2007년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2007. 7. 18 - 20

2차 슬라이딩 모드를 이용한 불확실성을 갖는 비선형 시스템의 간접적응 자기조정 퍼지제어

박원성*, 양해원*, 정기철**, 김도우**
한양대학교*, 대덕대학**

Indirect Adaptive Self-Regulating Fuzzy Control of Uncertain Nonlinear Systems Using Second Order Sliding Mode

Won-sung Park*, Hai-won Yang*, Ki-chull Chung**, Do-woo Kim**
Hanyang University*, Daeduk College**

Abstract - In this paper, a second order fuzzy sliding mode control that combines with a adaptive self-regulating technique is proposed for a nonlinear system with unknown dynamics. The chattering effect that is a representative disadvantage of the sliding mode control is avoided by using the second order sliding mode control instead of the first order sliding mode control. The proposed sub-controller is composed of the equivalent control that is approximated by an online rule regulation sheme and the hitting control that is used to constrain the states of the sub-system to maintain on the sub-sliding surface and used to guarantee the system robustness. Simulation results are presented to show the effectiveness of the proposed controller

1. 서 론

슬라이딩 모드 제어는 시스템 불확실성에 대해 가장 강인한 특성을 갖는 제어기로 잘 알려져 있다. 특히 매칭 컨디션(matching condition)을 만족하는 외부 외란에 대해서는 거의 완벽한 수준의 강인한 특성을 가지며, 이와 더불어 제어기 설계 방법이 매우 단순하기 때문에 그 적용범위가 매우 광범위하다. 그러나 이러한 슬라이딩 모드 제어는 시스템의 각 상태 변수를 스위칭 평면(혹은 슬라이딩 평면) 상에 유지시키기 위한 불연속적 제어 성분을 포함하며, 이는 시스템의 잠재적이고도 치명적인 위험 요소가 되는 떨림 현상(chattering effect)을 야기하게 된다. 그리고 이러한 떨림 현상의 극복은 슬라이딩 모드 제어 기법을 실제 시스템에 적용하는데 있어 가장 중요한 문제이며, 지금도 이에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다[1]. 현재까지 알려진 슬라이딩 모드 제어의 떨림 현상 제거 방법 중 가장 일반적인 방법은 불연속 제어 성분을 포화 함수 형태로 수정하는 방법과, 불연속 제어 성분의 이득을 적응제어 및 퍼지제어 등의 기법을 사용하여 최소화 하는 방법 등이었으나, 이들 모두는 시스템의 오차 범위를 확대 시키거나 과도한 연산에 대한 요구, 그리고 원천적인 문제 해결 방법은 아니라는 점에서 한계성을 나타내고 있다[2]. 2차 슬라이딩 모드는 종래 슬라이딩 모드가 갖는 떨림 현상에 대한 원천적인 문제 해결 방법으로 최근 부각되고 있는 제어 기법이다[3]. 그러나 2차 슬라이딩 모드의 경우 서브시스템에 대한 정확한 정보를 알 수 없기 때문에 제어기 설계가 매우 난해하다는 문제를 갖는다. 이러한 2차 슬라이딩 모드의 서브시스템이 갖는 불확실성에 대한 문제는 종래의 중심점 적응 퍼지 제어 기법(Center Adaptive Fuzzy Control)을 사용하여 해결할 수는 있으나, 이는 다시 과도한 연산에 대한 시스템 부하라는 문제를 야기하게 된다.

본 논문에서는 이러한 슬라이딩 모드 제어의 떨림 현상을 제거하기 위한 방법으로 2차 슬라이딩 모드 기법을 사용하는데 있어, 2차 슬라이딩 모드의 서브시스템이 갖는 불확실성에 대한 문제를 간접적응 자기조정 퍼지제어 기법(Indirect Adaptive Self-Regulating Fuzzy Control)[4]을 사용하여 해결하고자 한다. 특히 간접적응 자기조정 퍼지제어 기법은 훌륭한 함수 근사기로서 동작할 뿐만 아니라 함수 1개당 단 한 개만의 적응 규칙을 갖기 때문에 하드웨어적 연산의 부담을 크게 줄일 수 있다는 장점을 갖는다. 따라서 본 논문에서 제안한 제어기는 슬라이딩 모드의 떨림 현상을 원천적으로 제거할 뿐만 아니라 제어 시스템을 구현하는데 있어 종래 문제시 되었던 과도한 연산에 대한 문제도 함께 해결할 수 있다.

2. 본 론

2.1 문제 정의

다음과 같은 n차 SISO 비선형 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t),\ \ i = 1,2,3,......,n-1$$
$$\dot{x}_n(t) = f[X(t)] + g[X(t)]u(t) \tag{1}$$

여기서 $X(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t), ..., x_n(t)]^T$ 는 측정 가능한 상태변수 벡터이고, $f[X(t)]$와 $g[X(t)]$는 미지의 유계연속함수이며, 유계 값은 사전에 알지 못하는 것으로 한다. 본 논문의 제어 목적은 (1)과 같은 시스템의 상태변수 벡터 $X(t)$를 영의 값으로 수렴하도록 하는 동시에, 기존 슬라이딩 모드의 불연속 제어기를 간접적응 자기조정 퍼지제어와 연동한 2차 슬라이딩 모드 제어 기법을 적용하여 연속 제어기로 변화시켜 줌으로써 시스템의 떨림 현상을 원천적으로 제거하는 것이다.

2.2 2차 슬라이딩 모드 제어기 설계에 관한 고찰

(1)과 같은 시스템에 대한 스위칭 평면을 다음과 같이 선택하자.

$$s(t) = C^T X(t), \qquad C = [c_1, c_2, c_3, ..., 1]^T \tag{2}$$

여기서 벡터 C는 다음의 동적 방정식이 Hurwitz가 되도록 선택한다.

$$x_n(t) + c_{n-1}x_{n-1}(t) + ... + c_2 x_2(t) + c_1 x_1(t) = 0$$

그리고 2차 슬라이딩 모드 제어기 설계를 위해 다음과 같은 서브시스템을 고려하자.

$$\dot{y}_1(t) = y_2(t),$$
$$\dot{y}_2(t) = h[X(t), u(t)] + g[X(t)]v(t) + \sum_{i=1}^{n-2} c_i \ddot{x}_i(t) \tag{3}$$

여기서

$$y_1(t) = s(t),\ \ y_2(t) = \dot{s}(t),$$
$$h[X(t), u(t)] = \left\{\frac{d}{dt} f[X(t)] + c_{n-1} f[X(t)]\right\} + \left\{\frac{d}{dt} g[X(t)] + c_{n-1} g[X(t)]\right\} u(t)$$

$v(t) = \dot{u}(t)$ 이다.

또한 (3)과 같은 서브시스템의 서브 스위칭 평면을 다음과 같이 선택하자.

$$\sigma(t) = y_2(t) + \lambda y_1(t) \tag{4}$$

여기서 λ는 양의 실수로 선택한다.

만일 (3)과 같은 서브시스템의 상태변수 $y_1(t)$와 $y_2(t)$가 측정가능하고, 함수 $h[X(t), u(t)]$와 $g[X(t)]$를 사전에 알고 있다면, $y_1(t)$와 $y_2(t)$를 영의 상태로 수렴시키기 위한 서브시스템의 제어 입력 신호는 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$v_{eq}(t) = g[X(t)]^{-1}\left\{-h[X(t), u(t)] - \sum_{i=1}^{n-2} c_i \ddot{x}_i(t) - \lambda y_1(t)\right\},$$
$$v_d(t) = g[X(t)]^{-1}\{-K sgn(\sigma)\},$$
$$v(t) = v_{eq}(t) + v_d(t) \tag{5}$$

여기서 K 는 양의 실수이며, $v_{eq}(t)$는 서브시스템의 등가 제어 입력 신호이고, $v_d(t)$는 서브시스템의 불연속 제어 입력 신호이다. 설계된 서브시스템의 제어 신호 $v(t)$는 서브시스템의 상태변수 $y_1(t)$와 $y_2(t)$를 영으로의 수렴을 유도하고, 이는 결과적으로 실제 시스템에서, 상태변수 $X(t)$를 영으로 수렴시킴으로써 제어목적이 달성된다. 그러나 실제의 경우 서브시스템의 함수 $h[X(t), u(t)]$와 $g[X(t)]$에 대한 정확한 정보를 획득하기 어렵기 때문에 (5)와 같은 제어기를 직접 적용할 수는 없다.

2.3 간접적응 자기조정 퍼지제어와 결합한 2차 슬라이딩 모드

이미 앞절에서 언급한 바와 같이 2차 슬라이딩 모드 제어기를 설계하는데 있어 가장 중요한 문제는 서브시스템에 대한 정보를 획득할 수 없다는 것이다. 본 절에서는 이러한 서브시스템의 불확실성 문제를 간접적응 자기조정 퍼지제어 기법을 사용하여 해결하고자 한다. 제안하고자 하는 퍼지 시스템의 퍼지규칙은 다음과 같다.

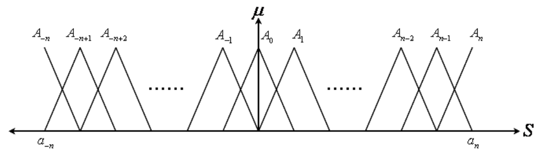
$$(i,j)th\ rule: IF\ S\ is\ A_i \text{ and } \dot{S}\ is\ B_j\ THEN\ y\ is\ Y_k,$$

여기서

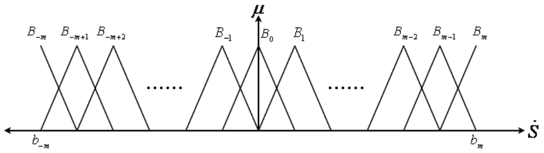
$$i \in I = \{-n, -n+1, ..., -1, 0, 1, ..., n-1, n\}$$

$$j \in J = \{-m, -m+1, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, m-1, m\}$$
$$k \in K = \{-l, -l+1, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, l-1, l\} \quad (6)$$

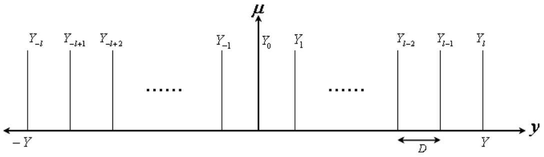
그리고 각각의 퍼지 집합을 정의하는 멤버쉽 함수는 다음과 같다.



<그림 1> 입력 변수 S의 멤버쉽 함수



<그림 2> 입력 변수 $\dot{S}$의 멤버쉽 함수



<그림 3> 출력 y의 멤버쉽 함수]

여기서 퍼지 시스템의 입력 변수와 출력 변수 멤버쉽 함수 모두는 각각의 범위 내에서 일정한 간격으로 위치해 있는 것으로 하며, 각각 다음의 조건을 만족한다.

$i)\ -l \le \alpha i + (1-\alpha) j \le l$

여기서, $\alpha \in [0, 1]$이며, 자기조정 파라미터이다.

$ii)\ Y_k = k_l D$, 여기서 $k_l = -\alpha i - (1-\alpha) j$, $D = Y/l$

위와 같은 퍼지 시스템의 출력은 다음과 같이 표현된다.

$$y = \frac{Z}{W}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} Z &= w_1 Y_1 + w_2 Y_2 + w_3 Y_3 + w_4 Y_4 \\ &= w_1[-\alpha i - (1-\alpha) j] D + w_2[-\alpha(i+1) - (1-\alpha) j] D + \\ &\quad w_3[-\alpha i - (1-\alpha)(j+1) D] + w_4[-\alpha(i+1) - (1-\alpha)(j+1)] D \\ W &= w_1 + w_2 + w_3 + w_4 \\ w_1 &= \mu_{A_i}(S)\mu_{B_j}(\dot{S}), \quad w_2 = \mu_{A_{i+1}}(S)\mu_{B_j}(\dot{S}) \\ w_3 &= \mu_{A_i}(S)\mu_{B_{j+1}}(\dot{S}), \quad w_4 = \mu_{A_{i+1}}(S)\mu_{B_{j+1}}(\dot{S}) \end{aligned}$$

위와 같은 퍼지 시스템의 출력을 2차 슬라이딩 모드의 서브시스템이 갖는 불확실성의 근사기로 적용하면, 2차 슬라이딩 모드 서브시스템의 제어기는 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{v}(t) &= \widehat{v_{eq}}(t) + \widehat{v_d}(t), \\ \widehat{v_{eq}}(t) &= -\hat{g}[X(t)]\left\{\hat{h}[X(t), u(t)] + \sum_{i=1}^{n-2} c_i \ddot{x}(t) + \lambda y_2(t)\right\}, \\ \widehat{v_d}(t) &= -g[X(t)]\{K sgn(\sigma(t))\} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\hat{h}[X(t), u(t)] = Z1/W1$ 와 $\hat{g}[X(t)] = Z2/W2$는 간접적응 자기조정 퍼지 시스템의 출력이며, 각각의 출력에 대한 자기조정 파라미터를 결정하기 위한 적응칙은 다음과 같다.

$$\dot{\alpha} = \frac{\sigma(t)}{W1}\xi_h, \quad \dot{\beta} = \frac{\sigma(t)}{W2}\xi_g \hat{v}(t) \quad (9)$$

그리고 각각의 적응칙이 포함하는 ξ_h와 ξ_g는 다음과 같다.

$$\xi = [w_1(-i+j) + w_2(-i+j-1) + w_3(-i+j-1) + w_4(-i+j)] D \quad (10)$$

또한 서브시스템 제어기 중 불연속 제어기 이득 K는 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$K > |\zeta_h| + |\zeta_g \hat{v}(t)| \quad (11)$$

여기서 ζ_h와 ζ_g는 자기조정 퍼지시스템의 최적근사오차를 의미하며, 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} \zeta_h &= h[X(t), u(t)] - \widehat{h^*}[X(t), u(t)] \\ \zeta_g &= g[X(t)] - \widehat{g^*}[X(t)] \end{aligned} \quad (12)$$

따라서 2차 슬라이딩 모드 제어기는 다음과 같이 표현된다.

$$u(t) = u(t_0) + \int \hat{v}(t) dt \quad (13)$$

3. 모의실험

본 논문에서는 역진자 시스템에 대하여, 제안된 제어기를 적용함으로써 제어 성능을 검증하고자 하였다. 역진자 시스템의 동적 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \dot{x}_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= f[X(t)] + g[X(t)]u(t), \end{aligned}$$

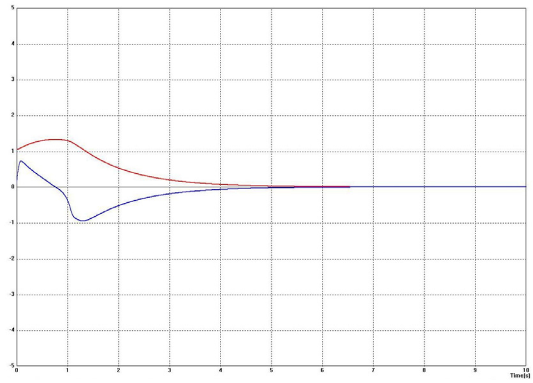
$$f[X(t)] = \frac{mlx_2^2(t)\sin x_1(t)\cos x_1(t) - (M+m) g_v \sin x_1(t)}{ml\cos^2 x_1(t) - \frac{4}{3} l(M+m)},$$

$$g[X(t)] = \frac{-\cos x_1(t)}{ml\cos^2 x_1(t) - \frac{4}{3} l(M+m)}$$

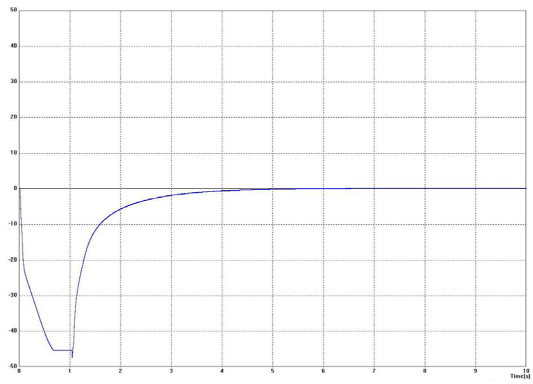
여기서, $M = 1kg$은 차체의 무게, $m = 0.1kg$은 막대의 무게, $g_v = 9.8m/s^2$은 중력 가속도, 그리고 $l = 0.5m$은 막대의 반지름이다. 그리고 본 논문의 퍼지 시스템에 적용한 멤버쉽 함수 각각의 중심 값은 다음과 같다.

$$\{a_{-3}, a_{-2}, a_{-1}, a_0, a_1, a_2, a_3\} = \left\{\frac{-6\pi}{9}, \frac{-4\pi}{9}, \frac{-2\pi}{9}, 0, \frac{2\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{6\pi}{9}\right\}$$

$$\{b_{-2}, b_{-1}, b_0, b_1, b_2\} = \left\{\frac{-\pi}{3}, \frac{-\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}, \quad Y = 60, \quad l = 3$$



<그림 4> 출력 x1(t), x2(t)



<그림 5> 제어입력 u(t)

4. 결 론

본 논문에서는 불확실성을 갖는 SISO 시스템에 대해서 간접적응 자기조정 퍼지제어와 결합한 2차 슬라이딩 모드 제어기를 설계하였다. 제안된 제어기의 경우 종래 2차 슬라이딩 모드가 갖는 불확실성 요소를 퍼지 근사기를 이용하여 근사하는데 있어 퍼지규칙에 따른 다수의 적응칙을 포함했던 것에 비해 미지의 유계함수 1개당 1개의 적응칙만이 생성되어 실제 제어기를 구현하는데 있어 종래 문제시 되었던 과중한 연산량을 현저히 줄일 수 있었다. 또한 본 논문에서는 제안된 제어기를 역진자 시스템에 적용함으로써 그 성능을 검증하였다.

[참 고 문 헌]

[1] VI. Utkin, “Sliding mode in control and optimization”, Springer-Verlag, New York, 1992.

[2] R.A. DeCarlo, S.M. Zak and G.P. Matthews, “Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable System: A Tutorial”, IEEE Proc, Vol 76 No 3, pp 212-232, 1988.

[3] G. Bartolini, A. Ferrara, A. Levant and E. Usai, 'On second order sliding mode controllers' In K.D. Young and U. Ozguner, 'Variable Structure System, Sliding Mode and Nonlinear Control', Springer-Verlag 1999.

[4] Jen-Yang Chen, "Rule regulation of fuzzy sliding mode controller design: direct adaptive approach", Fuzzy Sets and Systems", Vol 120, pp159-168, 2001.