을수록 상관도가 낮음을 의미하므로, 함수 값 (5)의 역수를 라그랑지 곱수 α 의 기본값으로 채택하였다. 라그랑지 곱수 α 를 상수로 정의할 경우, 적절한 수준 이내로 오차가 수렴이 되지 않는 문제가 발생할 가능성이 매우 높다. 이를 해결하기 위해 반복역산 시작단계에서 계산된 라그랑지 곱수를 기준 단위로 하여, 주 반복역산 회수가 증가함에 따라 지수적으로 감소시키는 방법을 채택하였다(아래의 수치실험 예에서는 1 단위에서 0.01 단위로 감소).

3.3. 선형적 물성 분포 제한을 가한 역산

물성 분포 제한은 서로 다른 물성 또는 공간적인 분포 간의 관계가 아닌 한 종류의 탐사 자체에 국한되므로 근본적으로 복합역산 제한으로 볼 수 없다. 이 제한 항을 도입할 경우 위에서도 마찬가지로 이 제한을 위한 라그랑지 곱수 η 를 결정하여야 한다. 이 연구에서는 반복계산 초기에는 1로 반복계산의 진행에 따라 지수적인 감소를 하도록 η 를 설정하였다.

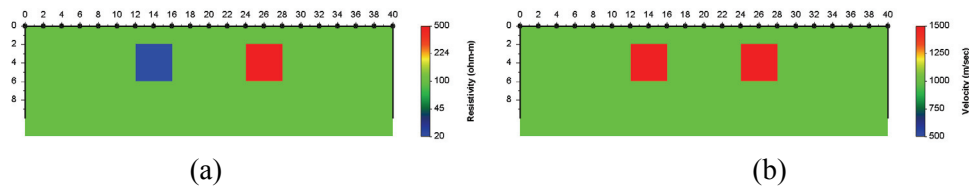


Fig. 1. Resistivity (a) and velocity (b) subsurface model for numerical experiments.

4. Cross-gradient 제한 복합역산 - 물성간의 상관관계가 없는 모델의 수치 실험

Fig. 1 (a), (b)는 전기비저항 구조는 반무한공간에 전도체와 저항체의 두 개의 고립된 물체가, 속도 구조는 두 개의 고립된 고속도 이상체가 발달하는 모형이다. 독립 역산의 결과인 Fig. 2 (a)와 (b)에서, 전기비저항 역산 결과는 전도체와 저항체가 적절하게 영상화되어 있으나, 어느 정도의 역산 잡음이 혼유되어 있다. 주시 토모그래피의 경우에는 고립된 고속도 이상체의 상부 면은 잘 나타나 있으나 그 하부 형태는 주어진 모델과는 완전히 다르다. 이는 역산 입력 자료인 초기 도달 주시가 이상체의 상부면에서 굴절된 파동에 국한되어 있기 때문이다. Cross-gradient 제한에 기초한 복합역산의 결과인 Fig. 2 (c), (d)에서는 이와 같은 독립 역산의 문제점이 완전히 해결되어 전기비저항, 속도

구조 모두 주어진 지하구조와 거의 유사한 형태로 영상화되어 있다. 주시 토모그래피 자료에는 고속도 이상체 상부면보다 하부로 전파된 파동에 의한 주시 정보가 완전히 없음에도 불구하고 전체적인 모양이 뚜렷하게 계산되어 있다. 이는 역산된 전기비저항 구조가 주시 역산 구조에 미친 긍정적인 효과 때문이다.

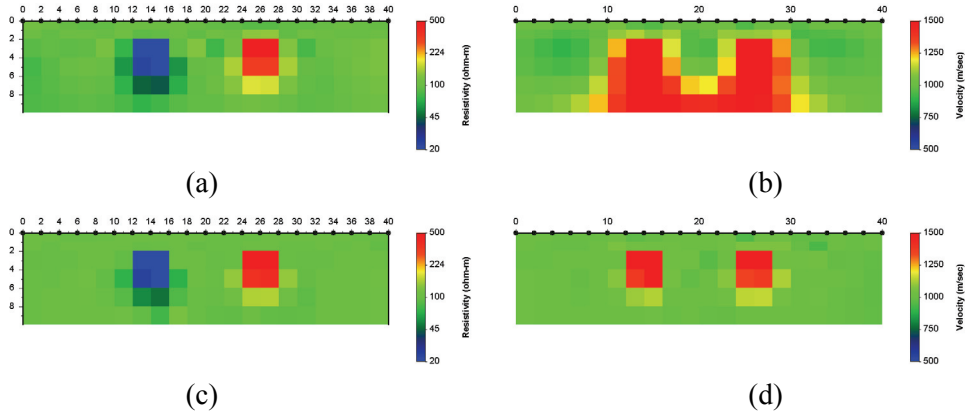


Fig. 2. Subsurface images obtained by different inversion approaches. The left column corresponds to the resistivity image and the right one to the velocity ones. (a) and (b) are the inversion results based on independent inversion, and (c) and (d) are by the joint inversion adopting cross-gradient constraint.

5. 숨은 층을 가진 지하구조의 복합역산 실험 – 물성간의 상관관계가 있는 경우

탄성과 굴절법 탐사에서 숨은 층 (blind zone) 문제를 복합역산에 의하여 해결할 수 있는지를 실험하였다. 지하구조 모형인 Fig. 3 (a)와 (b)는 동일한 층후를 갖는 단순한 3층 구조의 간단한 모형이나, 지표 탄성과 굴절법 탐사로서는 저속도 층으로 숨은 층인 제2층의 탐지가 불가능한 구조이다.

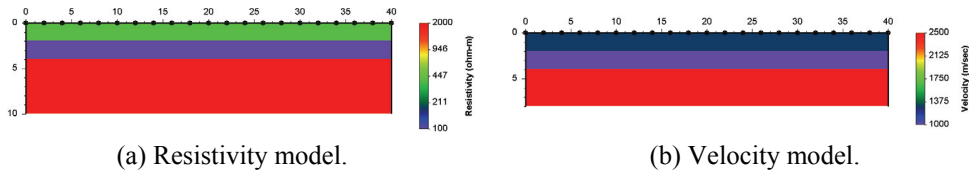


Fig. 3. Three layer structure having a low resistivity and velocity layer.

Fig. 4 (a) 와 (b)는 독립 역산의 결과로써, 탄성과 역산 영상 (b)에서는 심도가 증가함에 따라 속도가 증가하는 형태만이 나타날 뿐, 저속도 층은 전혀 영상화 되어 있지 않다. Cross-gradient 제한에 의한 복합역산 결과인 Fig. 4 (c)와 (d)는 영상의 질이 약간 향상된 느낌을 줄 정도이며 독립 역산의 결과와 거의 차이가 없다. 특히 숨은 층에 대응되는 제2층은 독립역산과 마찬가지로 속도가 증가하는 부분으로 나타나고 있다. 이는 cross-gradient 제한이 공간상에서 물성의 최대 증가 방향에 대해 주로 작용하여 물성 값 자체에는 제한을 줄 수 없을 뿐만 아니라, 지표 탄성과 굴절법 탐사에서 저속도층의 민감도는 거의 제로이기 때문이다. 만약 탄성과 굴절법 탐사에 민감도가 높은 고속도 지층이었다면 cross-gradient 제한에 의해 훨씬 뚜렷하게 가시화 되었을 것이다.

전기비저항과 주시 토모그래피 탐사자료의 복합역산

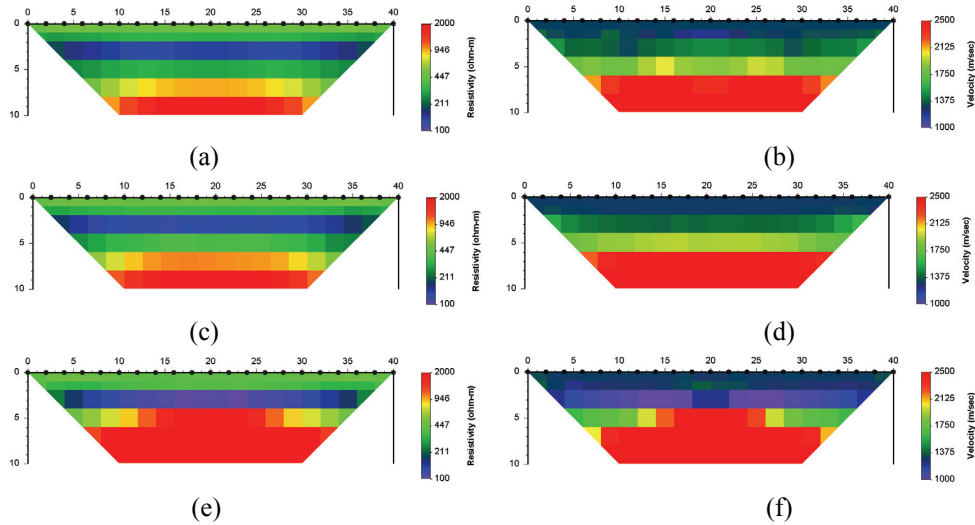


Fig. 4. Subsurface images obtained by different inversion approaches. (a)(b) Independent inversion. (c)(d) Joint inversion adopting cross-gradient constraint. (e)(f) Joint inversion adopting correlation constraint.

Fig. 3의 지하구조모형은 탄성과 속도의 증가에 따라 전기비저항 또한 증가하므로 물성간의 상관관계를 이용한 복합역산 제한의 실험이 가능하다. Fig. 4 (e)와 (f)는 물성간의 상관관계 제한을 가한 복합역산 결과이며, 탄성과 속도 영상에서 저속도 층이 어느 정도 올바르게 영상화 되어 있다. 그러나 측선의 외곽부로, 그리고 심부로 갈수록 계산된 결과는 독립역산과 cross-gradient 제한에 비해 참값에 가깝기는 하지만 역산단면 전체에 물성제한을 가하는 것에 비해서는 참값과 상당한 차이를 보인다.

두 종류 이상의 제한을 가한 복합역산에 대하여 실험하였다. 물성 분포를 이용한 제한을 위하여 측선 19 m 지점에 5 m 심도까지 시추하여 탄성과 속도와 전기비저항을 측정하였다고 가정하였다. Fig. 5 (a), (b)는 cross-gradient 제한과 물성 분포 정보 제한을 동시에 이용하여 복합역산한 결과이다. 두 영상 모두 정보가 주어진 위치에서의 역산 물성값은 참값에 가까운 값으로 계산되어 있다. 숨은 층 또한 탄성과 속도 영상에서 어느 정도는 저속도층으로 영상화되어 있다. 그러나 전기비저항 영상의 경우, 선행적 물성 값이 존재하는 지점의 비저항값이 주변에 비해 참값에 가까운 높은 값으로 역산되어, 기반암이 중앙부위에서 관입된 것과 같은 모양을 보여주고 있다.

Fig. 5 (c), (d)는 cross-gradient 제한과 물성 상관관계 제한을 동시에 이용하여 복합역산한 결과이며, 상관관계 제한만을 도입한 Fig. 4 (e), (f)보다 전체적으로 참 모델에 훨씬 더 유사한 형태가 구현되어 있다. 이와 같은 실험으로부터, cross-gradient 제한은 특별한 정보가 필요 없으므로, 상관관계 제한과 cross-gradient 제한을 함께 적용하면 훨씬 정확한 지하 영상을 계산함을 알 수 있다. Fig. 5 (e), (f)는 3 종류의 제한을 모두 적용한 결과로서 참 모델에 가장 근접한 결과를 나타낸다.

6. 결론

이 연구에서는 김정호(2007)의 예비 연구 결과를 바탕으로 cross-gradient 를 이용하는 지하구조의 유사성, 알려진 정보로써 물성 값 분포, 물성간의 상관관계의 3 종류의

제한을 모두 이용하는 복합 최소자승 역산법을 유도하였다. 유도한 알고리즘을 이용하여 탄성과 굴절법 주시 토모그래피와 전기비저항 탐사 자료를 복합 역산하는 알고리즘을 개발하였다. 개발한 알고리즘을 물성간의 상관관계가 없는 지하구조와 숨은 층을 포함하는 지하구조 모형에 대하여 실험하였다. 실험 결과, 복합역산의 효용성을 확인하였으며, 한 종류의 제한보다는 각종 제한을 적절히 혼합하여 사용함으로써 참 구조에 더욱 근접한 지하구조를 계산할 수 있음을 알 수 있었다. 특히 탄성과 굴절법 탐사의 숨은 층 문제를 해결할 수 있는 가능성을 확인하였으며, 따라서 연약대가 주 탐사 대상이 되는 지반조사에 있어서 탄성과 굴절법 탐사 뿐만 아니라 전기비저항 탐사를 함께 적용, 복합역산하여 해석함이 요망된다.

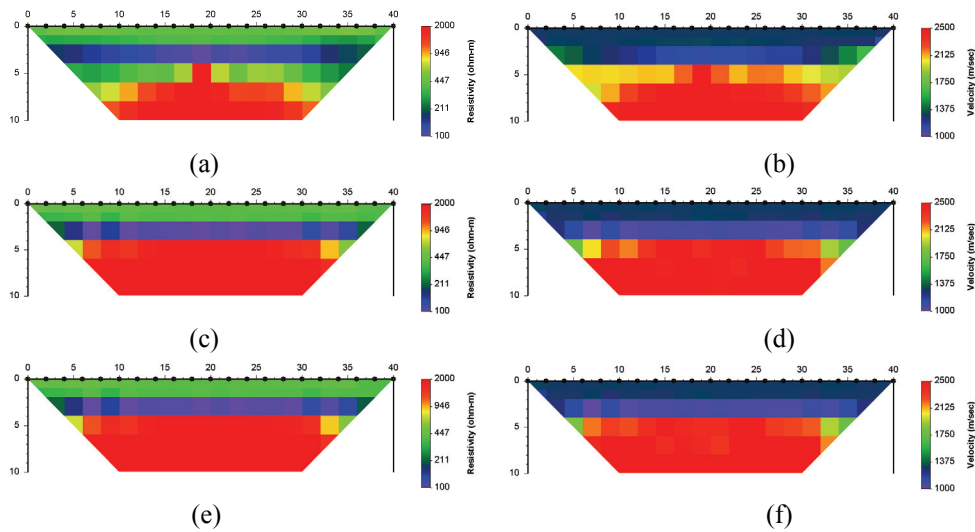


Fig. 5. Subsurface images obtained by joint inversion approaches adopting the different combinations of multiple constraints. (a)(b) Cross-gradient constraint + a priori information from geophysical logging. (c)(d) Cross-gradient constraint + correlation between resistivity and seismic velocity. (e)(f) Cross-gradient constraint + a priori information from geophysical logging + correlation between resistivity and seismic velocity.

감사의 글

이 연구는 한국지질자원연구원 전문연구사업인 ‘지하 정밀 영상화 융합기술 개발’ 과제의 일환으로 수행되었다.

참고문헌

- 김정호, 2007, 물리탐사자료 복합역산을 위한 예비연구, 2007 한국물리탐사학회·대한지구물리학회 공동 학술발표회 논문집, 인쇄중.
- Gallardo, L.A. and Meju, M.A., 2004, Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradient constraints, *Journal of Geophysical Research*, **109**, B03311, doi:10.1029/2003JB002716