

비선형 공정에 대한 자기구성 퍼지 모델

고택범

경주대학교 컴퓨터정보전자공학과

Self-Organizing Fuzzy Model for Nonlinear Processes

Taek-Beom Koh

Dept. of Computer, Information & Electronic Engineering, Gyeongsu University

Abstract - 본 논문에서는 비선형 공정의 모델링 성능을 향상시키기 위하여 퍼지 엔트로피 분석을 통해 새로운 클러스터를 생성하고, 이 클러스터를 퍼지 모델의 새로운 규칙으로 추가하는 자기구성 퍼지 모델을 제안한다. 퍼지 엔트로피가 상대적으로 큰 데이터 집합으로 새로운 클러스터를 구성하면 퍼지 모델의 애매모호한 정도가 작아져서 모델링 오차가 줄어들 가능성이 크게 된다. 제안한 방법의 유용성을 입증하기 위해 이를 Box-Jenkins의 가스로 공정에 적용하여 퍼지 규칙수의 증가에 따른 모델링 성능의 변화를 보이고, 기존의 방법에 의한 모델링 결과와 비교한다.

1. 서 론

모델링 하고자 하는 시스템이 복잡하고 비선형성이 강하거나 물리, 화학적인 관계를 명확하게 파악하기 곤란하여 기존의 방법으로 수학적인 모델을 얻기 어려운 경우에도 퍼지 모델은 인간의 경험지식 또는 실제 공정의 입력-출력 데이터를 이용하여 주어진 시스템을 정확하게 표현할 수 있었다. 퍼지 모델 중에서 Takagi-Sugeno 퍼지 모델[1]은 주어진 시스템에 대한 모델링 성능이 우수하며, 신경회로망이나 퍼지-뉴럴 네트워크에 비해 정성적으로 이해하기 쉽고, 모델기반 제어에 적합한 장점을 갖고 있다. 하지만, Takagi-Sugeno 퍼지 모델의 동정에 관한 연구에서 구조 동정은 시행착오 과정을 거쳐 최적화된 구조를 탐색하므로 시간이 많이 걸리고 파라미터 동조와 병행하여 수행되는 전체 동정 알고리즘은 지나치게 복잡하여 계산 부하가 큰데도 불구하고 모델링 효율은 낮은 단점이 있다. Kim[2]은 다차원 평면 클러스터를 토대로 Takagi-Sugeno 퍼지 모델의 파라미터를 개략적으로 동조한 후 정밀하게 재동조하는 퍼지 모델링 기법을 제안했다. Kim의 퍼지 모델은 이전 모델보다 동정 알고리즘이 단순하면서도 모델링 성능이 개선되었으나, 단순히 클러스터를 증가시키면서 파라미터 동조를 반복 수행하기 때문에 클러스터(퍼지 규칙)수가 증가하더라도 모델링 오차가 줄어들기 어렵다. 그러므로 효율적인 퍼지 모델의 구조 동정이 필요하고, 모델의 성능에 영향을 미치는 파라미터 학습률의 최적치를 효율적으로 탐색하는 방법이 필요하다.

2. 본 론

2.1 자기구성 퍼지 모델

자기구성 퍼지 모델은 초기에 작은 수(보통 2개)의 퍼지 규칙을 갖는 모델로 시작하여 파라미터 동조와 새로운 클러스터(퍼지 규칙) 생성의 반복 과정을 통해 자동적으로 퍼지 모델의 구조와 파라미터를 동정한다. 퍼지 모델의 구조 동정은 퍼지 엔트로피 분석을 통한 클러스터의 생성에 의해 수행되며 파라미터의 동조는 다차원 평면 클러스터를 토대로 개략 동조와 정밀 동조 과정을 통해 수행된다. 본 논문에서는 감수분열 유전알고리즘을 이용하여 파라미터의 정밀 동조 과정에서 사용되는 gradient descent 알고리즘의 학습률의 최적 값을 탐색한다.

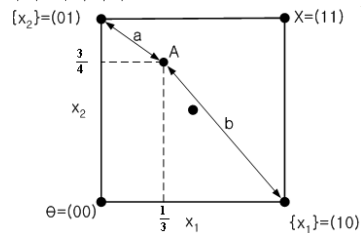
2.1.1 퍼지 모델의 구조 동정

퍼지 집합은 정의역 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ 과 치역 $[0,1]$ 의 대응이다[3]. X 의 모든 퍼지 부분집합의 전체 집합은 다차원 단위 입방체와 같고, 하나의 퍼지 집합은 그 입방체 내에 있는 한 점과 같다. 하나의 퍼지 집합 A 의 애매모호한 정도는 퍼지 엔트로피 $E(A)$ 로 측정할 수 있고, 퍼지 엔트로피 $E(A)$ 는 식(1)과 같이 정의할 수 있다.

$$E(A) = \frac{a}{b} = \frac{l^2(A, A_{near})}{l^2(A, A_{far})} \quad (1)$$

여기서 $l^2(A, B) = \sqrt{\sum_{i=1}^m (m_A(x_i) - m_B(x_i))^2}$ 는 퍼지 유클리디안 거리이며, $a = l^2(A, A_{near})$ 는 퍼지 집합 A 를 표시하는 점에서 가장 가까

운 정점까지의 거리, $b = l^2(A, A_{far})$ 는 퍼지 집합 A 를 표시하는 점에서 가장 먼 정점까지의 거리이다.



〈그림 1〉 퍼지 엔트로피 $E(A) = \frac{a}{b}$

퍼지 엔트로피가 상대적으로 큰 데이터 집합을 대상으로 새로운 클러스터를 생성하면 퍼지 모델의 애매모호한 정도가 적어지고 이에 따라 모델링 오차가 줄어들 가능성이 커지게 된다. 본 논문에서는 각각의 클러스터에 대한 표본 데이터 (X_k, y_k) 의 소속도 행렬 U 에서 최소와 최대를 얻고 이에 대한 비를 계산하여 퍼지 엔트로피를 구한다. 퍼지 엔트로피가 기준 값보다 큰 데이터 집단을 구하고 이 집단에 다중선택회귀 알고리즘을 적용하여 새로운 클러스터를 생성한다.

2.1.2 퍼지 모델 파라미터의 개략 동조

본 논문에서 시스템 모델을 구축하기 위해 식(2)와 식(3)으로 표현되는 Takagi-Sugeno 퍼지 모델을 이용한다. 여기서 A_j^i 는 중형 소속함수이고, $X = [1 \ x_1 \ \dots \ x_m]^T$, $P^i = [a_0^i \ a_1^i \ \dots \ a_m^i]^T$ 이다.,

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i(p_{11}^i, p_{12}^i) \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i(p_{21}^i, p_{22}^i) \text{ and } \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_m^i(p_{m1}^i, p_{m2}^i), \quad (2)$$

$$\text{then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m = X^T P^i$$

$$y_m = \frac{\sum_{i=1}^c w^i y^i}{\sum_{i=1}^c w^i}, \quad w^i = \text{MIN}_{j=1}^m A_j^i(x_j) \quad (3)$$

퍼지 모델의 파라미터는 FCRM(fuzzy C-regression model) 클러스터링과 WRLS(weighted recursive least squared) 알고리즘에 의해 다음과 같이 개략적으로 동조된다.

(1) FCRM 클러스터링

단계1) n 개의 표본 데이터 $(X_k, y_k), 1 \leq k \leq n$ 의 입력 공간에 C-means 알고리즘을 적용하여 초기 클러스터를 구성한다. 각 클러스터에 다중선택회귀 알고리즘을 적용하여 c 개의 다차원 평면 클러스터를 구한다.

단계2) l 번째 반복시행에서 각 클러스터 y^i 에 대한 각 표본 데이터 $(X_k, y_k), 1 \leq k \leq n$ 의 소속도 u_i^k 로 구성되는 $c \times n$ 행렬 $U(l)$ 을 다음과 같이 구한다. 만일 $\|U(l) - U(l-1)\| \leq \epsilon$ 이면 개략 동조를 종료한다.

$$I_k \equiv \{i \mid 1 \leq i \leq c, d_k \equiv \|y_k - X^T P^i(l)\| = 0\}$$

$$\bar{I}_k \equiv \{1, 2, \dots, c\} - I_k$$

$$\text{If } I_k = \emptyset \Rightarrow u_k^i = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_k^j}{d_k^i} \right)^{2/(m-1)}}$$

$$\text{If } I_k \neq \emptyset \Rightarrow u_k^i = 0 \forall i \in \bar{I}_k \text{ and } \sum_{i \in I_k} u_k^i = 1$$

단계3) WRLS 알고리즘을 이용하여 퍼지 모델의 전반부와 후반부 파라미터를 구한다. $l = l + 1$, 단계2를 수행한다.

(2) WRLS 알고리즘

i 번째 퍼지 규칙의 후반부 파라미터는 다음과 같은 순환 방정식에 의해 구해진다. 여기서 $S_0 = \alpha I$ (α 는 100보다 큰 수이고, I 는 단위행렬)이고, $k=1, \dots, n$ 이고, $i=1, \dots, c$ 이다.

$$P_{k+1}^i = P_k^i + K_k^i [y_{k+1} - X_{k+1}^T P_k^i]$$

$$K_k^i = S_{k+1}^i X_{k+1} = \frac{S_k^i X_{k+1}}{\frac{1}{u_k^i} + X_{k+1}^T S_k^i X_{k+1}}$$

$$S_{k+1}^i = [1 - K_k^i X_{k+1}^T] S_k^i$$

i 번째 퍼지 규칙의 전반부 파라미터는 소속도 행렬 $U(l)$ 을 이용하여 다음과 같이 구해진다. 여기서 p_{j1}^i 과 p_{j2}^i ($i=1, \dots, c$ 와 $j=1, \dots, m$)는 각각 i 번째 퍼지 규칙의 j 번째 소속함수의 평균과 표준편차를 나타낸다.

$$A_j^i(p_{j1}^i, p_{j2}^i) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\}$$

$$p_{j1}^i = \frac{\sum_{k=1}^n u_k^i x_{kj}}{\sum_{k=1}^n u_k^i}, \quad p_{j2}^i = \frac{p_{j2}^i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n u_k^i (x_{kj} - p_{j1}^i)^2}{\sum_{k=1}^n u_k^i}}$$

2.1.3 퍼지 모델 파라미터의 정밀 동조

퍼지 모델의 전반부와 후반부 파라미터는 gradient descent 알고리즘에 의해 다음과 같이 조정된다. 여기서 β 와 r 는 각각 전반부와 후반부 파라미터의 학습률이고, y_d 는 목표 출력, y_m 은 퍼지 모델의 출력이다.

$$\Delta p_{jk}^i = \beta (y_d - y_m) (y^j - y_m) \frac{1}{\sum_{i=1}^c w^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i}$$

$$\Delta a_j^i = \gamma (y_d - y_m) \frac{w^i x_j}{\sum_{i=1}^c w^i}$$

2.2 시뮬레이션 결과고찰

자기구성 퍼지 모델을 전형적인 비선형 공정인 Box-Jenkins의 가스르 모델링에 적용한다. Box와 Jenkins의 가스르 데이터는 9초 간격으로 샘플링된 296개의 입력-출력 시계열 데이터로 구성되어 있으며, 입력 $u(k)$ 는 가스르에 들어가는 가스 흐름률, 출력 $y(k)$ 는 출구의 CO₂농도이다. 모델의 성능을 종합적으로 평가하기 위하여 2가지 경우의 퍼지 모델을 구축하였다. 첫 번째 경우는 296개의 전체 가스르 데이터를 학습하여 식(4)에 의해 모델의 학습성능지표 PIe 를 구하였다.

$$성능지표 PI = MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_d(i) - y_m(i)]^2 \quad (4)$$

여기서 $y_d(i)$ 와 $y_m(i)$ 는 각각 i 번째 공정 출력과 모델 출력이다.

입력을 최대치 2.84로 나누고 출력을 최대치 60.5로 나누어 정규화된 변수 $u(k)$, $u(k-1)$, $u(k-2)$, $y(k-1)$, $y(k-2)$, $y(k-3)$ 을 퍼지 모델의 전반부 변수로 선정하였고, 2개의 퍼지 규칙에서 시작하여 최대 16개의 퍼지 규칙을 갖는 퍼지 모델을 구하였다.

두 번째 경우는 296개의 가스르 데이터를 2개 부분으로 분할하여 148개의 전반부 데이터는 학습용, 148개의 후반부 데이터는 평가용으로 구분하고, 식(4)에 의해 학습성능지표 PI_S 와 예측성능지표 EPI_S 를 구하였다. 표 1에 퍼지 규칙수의 변화에 대한 자기구성 퍼지 모델의 학습오차와 예측오차를 나타낸다. 전반적으로 퍼지 규칙(클러스터)의 수가 증가함에 따라 자기구성 퍼지 모델의 모델링 오차가 줄어드는 것을 볼 수 있다.

<표 1> 가스르에 대한 자기구성 퍼지 모델의 학습오차와 예측오차

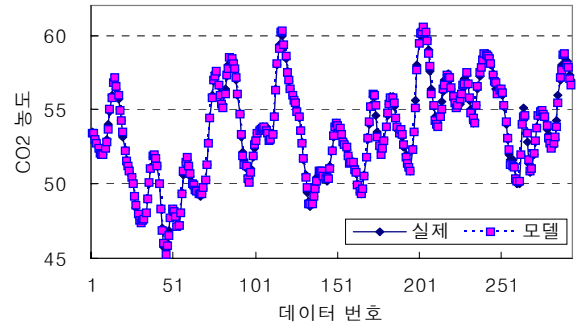
입력수	규칙수	PIe	PI_S	EPI_S
6	2	0.054	0.017	0.136
	3	0.051	0.016	0.129
	4	0.049	0.024	0.102
	5	0.049	0.025	0.120
	6	0.048	0.023	0.106
	7	0.035	0.015	0.146
	8	0.036	0.012	0.146
	9	0.033	0.014	0.151
	10	0.032	0.013	0.153
	11	0.034	-	-
	12	0.027	-	-

표 2에 Box-Jenkins 가스르에 대한 퍼지 모델의 성능 비교를 나타내며, 학습 성능과 예측 성능에서 자기구성 퍼지 모델이 기존의 퍼지 모델에 비해 우수하게 나타났다.

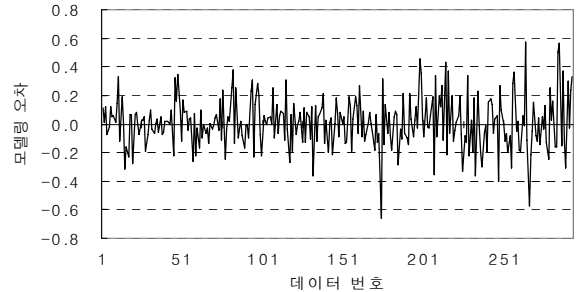
<표 2> 가스르에 대한 퍼지 모델의 성능 비교

퍼지 모델	입력	규칙	모델 오차		
			PIe	PI_S	EPI_S
Sugeno & Yasukawa	3	6	0.190		
Sugeno & Tanaka	6	2	0.068		
Kim, et al.	6	2	0.055		
Kim, et al.	6	2		0.034	0.244
Lin & Cunningham	5	4		0.071	0.261
Oh's PNN	2	-		0.018	0.262
Park's FPNN	6	-	0.0318	0.0101	0.1365
Park's AFPNN	3	-		0.0161	0.096
proposed model	6	16	0.0247		
proposed model	6	4		0.0243	0.102

그림 2에 전체 가스르 데이터를 학습한 경우 모델 출력(퍼지 규칙수=12)과 공정 출력과의 비교 그래프를 보이고, 그림 3에 공정 출력과 모델 출력(퍼지 규칙수=12)과의 모델링 오차를 나타낸다.



<그림 2> 가스르의 공정 출력과 모델 출력의 비교



<그림 3> 가스르 공정의 모델링 오차

3. 결 론

본 논문에서는 새로운 퍼지 규칙의 생성과 파라미터의 동조를 반복하는 자기구성 퍼지 모델을 제안한다. 자기구성 퍼지 모델의 구조 동정은 퍼지 엔트로피가 상대적으로 큰 데이터 집단에 다중선형회귀 알고리즘을 적용하여 새로운 클러스터(퍼지 규칙)를 생성하는 것이다. 이와 같이 새로운 퍼지 규칙을 추가하게 되면 퍼지 모델의 애매모호한 정도가 적어져서 모델링 오차가 줄어들 가능성이 커지게 된다. 제안된 방법을 Box-Jenkins의 가스르 공정 모델링에 적용한 결과 자기구성 퍼지 모델의 학습 성능과 예측 성능이 기존의 퍼지 모델에 비해 우수한 것으로 나타났다.

[참 고 문 헌]

[1] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control", *IEEE Trans. on Syst., Man & Cybern.*, vol. 15, pp.116-132, 1985
 [2] E. Kim, M. Park, S. Jim and M. Park, "A new approach to fuzzy modeling", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 5, no. 3, pp.328-337, 1997
 [3] B. Kosko, *Neural Networks and Fuzzy Systems*, Prentice-Hall, 1992