

SVM을 이용한 상태 방정식의 정책 변환 행렬의 유도에 관한 연구

왕범광, 김성국, 박승규, 곽군평
창원대학교

A study on the derivation of nonlinear transformation of state equation by using SVM

Fa Guang Wang, Seongguk Kim, Seung, Gun Pyong Kwak. Kyu Park
Changwon National University

Abstract - This paper proposes a very novel method which makes it possible that state feedback controller can be designed for unknown dynamic system with measurable states. The RLS algorithm is used for the identification of input-output relationship. A virtual state space representation is derived from the relationship and the SVM(Support Vector Machines) makes the relationship between actual states and virtual states. A state feedback controller can be designed based on the virtual system and the SVM makes the controller be with actual states. The results of this paper can give many opportunities that the state feedback control can be applied for unknown dynamic systems

1. 서 론

SVM(Support vector machine)은 적은 수의 데이터를 가진 패턴인식이나 함수 근사화와 같은 학습 문제를 해결 하는 데 사용 할 수 있는 통계적인 학습이론이다[1]-[5]. SVM은 분류문제와 회귀문제로 나눌 수 있다. 본 논문에서는 오직 회귀 문제만을 다루고자 한다. 본 논문에서는 제어하고자 하는 대상의 실제 상태와 가상으로 구성된 상태와의 관계를 회귀 관계로 정립하는 SVM을 사용 하고있다. RLS(Recursive Least-Squares)는 미지의 파라미터를 추정하는 방법 중 하나이다[6-10]. 본 논문에서는 선형 시스템과 RLS 추정 방법을 이용하여 시스템의 입출력 관계식과 가상 상태의 가제어 표준형을 정의하고자 한다. 상태 피드백 제어기는 SVM 관계식을 이용하여 가상 상태 값과 가상 시스템이 실제 상태 값을 대신 할 수 있게 설계되어진다. 그 결과, 실제의 상태 피드백 제어기는 미지의 시스템 동특성도 설계 할 수 있게된다.

2. 문제 설정

다음과 같은 시스템을 고려하자

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (1)$$

모든 상태는 측정가능하다. 그러나 선형이라는 사실만을 알고 있고, 동특성은 알 수가 없다. 첫 번째로 해야 할 것은 미지의 시스템의 전달 함수로부터 입출력 관계식을 증명해야 할 것이다. 입출력 데이터를 가지고 우리에게 잘 알려진 RLS(Recursive Least-Squares)알고리즘을 사용하여 증명할 수 있다.

공칭 시스템으로부터 가상 상태를 정의하면 다음과 같은 식으로 정의된다..

$$y(i) = \phi_1(i)\theta_1^0 + \phi_2(i)\theta_2^0 + \dots + \phi_n(i)\theta_n^0 = \phi^T(i)\theta^0 \quad (2)$$

공칭 가제어 시스템과 가상 상태로부터 다음과 같은 슬라이딩 평면을 설정 할 수 있다.

$$s_n = z_v(t) + \alpha_n z_n(t) + \dots + \alpha_1 z_1(t) - u_o(t) \quad (3)$$

알고리즘은 다음식과 같이 정의된다 .

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}(t-1) + K(t)(y(t) - \phi^T(t)\dot{\theta}(t-1)) \quad (4)$$

$$K(t) = P(t)\phi(t) = P(t-1)\phi(t)(\lambda I + \phi^T(t)P(t-1)\phi(t))^{-1} \quad (5)$$

$$P(t) = (I - K^T(t)\phi^T(t))P(t-1)/\lambda \quad (6)$$

여기서 $\phi(t)$ 는 full rank, $\phi^T(t)\phi(t)$ 는 가역행렬이다.

RLS에 의해 구해진 전달함수를 기본으로, 가상 시스템은 다음과 같이 설계된다.

$$z(k+1) = A_z z(k) + B_z u(k) \quad (7)$$

SVM(Support Vector Machines)은 몇 가지의 샘플과 반복 학습을 통한 상태들의 추정 값을 가지고 패턴인식 문제를 해결하는 통계 학습 이론들 중 한 방법이다. SVM(Support Vector Machines)의 문제 해결방법 가운데 커널 함수를 회귀를 사용하여 원래계통의 상태 값 x 와 가상 상태의 상태 값 z 와의 관계들을 추정하는 과정이다.

가상 상태의 식은 다음과 같이 표현된다.

$$z(k+1) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \beta x_{SV}^T(i)x(j) + b \quad (8)$$

3. Simulation

다음과 같은 시스템에 대해 시뮬레이션을 실행 하였다.

$$x_1(k+1) = 0.9x_1 + u(k)$$

$$x_2(k+1) = 0.8x_2 + u(k)$$

$$y(k) = x_1(k) + x_2(k)$$

초기치는 $X = [0, 0]$. 입력은 다음과 같은 펄스열이다. 입출력 관계식은 RLS알고리즘을 사용하여 구하였다.

$$y(k+2) = 1.7y(k+1) - 0.72y(k) + 2u(k+1) - 1.7u(k)$$

위 식의 관계식으로부터 전달 함수의 분해 방법을 사용하여 상태식을 얻을 수 있다.

$$z_1(k+1) = z_2(k)$$

$$z_2(k+1) = 0.799z_2(k) + 0.0684z_1(k) + u(k)$$

$$y(k) = 1.927z_2(k) + 0.556z_1(k)$$

가상시스템은 다음과 같이 결정되었다.

선형 SVM을 이용하면 Z 와 x 간의 관계는 다음과 같이 얻어진다.

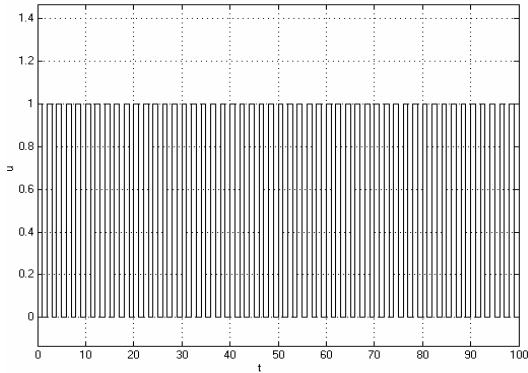
$$Z_1(k+1) = -0.3364u(k) + 0.2496x_1(k) + 0.1925x_2(k) + 2.2167$$

$$Z_2(k+1) = 0.8156u(k) + 0.2031x_1(k) + 0.2353x_2(k) + 1.7635$$

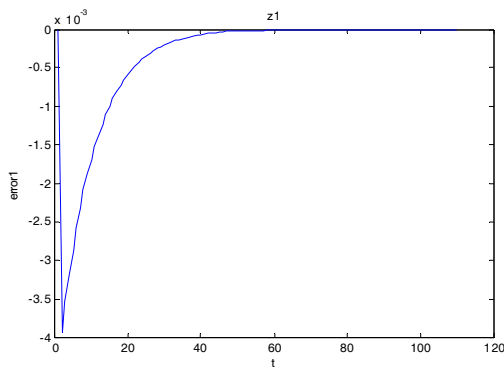
상태 변환 행렬은 다음과 같이 구할 수 있다

$$Z = PX, A_z = PAP^{-1}, P = [1, 1; 0.9, 0.8]$$

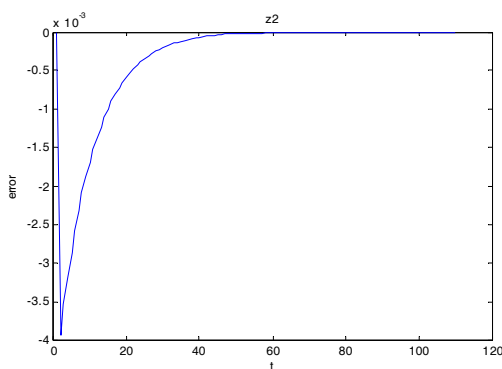
위의 SVR에 의한 추정 값과 실제 계통과 같은 입력에 대한 가상시스템의 상태 값과 일치함을 확인할 수 있고 이로부터 가상시스템을 이용하여 상태 피드백 제어를 구성한 후 SVR 관계를 사용하면 실제 상태 피드백 제어가 구성 될 수 있음을 알 수 있다.



〈그림 1〉 테스트 입력



〈그림 2〉 상태 Z1과 SVM 상태 추정 오차



〈그림 3〉 상태 Z2과 SVM 상태 추정 오차

4. 결 론

상태가 측정가능하고 동특성이 알려지지 않은 계통에 대한 상태피드백 제어를 구성하는 새로운 방법이 제시되었다. RLS 알고리즘은 입출력의 관계식을 정의하는데 실제시스템에 대응되는 가상시스템이 정의되고 같은 입력과 초기 값에 대해서 실제 상태와 가상 상태가 대응되도록 하는 관계를 정립하는데 있어서 SVM이 사용되었다. 상태피드백제어기는 가상계통에서 정의되고 가상 상태가 SVM에 의해서 실제 상태와 연계되어있으므로 실제 상태를 이용한 상태피드백 제어가 구성 될 수 있음을 확인 할 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] 'Comparison of SVM and LS-SVM for regression' Wang, Haifeng ; Hu, Dejin Neural Networks and Brain, 2005. ICNN&B '05. International Conference on, 2005.)
- [2] Mingyue Tan: 'Support Vector Machine & Its Applications' The University of British Columbia, Nov 26, 2004.
- [3] J. X. Dong, C.Y. Suen and A. Krzvwzak, 'A fast SVM traing algorithm', International Journal of Pattern recognition and Artificial Intelligence, vol. 17, No. 3, pp.367-384, 2003
- [4] Nello Cristianini and John Shawe-Taylor : 'An Introduction to Support Vector Machines and other kernel-based learning methods', Cambridge university press, ninth printing, 2005.
- [5] KIRK,D.E.: 'Optimal control theory' (Prentice-Hall, 1970).
- [6] Adaptive noise reduction using numerically stable fast recursive least squares algorithm / Ykhlef, Farid ; Arezki, Madjid ; Guessoum, Abderezak ; Berkani, Daoud (International journal of adaptive control and signal processing, v.21 no.4, 2007, pp.354-374)
- [7] A Recursive Orthogonal Least Squares Algorithm for Training RBF Networks / Yu, D.L. ; Gomm, J.B. ; Williams, D. (Neural processing letters, v.5 no.3, 1997, pp.167-176)
- [8] Fast residual computation for sliding window recursive least squares methods / Kyeongah, Y. ; Park, H. (Signal processing : the official publication of the European Association for Signal Processing (EURASIP), v.45 no.1, 1995, pp.85-95)
- [8] Error propagation properties of recursive least-squares adaptation algorithms / Ljung, S. ; Ljung, L. (Automatica : the journal of IFAC, the International Federation of Automatic Control, v.21 no.2, 1985, pp.157-167)
- [9] Numerical characteristics of fast recursive least squares transversal adaptation algorithms - A comparative study / Schutze, H. ; Ren, Z. (Signal processing : the official publication of the European Association for Signal Processing (EURASIP), v.27 no.3, 1992, pp.317-331)
- [10] Exponential convergence of recursive least squares with exponential forgetting factor -adaptive control / Johnstone, R.M. ; Anderson, B.D.O. (Systems & control letters, v.2 no.2, 1982, pp.69-76)