

측벽 엔드밀 가공 시 반응표면법을 이용한 최적가공조건

Optimum Manufacturing Condition of Side Wall End Milling Using Response Surface Methodology

최재기·박진우**·홍도관·우병철*·안찬우†

Jae Gi Choi, Jin Woo Park, Do Kwan Hong, Byung Chul Woo and Chan Woo Ahn

Key Words : Response Surface Methodology(반응표면법), Side Wall End Mill(측벽 엔드밀), Table of Orthogonal Array(직교배열표), Vibration Acceleration Level(진동가속도레벨)

ABSTRACT

Manufacturing condition is one of the most important factors in precision manufacturing. In this study, we optimized minimizing the Z vibration acceleration using RSM(response surface methodology) by table of orthogonal array. RSM was well adapted to make the analytical model of the minimum vibration acceleration and enable the objective function to be easily created and a great deal of the time in computation to be saved. Therefore, it is expected that the proposed optimization procedure using RSM can be easily utilized to solve the optimization problem of manufacture condition.

1. 서론

산업현장에서 엔드밀 가공은 널리 사용되어지고 있으며 다양한 형상을 가진 모델을 가공하기 위한 다양한 툴이 개발되고 있으며 그 수요는 날로 증가하고 있다.

엔드밀은 일반적으로 고속도강이나 초경재료를 원재료로 사용하고 있으며 코팅 처리된 것을 사용하는 경우도 있다. 엔드밀 가공에 있어서 공구손상과 가공정도에 영향을 미치는 가공조건은 절삭량, 절삭깊이, 절삭속도, 이송속도 등이 있으며 가공조건에 따른 공구의 수명 연장을 위한 연구가 진행되고 있다. 일반적으로 엔드밀 가공에 있어서의 가공조건은 현장에서 경험을 이용하여 가공을 하고 있는 실정이며 가공조건에 영향을 공구 동력계를 이용한 절삭력 측정과 공구형상 설계에 관한 연구는 활발히 진행되고 있으나 이는 가공 조건에 유의한 영향을 미치는 인자들에 대한 정량적인 데이터를 제시하고 있지 못하는 실정이다. 엔드밀 가공은 슬롯, 포켓 및 표면가공 등 다양한 형상의 정삭가공에 유용하게 사용되어 현재 여러 산업분야에 걸쳐 널리 이용되고 있다.

최근 효과적인 최적화 방법으로 주목 받고 있는 반응표

면법(Response Surface Methodology : RSM)⁽¹⁾은 통계적인 근사 기법으로써 여러 설계변수가 복합적인 작용을 하여 어떤 시스템의 응답을 생성할 때 이들의 관계를 근사 다항식의 형태로 만든 뒤 이를 이용하여 최적화를 수행하는 방법이다. 또한 이 근사 다항식은 설계변수의 함수로써 설계공간내의 시스템 응답을 쉽게 예측할 수 있게 해줄 뿐만 아니라 제약조건을 가지는 실질적인 목적함수를 쉽게 만들 수 있어 최적화 수행에 필요한 계산 시간도 많이 단축할 수 있게 해준다. 하지만 설계 영역의 선택에 따라 최적화의 정도 및 실험의 반복 횟수가 달라지며, 설계변수가 많아지면 근사 다항식을 만들기 위해 수행되어야 하는 실험의 수가 증가하게 된다. Kline^(2,3)과 Sutherland⁽⁴⁾등이 엔드밀링에서 절삭력, 공구 변형 및 가공면 생성에 관해 연구하였다. Hong⁽⁵⁾의 엔드밀 가공에 있어서 제품의 정도에 영향을 미치는 스펀들의 3축 진동, 표면조도, 공구수명에 영향을 미치는 절삭온도를 반응치로 하여 제한조건을 고려한 특성함수를 제안하여 최적절삭조건 선정에 관한 연구를 수행하였다. 엔드밀 가공에 있어서의 가공조건은 현장에서 경험을 이용하여 가공을 하고 있는 실정이다.

따라서 본 논문에서는 Hong의 논문을 배경으로 가공 진행방향의 진동가속도를 이용하여 주축의 회전수, 테이블 이송속도, 축방향 절삭깊이, 반경방향 절삭깊이를 설계변수로 선정하고 반응표면법을 이용하여 설계변수와 진동가속도레벨(Vibration Acceleration Level : VAL) 응답에 대한 관측 자료로부터 근사 다항식을 만들어서 실질적인 목적함수를

† 동아대학교 기계공학부
E-mail : cwahn@dau.ac.kr
Tel : (051) 200-7643, Fax : (051) 200-7656
* 한국전기연구원
** 동아대학교 기계공학부 대학원

제시하였다. Hong의 논문에서 나온 최적가공조건일 때의 최적값 보다 더 개선된 최적가공조건을 구하였다.



Fig. 1 Schematic diagram of experiment

2. 실험장치 및 방법

이 실험에 사용한 수직형 머시닝센터는 주축의 회전수는 최고 3,600 rpm, 공구 이송속도는 5,000 mm/min이다. Fig. 1은 수직형 머시닝센터의 스핀들축에 3축 가속도센서를 부착한 사진이며, 절삭공구는 $\phi 10$ 의 고속도공구강 4날 엔드밀을 사용하였다. 그리고 실험에 사용한 재료는 일반 기계 구조용 탄소강인 SM45C를 $40 \times 30 \times 30$ mm로 일정하게 가공하여 사용하였으며, 절삭깊이를 일정하게 하기 위하여 평면도가 0.01 mm 이하가 되도록 평면 연마하였다.

엔드밀의 평면가공에서 가공방향은 시험편의 가로방향 30 mm를 기준으로 습식 측면 가공하였다. Fig. 2에는 3축 가속도센서를 이용한 가공 시 발생하는 진동을 측정하는 개략도를 나타내고 있으며 머시닝 센터의 스핀들 축에 가속도센서를 부착하여 FFT로 X, Y, Z축의 진동가속도(rms) 스펙트럼을 측정하였다. 주파수 범위는 1.6 kHz, 주파수 분해능은 0.25 Hz로 하였다.

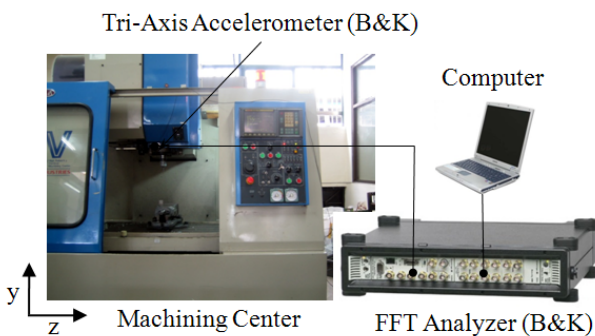


Fig. 2 Schematic diagram of experiment

3. 반응표면법

3.1 반응표면법의 개념

반응표면법은 여러 개의 설계변수 x_1, x_2, \dots, x_k 가 복합

적인 작용을 하여 어떤 반응변수 η 에 영향을 주고 있을 때, 이러한 반응의 변화가 이루는 반응표면에 대한 통계적인 분석방법을 말한다. 즉, 임의의 시스템으로부터 관측된 자료를 근거로 실제 응답과 k 개의 설계변수들 사이의 인과 관계를 규명하게 된다. 여기서, 설계변수는 반응에 영향을 주는 독립변수 또는 인자를 말하고, 반응변수는 설계변수의 영향을 받아서 어떤 반응을 나타내는 종속변수를 말한다. 설계변수에 대응되는 응답 또는 출력값은 일반적으로 실제 실험이나 컴퓨터에 의한 해석으로 얻어지게 된다. k 개의 설계변수에 대한 실제응답 η 는 식 (1)과 같이 표현할 수 있다.

$$\eta = F(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (1)$$

실제로 식 (1)과 같은 반응함수 F 는 미지의 함수로 취급되며, 설사 알려져 있다 하더라도 매우 복잡한 함수의 형태로 표현되거나 나타내기가 매우 어려워진다. 따라서 반응함수로 가정되는 간편하고 실용적인 반응표면모형은 k 개의 설계변수에 대한 중회귀모형(Multiple regression model)으로 나타내며, 이 가정은 실험자가 흥미를 가지고 있는 설계영역에서만 만족하면 된다. 대부분의 경우에 실제 응답함수 F 의 근사함수인 y 는 Taylor 급수 전개를 기본으로 하여 1차 또는 2차의 다항식 모형으로 나타낼 수 있게 된다. 여기서 2차 다항식 모형은 다양한 함수의 모양을 표현할 수 있을 뿐만 아니라 근사 다항식의 계수를 쉽게 구할 수 있으며, 상당히 많은 연구에 의하여 그 유효성이 검증되어 있다. 그러나 3차이상의 고차 다항식을 반응표면 모델로 가정한다면 근사 다항식의 계수를 추정하기 위한 실험수가 많아지며, 반응표면 모델의 비선형성이 증가하게 되어 효과적인 최적설계를 수행할 수 없게 된다. 따라서 실제 응답함수 F 와 2차 근사함수의 관계는 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$y = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j + \sum_{j=1}^k \beta_j x_j^2 + \sum_{i \neq j} \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \quad (2)$$

여기서 변수 x_1, x_2, \dots, x_k 는 설계변수, β 는 회귀계수, ϵ 은 응답의 통계적인 오차항으로 평균이 0이고 분산 σ^2 을 가지는 정규분포로 가정한다.

따라서 식 (2)의 근사함수로부터 n 개의 실제 관측한 자료에서 추정한 출력값 y 는 행렬의 형태로서 식 (3)과 같이 정리된다.

$$y = X\beta + \epsilon \quad (3)$$

여기서 X 는 설계변수의 행렬, β 는 회귀계수의 벡터, ϵ 은 임의의 오차 벡터이다.

한편 식 (3)에서 회귀계수 벡터는 임의의 오차의 제곱합

을 최소로 하는 최소자승법을 이용하여 추정한다. 최소자승 함수는 식 (4)와 같다.

$$L = \sum_i^n \epsilon^2 = \epsilon' \epsilon = (y - X\beta)'(y - X\beta) \quad (4)$$

추정된 벡터 b 는 식 (5)를 만족해야 하며, 그 값은 식 (6)과 같이 표현할 수 있다. 또한 추정된 벡터 b 에 의하여 추정된 근사함수 \hat{y} 은 식 (7)과 같다.

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} b = -2X'y + 2X'Xb = 0 \quad (5)$$

$$b = (X'X)^{-1}X'y \quad (6)$$

$$\hat{y} = Xb \quad (7)$$

여기서 행렬 X' 은 행렬 X 의 전치행렬이다. Fig. 3은 반응표면법에 대한 개념을 나타낸다.

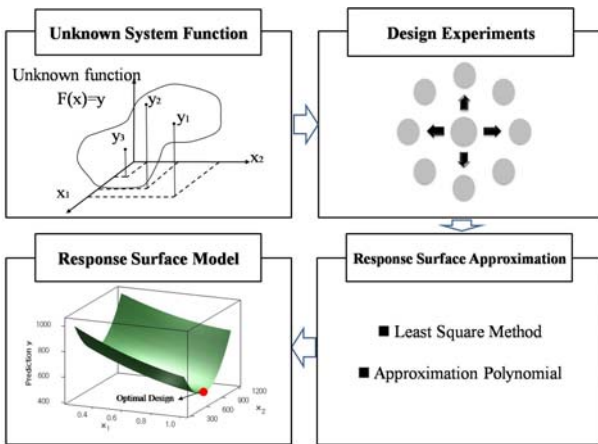


Fig. 3 Response surface methodology

3.2 설계변수 및 직교배열표

주어진 설계영역 안에서 설계변수와 반응값 사이의 관계식을 구하기 위한 실험계획법으로 3수준의 혼합설계수준을 사용하여 보다 적은 횟수의 실험으로 반응곡면을 추정할 수 있다.

Table 1 Design variable and level

| Factor | Level | | |
|---------------------------------|-------|-------|------|
| | 1 | 2 | 3 |
| Radial depth of cut(mm, A_e) | 0.25 | 0.625 | 1 |
| Axial depth of cut(mm, A_p) | 2 | 6 | 8 |
| Spindle speed(rpm, N) | 300 | 750 | 1200 |
| Feed rate(mm/min, V_f) | 80 | 200 | 320 |

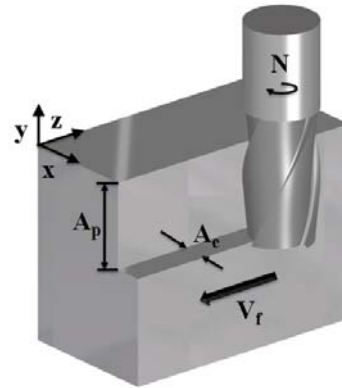


Fig. 4 Design variable

스핀들 축의 회전수(N), 이송속도(V_f), 축방향(A_e) 절삭깊이, 반경방향(A_p) 절삭깊이를 설계변수로 선정하고 상향절삭을 기본으로 하였고 습식절삭을 하였다. Table 1은 설계변수의 수준 값과 Table 2는 진동가속도레벨을 식 (8)를 사용하여 데시벨로 환산하여 혼합직교배열표와 함께 나타내었다. 식 (8)에서 a , a_0 는 측정가속도 값과 기준가속도 값 (mm/s^2)을 나타낸다. Fig. 4는 엔드밀 가공에 있어서 인자인 설계변수를 나타낸다.

$$VAL = 20 \log \frac{a}{a_0} \quad (8)$$

Table 2 Table of mixed orthogonal array $L_{18}(2^1 \times 3^7)$

| | A_e (mm) | A_p (mm) | N (rpm) | V_f (mm/min) | VAL_X (dB) | VAL_Y (dB) | VAL_Z (dB) |
|----|---------------|---------------|--------------|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | 0.25 | 2 | 300 | 80 | 103 | 108 | 107 |
| 2 | 0.25 | 5 | 750 | 200 | 106 | 108 | 110 |
| 3 | 0.25 | 8 | 1200 | 320 | 108 | 110 | 116 |
| 4 | 0.63 | 2 | 300 | 200 | 104 | 109 | 112 |
| 5 | 0.63 | 5 | 750 | 320 | 105 | 109 | 116 |
| 6 | 0.63 | 8 | 1200 | 80 | 107 | 110 | 117 |
| 7 | 1 | 2 | 750 | 80 | 104 | 109 | 111 |
| 8 | 1 | 5 | 1200 | 200 | 107 | 112 | 121 |
| 9 | 1 | 8 | 300 | 320 | 109 | 112 | 118 |
| 10 | 0.25 | 2 | 1200 | 320 | 106 | 109 | 111 |
| 11 | 0.25 | 5 | 300 | 80 | 106 | 109 | 107 |
| 12 | 0.25 | 8 | 750 | 200 | 105 | 108 | 110 |
| 13 | 0.63 | 2 | 750 | 320 | 105 | 110 | 114 |
| 14 | 0.63 | 5 | 1200 | 80 | 107 | 109 | 115 |
| 15 | 0.63 | 8 | 300 | 200 | 106 | 108 | 113 |
| 16 | 1 | 2 | 1200 | 200 | 107 | 111 | 117 |
| 17 | 1 | 5 | 300 | 320 | 109 | 112 | 119 |
| 18 | 1 | 8 | 750 | 80 | 108 | 108 | 114 |

4. 결과 및 고찰

4.1 분산분석

Table 3의 분산분석 결과를 보면 반경방향 절삭깊이, 주축의 회전수, 이동속도, 축방향의 절삭깊이 등의 순으로 Z축 방향의 진동가속도레벨에 많은 영향을 미치고 있다. 모든 인자들이 가공에 있어서 유의한 인자임을 알 수 있다.

Table 3 ANOVA for Z axis VAL

| Factor | S | η^2 | V | F_0 | P |
|---------------------|---------|----------|--------|-------|-------|
| Radial depth of cut | 128.722 | 2 | 64.361 | 48.96 | 0 |
| Axial depth of cut | 29.307 | 2 | 14.654 | 11.15 | 0.004 |
| Spindle speed | 53.231 | 2 | 26.615 | 20.25 | 0 |
| Feed rate | 42.122 | 2 | 21.061 | 16.02 | 0.001 |
| Error | 11.832 | 9 | 1.315 | | |
| Total | | 17 | | | |

4.2 평균분석

Fig. 5에는 특성치인 Z축 방향의 진동가속도레벨에 대한 평균의 주효과를 나타내었으며 반경방향 절삭깊이, 이동속도, 주축의 회전수, 축방향의 절삭깊이 순으로 많은 영향을 미치고 있다. 이는 Z축 방향의 진동가속도레벨은 스피들의 주분력으로서 주축의 회전수와 절삭깊이의 증가에 따른 절삭저항의 증가로 인하여 진동가속도레벨의 변화가 크게 나타나고 있으며, 또한 엔드밀의 가공에 있어서 공구이송방향 즉, 절삭방향과 일치하고 있으므로 엔드밀의 공구 절삭날과 피삭재와의 접촉저항, 절삭된 칩의 배출에 있어서의 간섭으로 인하여 진동가속도레벨이 크게 나타나는 것을 알 수 있다.

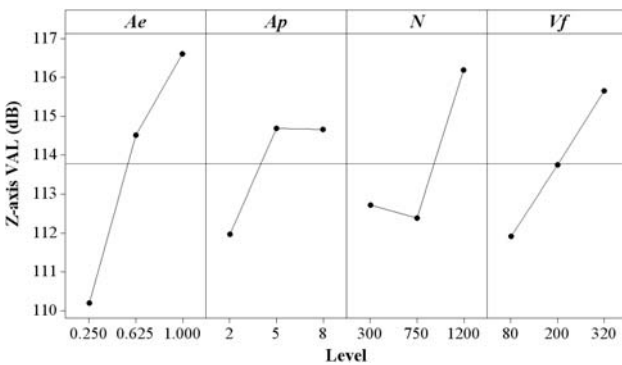


Fig. 5 Illustration of factor effect for Z-axis VAL

4.3 반응표면법의 결과

실험계획법을 통해 얻은 결과를 바탕으로 X, Y, Z의 결과를 통해서 Table 2에서 보는 것과 같이 X축과 Y축의 결과값이 Z축 진행방향의 값보다 작다는 것을 알 수 있다. 그리고 식 (3)~(7)을 적용하여 Z축 값을 근사화하는 2차 근사

다항식을 식 (9)에 나타내었다.

$$VAL_Z = 105 + 11A_e + 0.59A_p - 1.39E^{-2}N + 1.17E^{-2}V_f \quad (9) \\ - 6.94A_e^2 - 0.11A_p^2 + 8.14E^{-6}N^2 - 5.08E^{-6}A_eA_p \\ + 0.33A_eA_p + 4.00E^{-3}A_eN + 1.13E^{-2}A_pV_f \\ + 8.01E^{-4}A_pN + 7.90E^{-4}A_pV_f$$

이 근사 다항식들이 얼마만큼의 정확성을 가지는지를 분석하기 위해서 실험을 통해서 얻어진 값과 근사 다항식을 통해 얻어지는 값 사이에 어느 정도의 근사 오차의 정도를 나타내는 R^2 (결정계수), $adjust R^2$ (수정결정계수)는 식 (10), (11)과 같다.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad (10)$$

$$adjust R^2 = 1 - \frac{SSE/(N-k)}{SST/(N-1)} \quad (11)$$

여기서, N 은 총 실험 횟수, k 는 설계변수의 개수를 나타내며, SST 와 SSR 그리고 SSE 는 다음과 같다.

$$SST = \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y})^2 \quad (12)$$

$$SSR = \sum_{u=1}^N (\hat{y}_u - \bar{y})^2 \quad (13)$$

$$SSE = \sum_{u=1}^N (y_u - \hat{y})^2 \quad (14)$$

여기서 y 는 실제 반응값, \bar{y} 는 실제 반응값들의 평균, \hat{y} 은 근사 다항식에 의한 추정된 반응값이다. R^2 와 $adjust R^2$ 는 0과 1사이의 값을 가지며, 1에 가까울수록 근사화가 잘 되었음을 의미한다. Z축값의 $adjust R^2$ 는 98 %로 나타났다. 위의 식을 이용하여 최적설계를 수행하기 위해 설계변수와 Z축의 방향 진동가속도를 데시벨로 환산한 값을 나타내는 2차 근사 다항식을 목적함수로 정의하고 절삭가공의 최적설계의 문제를 정식화로 표시하면 식 (15)과 같다.

Minimize :

$$F_Z(x) = VAL_Z \leq 109.60 \quad (15)$$

$$0.25 \leq A_e \leq 1$$

$$2 \leq A_p \leq 8$$

$$300 \leq N \leq 1200$$

$$80 \leq V_f \leq 320$$

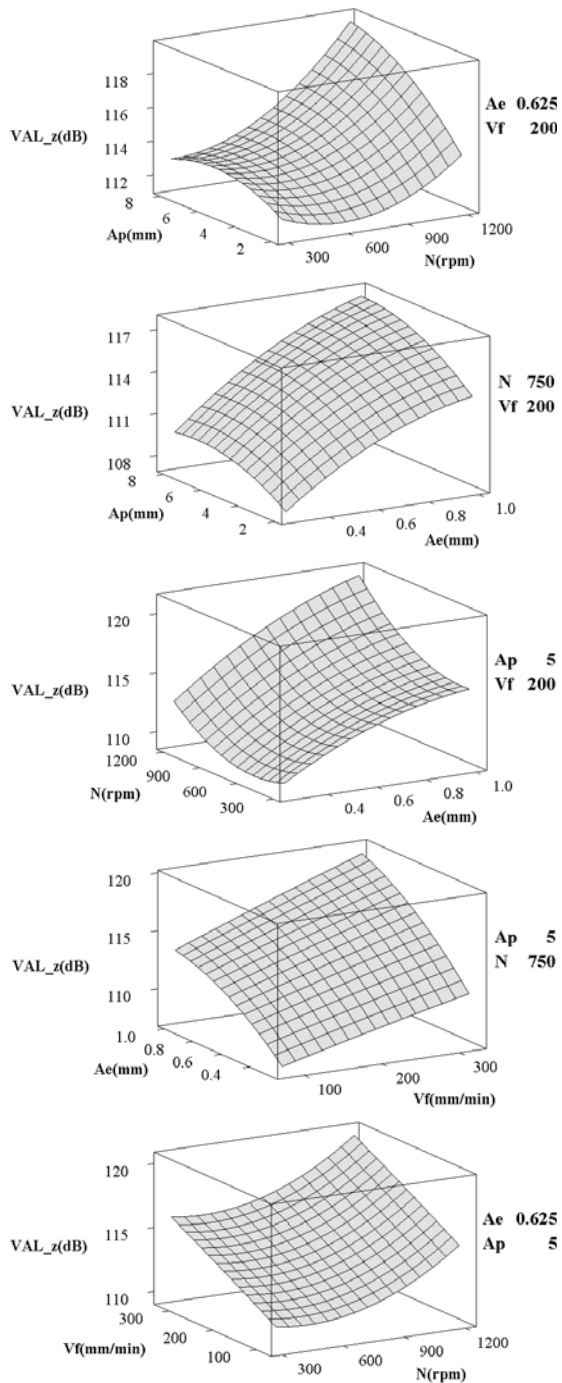


Fig. 6 Response surface of Z-axis VAL according to N and V_f

Table 4 Optimum solution comparison of reference and optimum model

| Factor | Model | Reference | Optimum |
|---------------------------------|-------|-----------|---------|
| Radial depth of cut(mm, A_e) | | 0.25 | 0.25 |
| Axial depth of cut(mm, A_p) | | 2 | 2 |
| Spindle speed(rpm, N) | | 600 | 760 |
| Feed rate(mm/min, V_f) | | 240 | 80 |
| Z-axis VAL(dB, VAL_z) | | 109.60 | 107.53 |

Fig. 6는 주축의 회전수와 테이블의 이송속도에 따른 Z축 값에 대한 반응표면을 나타내었다. 식 (15)에서 목적함수의 제한 값과 Table 4의 reference는 Hong의 논문에서의 최적조건을 확인 실험한 결과이다. 최적가공조건에 대한 Z축의 진동가속도레벨 값은 선행연구결과에 비하여 2% 향상된 결과를 얻을 수 있었다. 본 연구를 통해서 구한 각 인자별 최적수준은 반경방향 절삭깊이(A_e) 0.25 mm, 축방향 절삭깊이(A_p) 2 mm, 회전수(N) 760 rpm, 이송속도(V_f) 80 mm/min로 나타났다.

4. 결론

본 논문에서는 고속도강 엔드밀을 이용한 피삭재의 엔드밀 가공에 있어서 스피들의 가공 진행방향의 진동가속도레벨을 이용하여 주축의 회전수, 이송속도, 축방향, 반경방향 절삭깊이를 설계변수로 선정하고 반응표면법을 이용하여 설계변수와 진동가속도레벨 응답에 대한 관측 자료로부터 근사 다항식을 만들어서 제약조건을 가지는 실질적인 목적함수를 제시하였다. 그리고 최적설계 문제로 정식화하여 Hong의 논문의 최적가공조건보다 개선된 최적가공조건을 구하였다. 측벽 엔드밀 가공에 있어서 반응표면법을 이용한 각 인자별 최적수준은 반경방향 절삭깊이(0.25 mm), 축방향 절삭깊이(2 mm), 회전수(760 rpm), 이송속도(80 mm/min)로 나타났다. 최적가공조건에 대한 Z축 값은 선행연구결과에 비하여 2% 향상된 결과를 얻을 수 있었다.

참고 문헌

- (1) D. K. Hong, B. C. Woo, and D. H. Kang, 2006, "Optimal Geometric Design of Transverse Flux Linear Motor Using Response Surface Methodology," Trans. KIEE, Vol. 55B, No. 10, pp. 498~503.
- (2) Kline, W. A., DeVor, R. E., and Lindberg, 1982, "The Prediction of Cutting Forces in End Milling with Application to Cornering Cuts," Int. J. Mach. Tool Design Research, Vol. 22, pp. 7~22.
- (3) Kline, W. A., DeVor, R. E., and Shareef, I. A., 1982, "The prediction of Surface Accuracy in End Milling," Trans. ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 104, pp. 272~278.
- (4) Sutherland, J. W., and DeVor, R. E., 1986, "An Improved Method for Cutting Force and Surface Error Prediction in Flexible End Milling Systems," Trans. ASME, J. of Eng. for Ind., Vol. 108, pp. 269~279.
- (5) D. K. Hong, D. Y. Kim, and C. W. Ahn, 2004, "The Study on the Optimal Working Condition for Vibration, Surface Roughness and Cutting Temperature in End Milling," Trans. KSNVE, Vol. 14, No. 12, pp. 1322~1329.