

수치해석을 통한 충격 시 접시 스프링의 비선형 특성 고찰

Non-linearity characteristics consideration of the Disc Spring under Shock using Numerical Analysis

방승우*이해진* 권오철*·이정윤***·오재응†

Seung-Woo Bang, Hae-Jin Lee, O-Cheol Kwon, Jung-Youn Lee and Jae-Eung Oh

Key Words : Disc spring(접시 스프링), nonlinear-vibration-equation(비선형 진동방정식), Runge-Kutta method(룬지-쿠타)

ABSTRACT

General coil spring has linearity. However, disc spring has non-linearity so that using this non-linearity disc spring can be designed to do shock-absorbing in cases we need because shock response also has non-linearity. By changing the shape and stacking number, it is satisfactory with response of displacement, velocity and acceleration. Conventionally, disc spring was used to control the vibration against huge load and limited space. However, it is limitedly used because of difficulty of the designing guidance. Therefore, disc spring is needed to study further in order to apply it widely. Response of disc spring is compared to response of coil spring by changing ho/t ratio with computer simulation and the usage of disc spring is increased through analysis of effect of design factors. The purpose of this paper is that the shock response of disc spring is calculated through numerical simulation and effect of ho/t and stiffness is analyzed to broad usage so that design factor of disc spring is presented.

기호설명

De = outer diameter
Di = inner diameter
lo = spring height
Fc = load at flat position
t = thickness
z = relation displacement
E = Young's Modulus

1. 서론

스프링이라 하면 일반적으로 선형성이 보장되는 coil 스프링을 말한다. 여기서 선형성이 보장된다는 것은 입력값이 system(스프링)을 통과하여도 그 출력을 예상할 수 있다는 것을 뜻한다. 비선형성을 지닌 접시 스프링은 2차, 3차의 강성계수를 가지고 있으며 진동방정식에 적용하여 수치적인 접근을 통해 그 응답을 구할 수가 있다.

접시 스프링은 선형성을 지닌 일반 Coil 스프링 달리 비선형성을 지니고 있으며 이런 비선형성 특성을 이용하면 충격에 대한 완충효과를 요구사항에 맞게 변화시킬 수 있다.

즉, 충격에 대한 응답 또한 비선형성 특성을

가지게 되는 것으로 접시 스프링의 형상 및 적층 개수를 변화시킴으로써 응답 변위, 가속도, 속도를 요구 수준으로 맞출 수 있다.

기존의 접시 스프링은 좁은 공간의 큰 하중에 대한 진동 절연 역할이 주가 되고 가이드 제작의 불편함 때문에 사용대역이 좁아지게 되는 한계를 가지고 있었다. 따라서 접시 스프링의 사용대역을 넓히기 위해서는 좀더 세심한 연구가 필요할 것이다.

따라서 시뮬레이션을 통한 ho/t 비(높이와 두께의 비)에 따른 응답, 충격 시 선형 스프링과 접시 스프링의 응답 비교와 접시 스프링 설계 인자에 대한 영향도 분석을 통하여 접시 스프링의 활용도를 높일 수 있다.

본 연구에서는 충격에 대한 접시 스프링의 비선형성 응답을 수치해석에 의해 구하고 ho/t 비와 강성항의 영향도 분석 수행을 통하여 접시 스프링의 사용대역을 높이고 사용 목적에 맞는 접시 스프링 형상 설계 방안을 제시하는데 그 목적이 있다.

2. 이론

Fig. 1의 바닥 가진에 대한 1자유도 진동 방정식은 다음과 같다.

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (1)$$

† 한양대학교 기계공학부

E-mail : jeoh@hanyang.ac.kr

Tel : (02) 2294-8294, Fax : (02) 2299-3153

* 한양대학교 대학원 기계공학과

** 경기대학교 기계시스템디자인공학부

여기서 m 은 질량, c 는 댐핑 계수, k 는 강성이 다. 상대변위 $z = x - y$ 로 치환하면 (1)식은 다음과 같이 된다.

$$\therefore m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{y} \quad (2)$$

접시 스프링에 대한 식은 다음(참고문헌 (2))과 같다.

$$F = \frac{4E}{1-\mu^2} \frac{zt^3}{K_1 D_e^2} \left[\left(\frac{h_0}{t} - \frac{z}{t} \right) \left(\frac{h_0}{t} - 0.5 \frac{z}{t} \right) + 1 \right] \quad (3)$$

$$K_1 = \frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{\delta-1}{\delta} \right)^2}{\frac{\delta+1}{\delta-1} - \frac{2}{\ln \delta}}, \quad \delta = \frac{D_e}{D_i} \quad (4)$$

$$F_c = \frac{4E}{1-\mu^2} \frac{zt^3}{K_1 D_e^2}, \quad (z = h_0) \quad (5)$$

$$E = 30.0 \times 10^6 \text{ PSI}, \quad \mu = 0.30$$

(4)식과 (8)식을 적용하여 접시 스프링이 적용된 1 자유도 진동방정식을 표현하면 다음과 같다.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + F_c \cdot \left[\left(\frac{h_0}{t^2} + \frac{1}{h_0} \right) \cdot z - \left(\frac{1.5}{t^2} \right) \cdot z^2 + \left(\frac{1}{2h_0 t^2} \right) \cdot z^3 \right] = m\ddot{y} \quad (6)$$

여기서 F_c 는 접시 스프링이 100%로 평평해질 때의 힘이다.

선형성을 지닐 경우 정적 처짐이 선형적이므로 (6)식에 영향을 주지 않지만 비선형성일 경우 정적 처짐 또한 비선형성을 지니게 되므로 정적 처짐을 고려한 1 자유도 진동방정식으로 표현하면 다음과 같은 비선형성 진동 방정식으로 정형화 할 수 있다.

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + \left[F_c \cdot \left(\frac{h_0}{t^2} + \frac{1}{h_0} - \frac{1.5}{t^2} \times 2\delta_s + 3\delta_s^2 \right) \cdot z - \left(\frac{1.5}{t^2} - 3\delta_s \right) \cdot z^2 + \left(\frac{1}{2h_0 t^2} \right) \cdot z^3 \right] = m\ddot{y} \quad (9)$$

여기서 δ_s : 정적 처짐이다.

완성된 (7)식을 Runge-Kutta method 를 이용하여 수치적 해를 구한다.

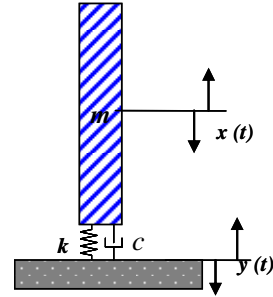


Fig. 1 Free body diagram of 1-DOF model of Base excitation

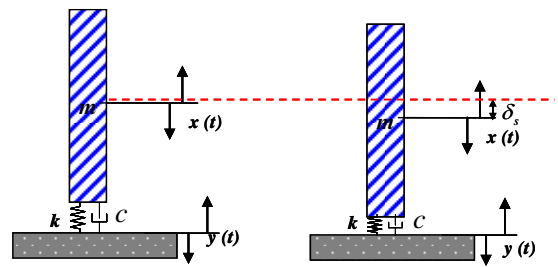


Fig. 2 Free body diagram of consideration of static deflection

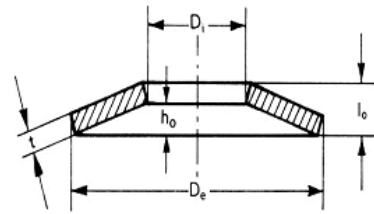


Fig. 3 Conventional shape of a Disc spring

3. Simulation 및 고찰

3.1 선형 스프링 49개 적층 시 시뮬레이션(충격시)

해석에 적용한 외부 입력은 Double half sinepulse 를 사용하였으며 바닥 가진이다. 입력에 대한 결과로써 상대변위와 충격가속도를 구하였으며 접시 스프링의 적층 개수와 형상에 대한 상대변위와 충격가속도의 변화를 살펴보았다.

시뮬레이션에 적용된 접시 스프링의 제원을 Fig. 3 과 Table 1 에 나타내었고 Table 2 에 질량, 강성, 댐핑 계수를 나타내었다. 충격은 NATO 충격 조건인 BV043 을 기준으로 하였으며 Fig. 4 및 Table 3 에 제원을 나타내었다.

접시 스프링은 허용변위가 h_0 에 의해서 결정되며 접시 스프링 단품이 질량에 의한 정적 처짐을

견딜 수 있는가가 가장 큰 설계 변수이다. 따라서 이 모든 조건에 만족하는 조건을 기준으로 접시 스프링의 특성을 살펴보고 그 다음으로 설계 인자의 변화를 통하여 설계변수의 영향도 분석을 수행한다. 해석에 적용한 제약 공간을 210mm로 하였으며 제약 공간 안에서 적층 가능한 접시 스프링 개수를 정하여 최적의 접시 스프링 설계를 수행하였다.

Table 1 Specification of Disc spring

Spec.	Ho(mm)	Fc(N)	t(mm)	Di(mm)	De(mm)
value	1.75	8904	2.50	31	63

Table 2 Parameters of 1-DOF system

	M(mass)	C(Damping factor)
value	660kg	0.03

Table 3 Parameters of Shock Input

	a1	a2	t1(ms)	t2(ms)
value	700	-464.2	8.97	13.53

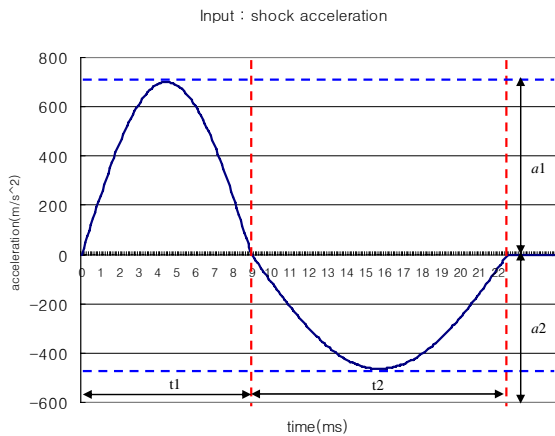


Fig. 4 Shock Input : Double half sine pulse

접시 스프링의 1 차 강성항만 존재하는 선형 스프링으로 모든 해석 조건은 동일하다.

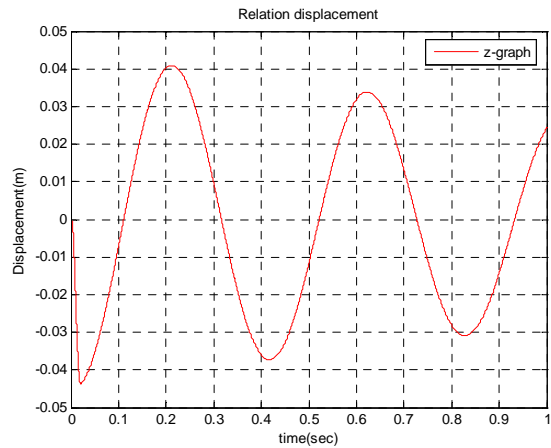


Fig. 5 Response of Relation-Displacement

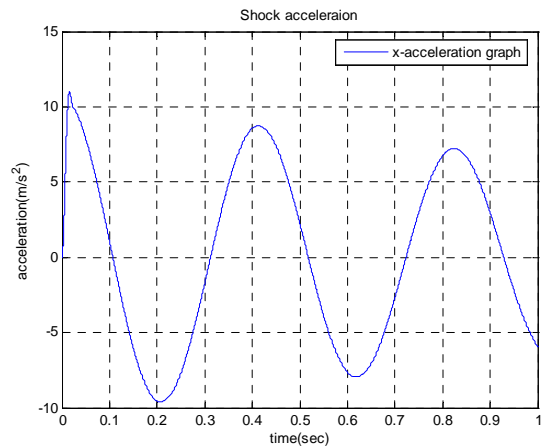


Fig. 6 Response of Shock-Acceleration

3.2 접시 스프링 49 개 적층 시 시뮬레이션(충격 시)

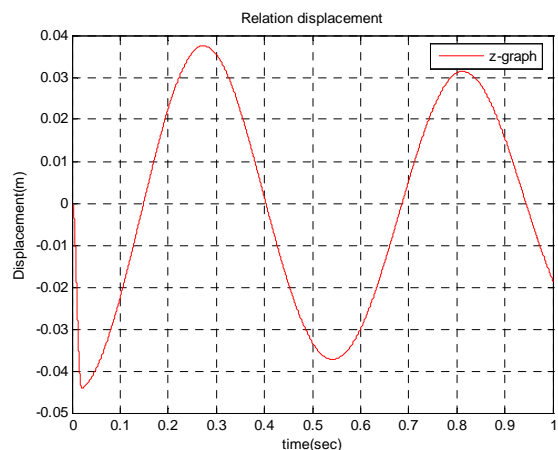


Fig. 7 Response of Relation-Displacement

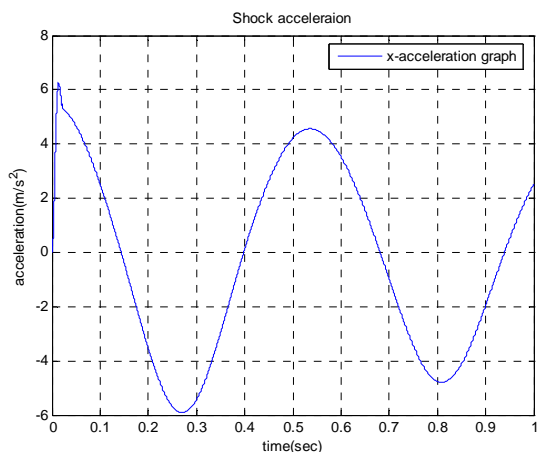


Fig. 8 Response of Shock-Acceleration

비선형성인 접시 스프링의 경우 선형 스프링보다 강성이 증가함으로써 고유진동수가 증가하고 응답 변위가 감소하는 반면 응답 충격 가속도가 증가하는 결과를 보였다.

3.3 ho/t 비에 따른 다른 영향도 분석

ho/t 비 따른 접시 스프링의 응답 특성을 분석하였다. ho/t 의 경우 접시 스프링의 힘-처짐 특성 곡선으로 나타내어진다. 일반적으로 접시 스프링은 ho/t 비가 약 0.4 일 때 선형성을 보이며 그 이상의 값을 가지면서 비선형성을 지니게 된다. 본 연구에서 적용하는 접시 스프링의 경우 $ho/t = 0.7$, $ho/t = 1.417$, $ho/t = 1.9$ 이며 다음과 같은 힘-처짐 특성 곡선을 가지게 된다.

(1) ho/t 비에 따른 힘-처짐 특성 곡선

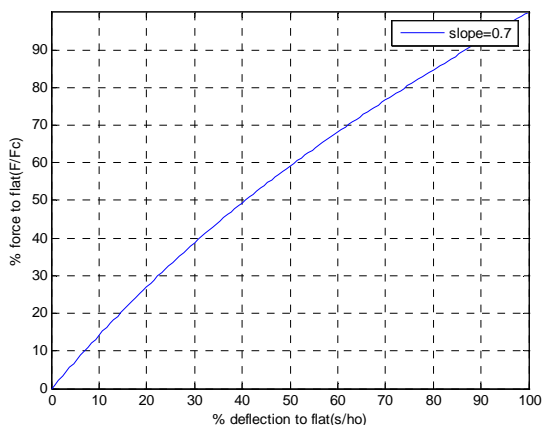


Fig. 9 Deflection in % of h ($ho/t=0.7$, $ho=1.75mm$, $t=2.5mm$, stacks of 49 springs)

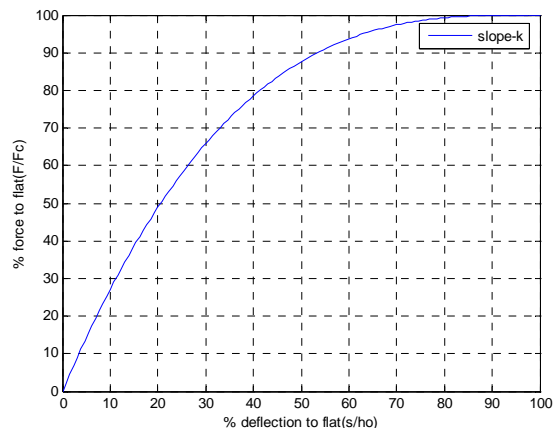


Fig. 10 Deflection in % of h ($ho/t=1.417$, $ho=3.4mm$, $t=2.4mm$, stacks of 36 springs)

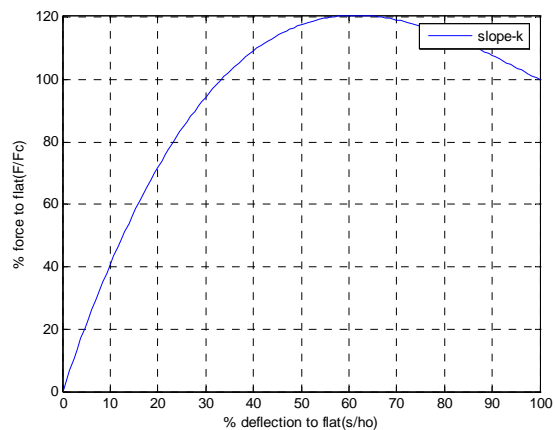


Fig. 11 Deflection in % of h ($ho/t = 1.9$, $ho=3.8mm$, $t=2mm$, stacks of 36 springs)

(2) ho/t 비에 따른 응답 결과

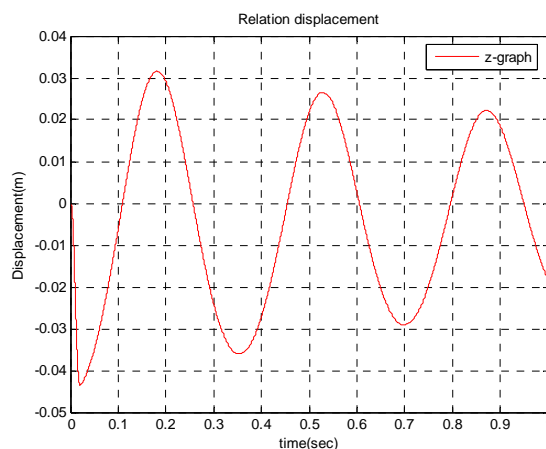


Fig. 12 Response of Relation-Displacement ($ho/t=1.417$, $ho=3.4mm$, $t=2.4mm$, stacks of 36 springs)

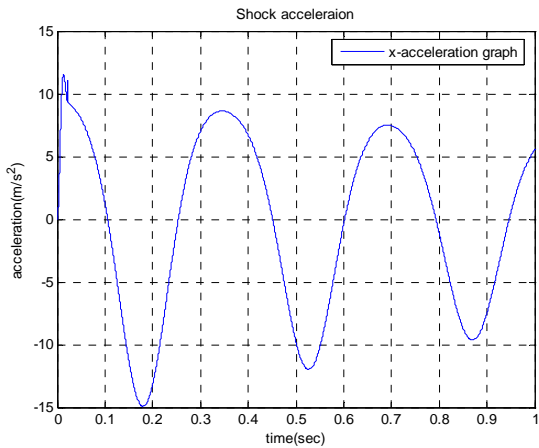


Fig. 13 Response of Shock-Acceleration ($h_o/t=1.9$, $h_o=3.8\text{mm}$, $t=2\text{mm}$, stacks of 36 springs)

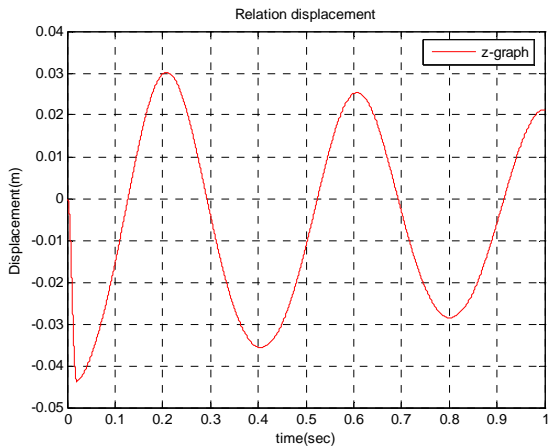


Fig. 14 Response of Relation-Displacement

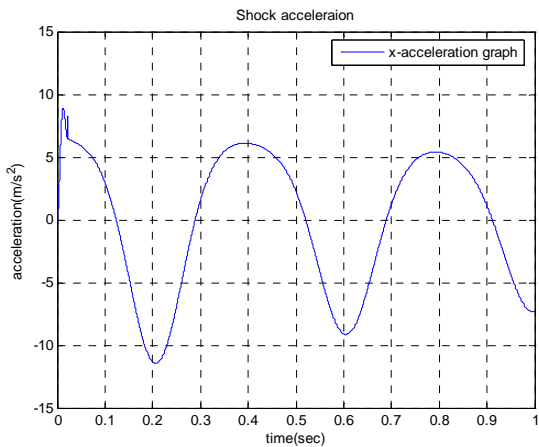


Fig. 15 Response of Shock-Acceleration

각 case 별 최대 허용 하중은 다음과 같다.

Table 4 Specification of Disc spring

	$h_o/t=0.7$	$h_o/t=1.417$	$h_o/t=1.9$
F_c	8903.6N	15305N	9898.8N

강성이 강해지면서 변위는 감소하나 충격 가속도가 증가함을 알 수 있다.

3.4 설계 인자 변화에 따른 영향도 분석

접시 스프링의 강성항은 1 차, 2 차 그리고 3 차 항이 존재하게 된다. 각 강성항에 영향을 주는 설계 인자로 h_o 와 δ_s 그리고 t 가 존재하며 강성항의 영향도를 분석함으로써 49 개 적층 시 충격에 대한 접시 스프링의 비선형성 특성을 알아보았다.

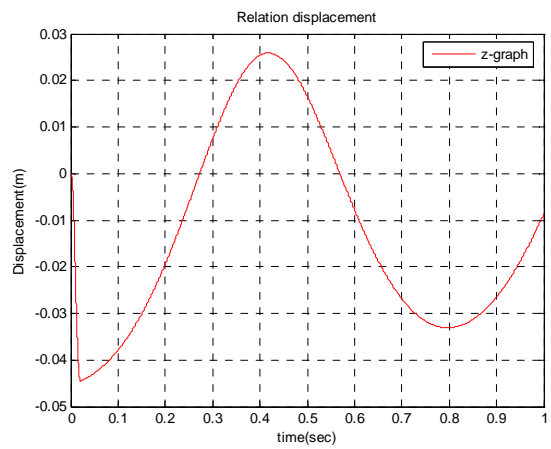


Fig. 16 Result of stiffness effect (1th+2nd)

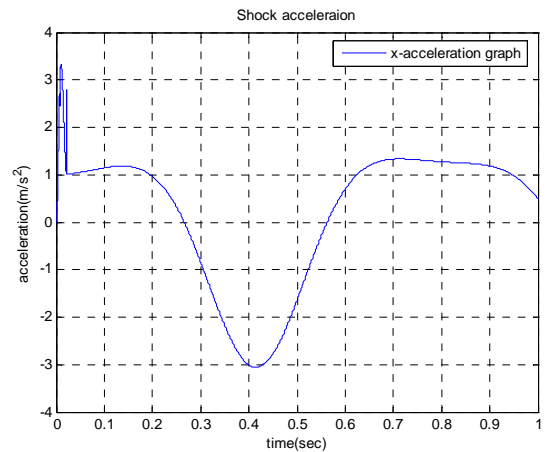


Fig. 17 Result of stiffness effect (1th+2nd)

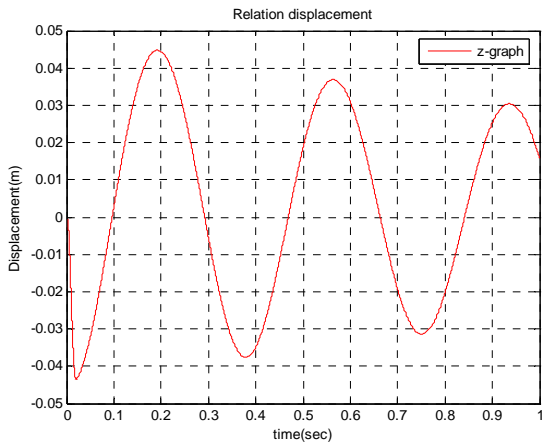


Fig. 18 Result of stiffness effect (1th+3rd)

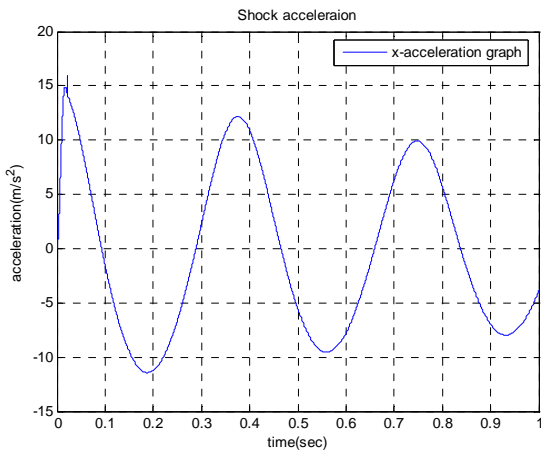


Fig. 19 Result of stiffness effect (1th+3rd)

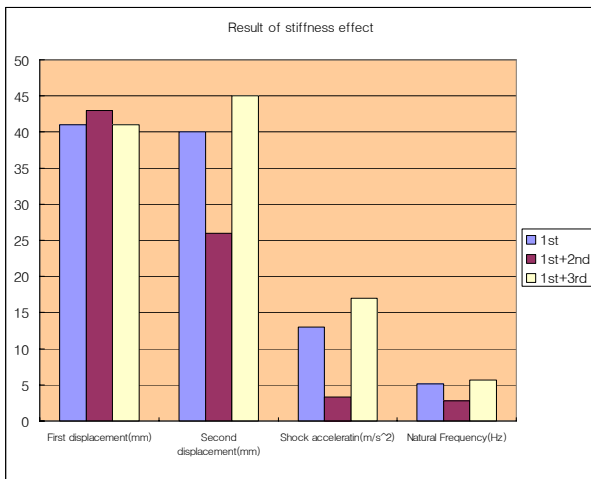


Fig. 20 Result of stiffness effect

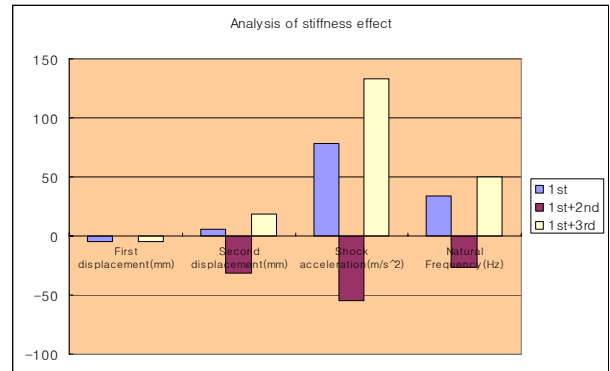


Fig 21. Analysis of stiffness effect

4. 결론

본 연구를 통해 충격에 대한 접시 스프링의 응답과 ho/t 의 비에 따른 응답 특성을 분석하였으며 각 1차, 2차, 3차 강성항의 응답에 미치는 영향을 분석함으로써 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 접시 스프링의 1차 강성항만을 고려할 경우 2차와 3차를 고려했을 때보다 등가 강성값의 감소에 의해 고유 진동수와 변위는 감소하고 충격 가속도값은 증가를 가져왔다.

(2) ho/t 비가 선형값을 가지는 0.4에서 커짐에 따라 비선형성이 커지면서 변위와 충격 가속도값 모두가 감소하는 경향을 보였다. 단, 설계 공간의 제약을 두었기 때문에 적층 개수는 각각 49개와 36개이다.

(3) 2차 강성항의 경우 식 (9)에서도 볼 수 있듯이 등가 강성의 감소를 가져오는 역할을 한다.

(4) 1차만 존재하는 선형과 비교했을 경우 변위의 영향보다는 가속도와 고유진동수가 증가함을 볼 수 있으며 이를 통해 2차, 3차 강성항은 등가 강성을 감소시킨다는 것을 알 수 있다.

참고문헌

다음의 양식을 참고하셔서 작성해 주시기 바랍니다.

- (1) Daniel J. Inman, "Engineering Vibration", Prentice Hall
- (2) KEY BELLEVILLES. INC, "Engineering Handbook", KEY BELLEVILLES. INC
- (3) Robert L. Norton, "Machine Design", Prentice Hall
- (4) Monica Darfagni, "A Cad Program for the Automated Checkout and Design of Belleville Springs", Journal of Mechanical Design, September 2002, vol. 124