

# 모듈러 유닛 구조물의 사용성 향상을 위해 연결된 보의 처짐 제한을 위한 설계식 개발

## Design Equation of a Coupled Beam to Limit Deflection of Modular Unit Structures

박지훈† · 안석현\* · 조봉호\*\* · 이상현\*\*\*

Park, Ji-Hun, An, Seok-Hyun, Cho, Bong-Ho, Lee, Sang-Hyun

**Key Words** : coupled beam(연결된 보), deflection(처짐), 모듈러 유닛 구조물(modular unit structure)

### ABSTRACT

Design equations of coupling plates, which connects floor beam of the upper modular unit and overhead beam of the lower one in order to improve serviceability in vibration, are proposed. End conditions of the coupled beams is semi-rigid and the optimal location of the coupling plates are assumed. Rotational constraints for both ends of the coupling plate modeled with beam elements are released and flexibility method is applied to obtain deflection equations of the coupled beam. Proposed equations are defined using the flexibility of the coupling plate, of which size can be determined inversely. Based on numerical analysis, coefficients of the design equations are calibrated and the revised equations are verified to be useful in the design of the coupled beam.

### 1. 서론

공장에서 생산된 모듈러 유닛을 현장에서 운반, 조립하는 모듈러 건축은 구조재, 내외장재 및 설비 시스템이 모두 공장에서 제작되기 때문에 공기단축 및 건물의 품질향상이 용이하다는 장점이 있다. 특히 최근 들어서 재활용이 가능한 친환경 건축물에 대한 요구로 인해 다양한 형태의 건물로 적용 범위가 넓혀지고 있다 [1, 2]. 그러나 완성된 모듈이 운송 및 양중 과정에서 독립적으로 자중을 지지할 수 있어야 하기 때문에 공장에서 생산된 모듈러 유닛은 Fig. 1(a)에서 보는 바와 같이 천장 및 바닥에 모두 보가 설치된다. 따라서 모듈을 수직으로 쌓아서 다층 건물을 구성하는 경우 하부 모듈 천정보가 모듈 조립 후에 구조적 기능이 거의 없어지고 층고 및 하중만을 증가시켜 모듈러 구조의 경제적 장점이 반감된다. 그러나 상부 모듈의 바닥보와 하부 모듈의 천정보를 연결하여 합성작용을 통해 강성을 증가시킬 수 있다면 효과적으로 모듈러 건축물의 구조성능을 향상시킬 수 있다 [3]. Fig. 1(a)에서와 같이 수직 및 수평으로 배열된 모듈은 4개 모듈의 모서리가 모여서 상호

연결하기에 적절하다. 본 연구에서는 모듈러 구조물의 처짐 및 진동 성능 향상을 위해 모서리를 공유하는 4개 모듈의 보를 Fig. 1(b)와 같이 강판으로 연결함으로써 강성을 증대시킨 결합보 시스템을 대상으로 처짐을 목표치로 제한하기 위해 요구되는 연결재의 치수 산정식을 제안하고 수치 해석을 통해 제안식의 보정 및 검증을 수행하였다.

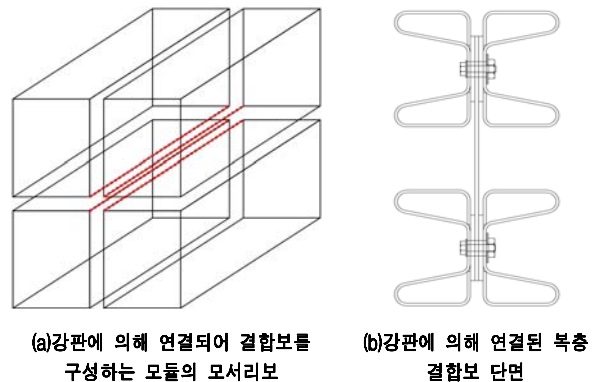


Fig. 1 모듈 연결도

### 2. 연결재의 설계식

#### 2.1 설계식 개념

연결재 설계식의 유도에 사용된 결합보 시스템의 역학적 모델은 Fig. 2와 같으며, 원래의 결합보 모델에서 연결재

† 인천대학교 건축공학과 전임강사  
E-mail : jhpark606@incheon.ac.kr  
Tel : (032) 770-8474

\* 인천대 건축공학과 석사과정

\*\* 포항산업과학연구원 강구조 연구소 책임연구원

\*\*\* 단국대 건축공학과 조교수

단부의 회전 구속을 해제하고 이를 보상하기 위한 모멘트를 보와 연결재에 재하시킨 모델을 사용하였다. 결합보의 단부조건은 반강접단부조건으로 가정하였으며 이를 표현하기 위한 단부 회전스프링의 강성은 다음과 같다.

$$k_c = \frac{738}{131} \frac{EI}{L} \quad (1)$$

또한 연결재 위치는 상기 반강접 조건에 대해 선행연구에서 밝혀진 최적 위치로서 Fig. 2 및 3에서  $a = 0.2L$ 이다.

결합보에 처짐을 발생시키는 하중은 Fig. 2(b)에서와 같은 중력하중과 Fig. 2(c)에 나타난 연결재 위치에 작용하는 모멘트로 분리되며, 각각에 대한 처짐을 합하여 전체 처짐을 얻게 된다. 상/하 보에 대한 자유물체도에 각각의 Fig. 2(a), (b), (c)에 대응되는 하중 및 처짐을 표시하면 각각 Fig. 3(a), (b), (c)와 같다.

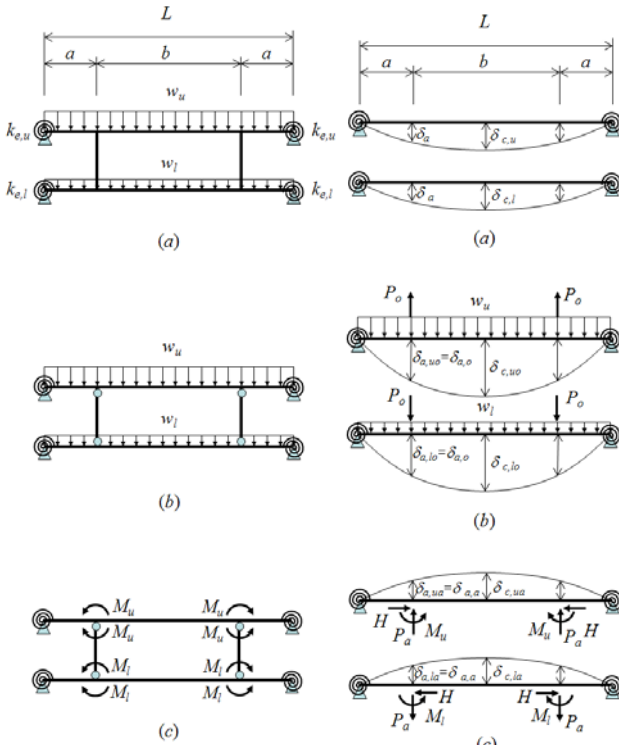


Fig. 2 연결재-보 접합부의 회전 구속을 해제한 결합보의 역학적 모델

- (a) 접합부 회전구속이 해제 되기전의 원모델 (a) 전체 처짐
- (b) 접합부 회전구속 해제 및 중력하중 작용 (b) 중력하중에 의한 처짐
- (c) 접합부 회전구속 해제 및 접합부 구속 모멘트 작용 (c) 연결재-접합부 모멘트에 의한 처짐

## 2.2 연결재 단부 구속이 해제된 결합보의 처짐

Fig. 2 (b)에서 분포하중 작용 시의 상/하 보 처짐은 분포하중 뿐만 아니라 연결재에 의해 상부보에서 하부보로 전달되는 집중하중  $P_o$ 에 의해서 결정된다. 연결재의 축변

형을 무시할 수 있다고 가정하면, 연결재 위치에서의 상/하 보 처짐은 동일해야 하므로 이 적합조건을 이용하여 연결재 위치에서의 상/하 보 회전각, 상부보 중앙 처짐은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$P_o = \frac{5275}{9788} \left( \frac{w_u I_l - w_l I_u}{I_u + I_l} \right) L \quad (2)$$

$$\theta_{2,u0} = -\frac{291w_u L^3}{20000EI_u} + \frac{384P_o L^2}{15625EI_u} \quad (+: CW) \quad (3)$$

$$\theta_{2,l0} = -\frac{291w_l L^3}{20000EI_u} - \frac{384P_o L^2}{15625EI_u} \quad (+: CW) \quad (4)$$

$$\delta_{c,u0} = \frac{2w_u L^4}{375EI_u} - \frac{167PL^3}{18750EI_u} \quad (+: \downarrow, -: \uparrow) \quad (5)$$

여기서,  $I_u, I_l$ 는 각각 상부보와 하부보의 단면2차모멘트

## 2.3 연결재-보 접합부 모멘트에 의한 보 회전각

연결재-보 접합부에서의 적합조건을 만족시키기 위해 연결재 단부 모멘트와 결합보의 추가 변형 사이의 관계가 필요하며 매트릭스 해석모델에 행렬응축기법을 적용하여 구하였다 [4]. 연결재에 의해 전달되는 수평력  $H$ 는 회전변형과 무관하며, 수직력  $P_a$ 는 상하 보에 반대로 작용하여 행렬응축과정에서 상쇄되며 따라서 회전각은 연결재 모멘트  $M_l$  및  $M_u$  에 의해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\hat{K}\theta_{2,a} = M_p \quad (6)$$

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{uu} & \hat{K}_{ul} \\ \hat{K}_{lu} & \hat{K}_{ll} \end{bmatrix}; \quad \theta_{2,a} = \begin{Bmatrix} \theta_{2,ua} \\ \theta_{2,la} \end{Bmatrix}; \quad M_p = \begin{Bmatrix} M_u \\ M_l \end{Bmatrix} \quad (7)$$

## 2.4 연결재 유연도

마지막으로 연결재-보 접합부에서의 회전에 대한 적합조건 검토에 있어서 연결재의 양 단부모멘트와 그로인한 양 단부회전각 사이의 관계를 나타내는 연결재 유연도의 식이 필요하다. 연결재의 변형을 Fig. 4에 나타내었으며, 연결재가 수직방향으로 강체임을 가정하면 연결재의 회전각은 연결재 상/하 접합부의 수평이동으로 인한 회전각  $\theta_a$ , 연결재의 전단변형으로 인한 회전각  $\theta_s$ , 연결재의 휨변형으로 인한 회전각  $\theta_b$ 의 합으로 생각할 수 있다. 이 가운데  $\theta_a$ 는 상/하 보가 상호 반대 방향으로 축변형을 일으킴으로써 발생한다. 따라서  $\theta_a$ 에 관한 유연도는 연결재 자체가 아닌 상/하 보의 축방향 강성에 의해 결정된다. 또한, 연결재의 휨변형 형상은 중간에 변곡점을 갖는 형태로서 상/하 접합부에서 동일 부호의 회전각이 발생하게 되며, 그 크기는 상이할 수 있으나 수식전개를 크게 단순화시켜서 실용적인 설계식을 유도하기 위해 같다고 가정한다. 또한 연결재 단부의 수평력  $H$ 와 부재 양단에 작용하는 연결재 단부 모멘

트의 합 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$Hh = M = M_u + M_l \quad (8)$$

여기서  $h$ 는 상하보 중심선 간격이다. 결과적으로 연결재 양단에 작용하는 모멘트의 합과 연결재 양단의 회전각 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\theta_p = f_p M = f_p (M_u + M_l) \quad (9)$$

여기서 연결재의 유연도  $f_p$ 는 다음 식과 같다.

$$f_p = \frac{\theta_p}{M_p} = \frac{1}{h^2} \left\{ \frac{1}{E} \left( \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \right) \left( \frac{A_u + A_l}{A_u A_l} \right) + \frac{h}{GA_{sp}} + \frac{h^3}{12EI_p} \right\} \quad (10)$$

여기서,  $A_u, A_l, A_{sp}, I_p, E, G$ 는 각각 상부보 단면적, 하부보 단면적, 연결재 전단면적, 연결재 단면2차모멘트, 탄성계수, 전단탄성계수이다.

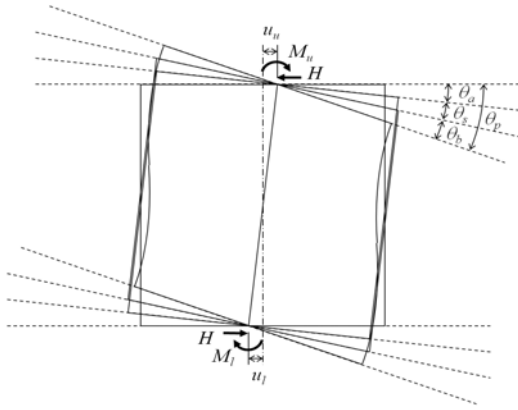


Fig. 4 연결재의 변형

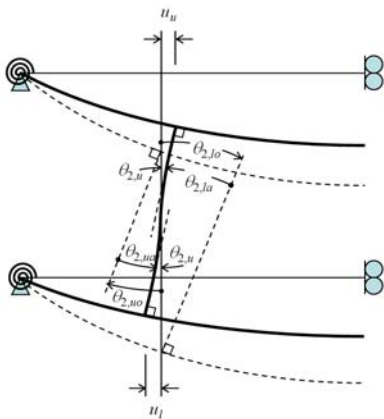


Fig. 5 연결재-보 접합부의 적합조건

### 2.5 연결재-보 접합부의 적합조건

연결재-보 접합부의 적합조건은 연결재의 양 단부에서 발생한 회전각이 연결재-보 접합부 위치에서 보에서 발생한 회전각과 동일해야 한다는 조건을 사용한다. 이 때 연결

재 양 단부의 회전각은 연결재 모멘트에 의해 발생한 회전각으로서 식 (9)와 같고 Fig. 4에서는  $\theta_p$ 로 표현된다. 또한 연결재-보 접합부 위치에서의 보 회전각은 연결재-보 접합부 간의 회전구속을 해제한 상태에서 발생한 회전각  $\theta_{2,uo}, \theta_{2,lo}$ 와 여기 작용하는 연결재 모멘트에 의해 발생한 회전각  $\theta_{2,ua}, \theta_{2,la}$ 을 합한 각도인  $\theta_{2,u}, \theta_{2,l}$ 이며 다음 식과 같은 관계를 갖고 이를 Fig. 5에 도시하였다.

$$\theta_{2,u} = \theta_{2,uo} + \theta_{2,ua} \quad (11)$$

$$\theta_{2,l} = \theta_{2,lo} + \theta_{2,la} \quad (12)$$

식 (9)의 연결재 회전각과 식 (11) 및 (12)의 보 회전각 사이의 상관관계는 다음과 같으며,  $\theta_p$  앞의 음의 부호는 유한요소 모델에서 반시계방향 회전각을 양의 회전각으로 삼고 있기 때문에 추가되었다.

$$-\theta_p = \theta_{2,u} = \theta_{2,l} \quad (13)$$

식 (11), (12), (13)를 종합하여 다음과 같은 행렬식으로 정리할 수 있다.

$$\theta_{2,a} = -FM_p - \theta_{2,o} \quad (14)$$

여기서

$$F_p = f_p \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \theta_{2,o} = \begin{Bmatrix} \theta_{2,uo} \\ \theta_{2,lo} \end{Bmatrix}; \theta_{2,a} = \begin{Bmatrix} \theta_{2,ua} \\ \theta_{2,la} \end{Bmatrix}; M_p = \begin{Bmatrix} M_u \\ M_l \end{Bmatrix} \quad (15)$$

연결재-보 접합부 모멘트  $M_p$ 는 이 부분의 구속이 해제된 결합보의 상부보 중앙부 처짐을 감소시키는 역할을 하며, 이로 인한 연결재-보 접합부의 추가 회전각은  $\theta_{2,a}$ 이고 식 (6)을 식 (14)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\theta_{2,a} = -(FK + I)^{-1} \theta_{2,o} \quad (16)$$

### 2.6 연결재 모멘트에 의한 결합보의 추가 처짐

연결재 모멘트에 의한 결합보의 추가 처짐은 연결재 단부의 회전구속이 해제된 상태의 매트릭스 구조해석 모델에서 행렬응축을 적용하고 식 (16)를 대입하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta_{c,ua} = -[a_u a_l] \left[ f_p \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \hat{K} + I \right]^{-1} \begin{Bmatrix} \theta_{2,uo} \\ \theta_{2,lo} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

여기서  $[a_u a_l]$ 는 보의 강성에 의해 계산되는 상수이다. 식 (17)를 풀어서 정리하면 다음과 같은 연결재 유연도의 상한치에 대한 식을 얻을 수 있다. 따라서  $\delta_{c,ua}$ 에 목표 처짐량과 연결재-보 접합부 구속이 해제된 모델의 초기처짐량 사이의 차이를 대입하면 처짐을 목표 처짐량으로 제한하기 위해 필요한 연결재의 유연도 제한치가 얻어진다.

$$f_p = \frac{0.132L}{E(I_u + I_l)} \left[ \frac{(0.27r_u + 0.15r_l)\theta_{2,u0} + 0.12r_l\theta_{2,l0} + \delta_{c,ua}/L}{(\theta_{2,u0} - \theta_{2,l0})\{0.38r_u + 0.15r_l\}r_l - \delta_{c,ua}/L} \right] \quad (18)$$

여기서

$$r_u = \frac{I_u}{I_u + I_l}; \quad r_l = \frac{I_l}{I_u + I_l} \quad (19)$$

$$\delta_{c,ua} = \delta_{c,u0} - \delta_{c,l}^* \quad (20)$$

상기 식을 통해 연결재의 유연도 상한치가 결정되면, 연결재의 폭/높이 비를 가정하고 연결재의 유연도를 나타내는 식 (10)으로부터 다음과 같이 연결재의 최소두께를 산정할 수 있다.

$$t_p = \frac{\frac{\kappa}{G} \left( \frac{h}{b} \right) + \frac{1}{E} \left( \frac{h}{b} \right)^3}{f_p h^2 - 0.12 \frac{L}{E} \left( \frac{A_u + A_l}{A_u A_l} \right)} \quad (21)$$

Table 1 사무소 건축물에 기초한 모듈러 구조물 기본하중

하중조건		단위면적당 하중	단위길이당 하중
자중 (w <sub>D</sub> )	중공 슬래브	24.65kN/m <sup>3</sup> *(0.1m) *(0.72)=1.775kN/m <sup>2</sup>	2.928kN/m
	마감재	0.7061kN/m <sup>2</sup>	1.165kN/m
활하중 (w <sub>L</sub> )	사무소 건물:	1.961kN/m <sup>2</sup>	3.236kN/m

Table 2 설계식 검증을 위한 해석조건

경 간	7.5 m	
지지 조건	반강접 (8Hz 진동기준)	
목표 처짐	4.994 (8Hz 진동기준)	
하 중	1.0w <sub>D</sub> + 0.1w <sub>L</sub>	
보	상부보(H <sub>u</sub> )	200,240,270,300,330,360,390mm
	하부보(H <sub>l</sub> )	200,240,270,300,330,360,390mm
	두께(t <sub>b</sub> )	4.5 mm
연결재	폭	높이*1
	높이	(H <sub>u</sub> + H <sub>l</sub> )/2+ 100 mm
	개수	2

### 3. 설계식의 해석적 검증 및 보정

상기 설계식의 검증을 위해 다수의 단면조합에 대해서 설계식을 적용하여 연결재의 규격을 결정한 뒤 설계된 연결재를 적용한 결합보의 설계처짐을 산정하여 목표 처짐량과 비교하였다. 연결재 규격의 결정은 연결재 폭/높이 비를 1.0로 고정시키고 목표 처짐량을 만족하기 위한 연결재 두께를 계산하는 방식을 적용하였다. 하중 및 결합보 모델의 해석조건을 각각 Table 1과 2에 나타내었다. 하중 산정 시 1방향 슬래브 경간은 3.3m로 가정하고 슬래브 하중의 절반은 결합보가 부담하는 것으로 가정하였다.

수치해석을 수행한 여러 단면 조합 및 경간에 대해서 설계처짐의 목표처짐 대비 오차율과 산출된 연결재 소요 두께를 각각 Table 3과 Table 4에 정리하였다. Table 3에서 N/A로 표기된 단면조합은 보 단면이 작아서 연결재의 두께가 무한대인 경우 즉 연결재가 강체인 경우에도 요구되는 목표처짐을 충족시키지 못함을 의미한다. N/N으로 표기된 단면조합은 보 단면이 충분히 커서 연결재 없이 단일 보만으로도 목표처짐을 충족시킴을 의미한다. Table 3에서 음의 부호를 갖는 오차는 설계처짐이 목표처짐보다 작은 경우로서 과다 설계됨을 뜻하며, 반대로 양의 부호를 갖는 오차는 설계처짐이 목표처짐보다 커서 과소설계된 경우를 의미한다. Table 3에서 연결재 두께는 동일한 규모의 좌우 모듈러 유닛이 연결재를 공유하는 것으로 가정하여 산출된 두께의 두 배에 해당되는 값을 기재하였다. 산출된 연결재 두께가 매우 작은 경우에는 좌굴을 고려하여 충분한 두께로 증가시킬 필요가 있다.

Table 3 목표처짐 대비 설계처짐의 오차 (%)

HI \ Hu	200	240	270	300	330	360	390
200	N/A	-17.0	-16.3	-16.2	-16.4	-16.7	-16.7
240	-13.5	-12.3	-11.5	-10.4	-8.78	-5.56	N/N
270	-7.85	-7.35	-6.26	-4.16	N/N	N/N	N/N
300	-3.12	-2.38	-0.23	N/N	N/N	N/N	N/N
330	1.16	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N
360	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N
390	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N

Table 4 설계된 연결재 소요 두께 (mm)

HI \ Hu	200	240	270	300	330	360	390
200	N/A	278.3	15.42	7.354	4.492	2.991	2.043
240	10.13	4.512	2.806	1.777	1.072	0.547	N/N
270	3.298	1.881	1.179	0.650	N/N	N/N	N/N
300	1.375	0.732	0.343	N/N	N/N	N/N	N/N
330	0.402	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N
360	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N
390	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N

단면의 동일 조합 중에서 하부보 보다 상부보 단면이 큰 경우가 더 유리하므로 상부보 단면이 하부보 단면과 동일하거나 그보다 큰 경우로 제한하여 처짐 오차를 검토해보면 전반적으로 과다설계되는 경향이 있으며 이 경우 Table 3에서와 같이 최대 13.5%까지 오차가 발생하고 있다. 반대로 과소설계되는 경우에는 1% 내외의 오차만 발생하고 있어 제안된 설계식이 보수적인 결과를 산출함을 알 수 있다. 따라서 상기 설계식에서 목표처짐을 저감시킴으로써 보다 경제적인 설계 결과를 유도하기 위하여 목표처짐에 수정계수 0.9를 곱하여 다음과 같이 수정된 연결재 유연도 산정식

을 제안한다.

$$f_p = \frac{0.132L}{E(I_u + I_l)} \left[ \frac{(0.30r_u + 0.17r_l)\theta_{2,u0} + 0.13r_l\theta_{2,l0} + \delta_{c,ua}/L}{(\theta_{2,u0} - \theta_{2,l0})\{0.42r_u + 0.17r_l\}r_l - \delta_{c,ua}/L} \right] \quad (22)$$

위 식(22)를 사용해서 Table 3과 동일한 조건하에 연결재를 설계하고 설계치짐을 계산한 경우의 오차 및 연결재 두께를 Table 5와 6에 나타내었다. 식 (18)의 연결재 유연도 식에 비해 과다설계되는 오차가 크게 저감됨을 볼 수 있다. 반면에 과소설계되는 오차는 약간 증가하였으나 증가 폭은 상대적으로 미미함을 볼 수 있다. 목표치짐을 90% 수준으로 저감한 식 (22)을 사용하여 합리적인 연결재 규격을 산정할 수 있다. 이와 같은 결과는 설계식 유도과정에서 보의 전단변형이 고려되지 않았으나 검증해석에서는 고려된 데 원인이 있는 것으로 사료된다.

Table 5 보정된 설계식 적용 시 목표 대비 설계치짐 오차 (%)

HI Hu	200	240	270	300	330	360	390
200	-4.71	-7.01	-9.04	-10.9	-12.7	-14.1	-15.1
240	-3.37	-5.55	-6.71	-7.29	-7.03	-5.20	N/N
270	-1.35	-3.12	-3.52	-2.81	N/N	N/N	N/N
300	0.39	-0.41	0.53	N/N	N/N	N/N	N/N
330	2.33	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N
360	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N
390	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N

Table 6 보정된 설계식 적용 시 연결재 소요 두께 (mm)

HI Hu	200	240	270	300	330	360	390
200	138.1	13.62	7.616	5.015	3.535	2.562	1.861
240	5.467	3.248	2.246	1.527	0.976	0.534	N/N
270	2.486	1.557	1.030	0.598	N/N	N/N	N/N
300	1.160	0.650	0.321	N/N	N/N	N/N	N/N
330	0.362	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N
360	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N
390	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N	N/N

## 5. 결론

반강접 지지조건을 갖는 상하보를 강판에 의해 연결한 결합보의 치짐을 목표치로 제한하기 위해 연결재 치수 산정식을 개발하고 수치해석을 통한 검증하였다. 제안된 식은 과다설계에서 최대 약 13.5% 까지 오차가 발생하고 과소설계되는 경우에는 1% 내외의 오차만 발생하고 있어 제안된 설계식이 보수적인 결과를 산출하였다. 경제적인 설계 결과를 유도하기 위하여 목표치짐에 수정계수 0.9를 곱하여 설계식을 보정하였으며 보정된 설계식은 초기의 설계식에 비해 과다설계되는 오차가 크게 저감되고 목표치짐 예측에 있어서

과다설계 시 9%, 과소설계 시 2.5% 이내의 충분히 작은 치짐 예측 오차를 나타내었다.

## 후 기

본 연구는 포항제철에서 지원하고 대한건축학회에서 수행한 ‘모듈러 유닛 구조물 구조성능 평가 및 운송기술 개발’ 과제(AIK-R-07-716)를 통해 이루어졌으며 지원에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) 조봉호, 김갑득, 모듈러 학교 건축물의 구조적 특징, 한국교육시설학회 춘계학술발표대회 논문집, 2004, pp.55-70
- (2) 조봉호, 유영동, 김갑득, 모듈러 학교 건축물의 구조 시스템, 대한건축학회 추계학술발표대회 논문집(구조계), Vol.23, No.2, pp.155-158, 2003
- (3) 이철호, 모듈러 건축물 보-기둥 접합부 및 골조 내진성능의 해석 및 평가, 한국지진공학회, 2006
- (4) Kassimali, A., Matrix Analysis of Structures, Brooks/Cole, 1999