

## Hertzian Contact Model을 이용한 회전형 초음파 모터의 해석 및 설계

노중석, 이경표, 정현교  
 서울대학교 전기컴퓨터 공학부

### Analysis and Design of the Rotary Ultrasonic Motor using the Hertzian Contact Model

Jong-Seok Rho, Kyung-Pyo Lee, Hyun-Kyo Jung

School of Electrical Engineering and Computer Science, Seoul National University

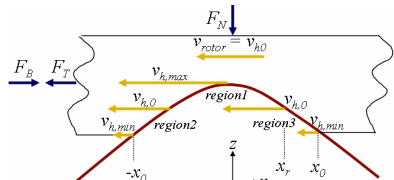
**Abstract** - 현재까지 많은 연구자들이 초음파 모터의 회전자와 고정자 사이의 접촉 메커니즘을 규명하고 이를 통해 초음파 모터의 특성을 해석하고자 하였다. 하지만 초음파 모터의 비선형적이고 복잡한 접촉 메커니즘으로 인해 접촉 메커니즘의 명확한 규명과 이를 통한 정확하고 완전한 모터의 특성 해석이 불가능한 상황이다. 따라서 본 논문에서는 현재까지 제안된 접촉 메커니즘을 고려한 초음파 모터 해석 방법 중 Hertzian Contact Model을 이용하는 Flynn에 의해 제안된 방법을 유한 요소법과 결합하여 초음파 모터의 특성을 해석하는 기법을 제시하고자 한다.

### 1. 서 론

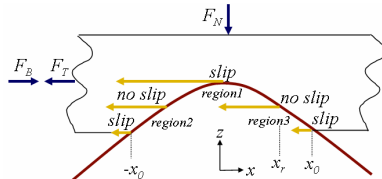
1988년 Ueha와 Kurosawa가 회전자와 고정자간의 접촉 메커니즘을 스프링 모델을 이용하여 처음으로 연구한 이래로 1989년 Yamabuchi와 Kagawa가 유한 요소법과 등가 회로법을 이용하여 해석하는 등 수 많은 학자들이 접촉 메커니즘에 대한 이론적 그리고 실험적인 연구들을 최근 까지 해 왔다. 하지만, 회전자와 고정자간의 비선형적인 접촉과 두 물체간의 전단 변형 등 그 복잡성을 고려하지 못해 왔다[1]. 이로 인해, 아직 까지도 초음파 모터의 접촉 메커니즘이 명확하고 세부적으로 규명되지 않았으며, 이는 초음파 모터의 정확하고 전반적인 해석 및 설계를 불가능하게 하였다. 따라서, 본 논문에서는 현재까지 제안된 접촉 메커니즘을 고려한 초음파 모터의 해석 방법 중 Hertzian Contact Model을 이용하는 Flynn에 의해 제안된 방법을 유한 요소법과 결합하여 초음파 모터의 특성을 해석하는 기법을 제시하고자 한다.

### 2. 고정자와 회전자 사이의 접촉 메커니즘

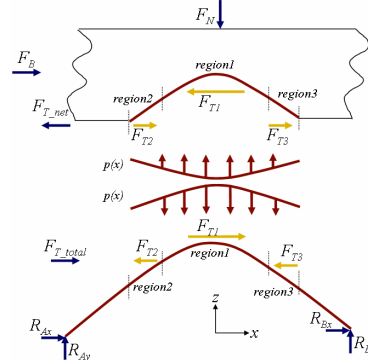
고정자는 접촉에 의한 변형이 없는 강체이고 회전자가 변형체라 가정을 한다면, <그림1>과 같이 회전자는 변형을 할 것이며 고정자와 유한한 면적에 대해 접촉을 하게 될 것이다. <그림1>은 고정자의 접촉 표면에서 각 질점들에서의 수평 속도들이 어떤 분포를 가지고 변화되는가를 보여준다. 이때 회전자는 고정자의 접촉 표면 중 특정 질점에서의 수평 속도 성분과 같은 속도인  $v_{h0}$ 로 움직이게 될 것이다. 따라서, 모든 고정자의 접촉 표면 질점들에서는 회전자와의 속도 차이가 있을 것이며 이로 인해 미끄러짐(Slip)이 발생할 것이다. <그림2>는 이러한 slip 구간을 보여준다. Region1에서 고정자의 표면 질점들은 수평 방향 속도 성분들이 로터의 속도보다 클 것이며, Region2와 Region3에서는 작을 것이다. 이러한 각각의 Region들에 대한 수평 방향 속도 성분과 회전자 속도와 의 차이를 고려하고, 회전자의 변형에 의한 수직 응력들의 분포를 고려한다면, 각각의 Region에 대한 마찰력들의 분포는 자유물체도를 이용하여 <그림3>과 같이 나타 낼 수 있다[2].



<그림1> 고정자와 회전자의 접촉 지점에서의 수평방향 속도 분포



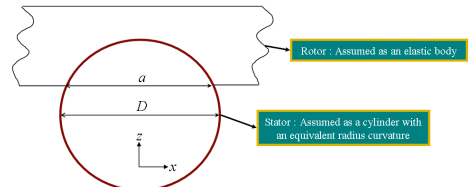
<그림2> 고정자와 회전자의 접촉 지점에서의 slip 분포



<그림3> 고정자와 회전자의 자유물체도

### 3. Hertzian Contact Model을 이용한 초음파 모터의 해석 및 설계

여러 가지 접촉 메커니즘을 해석하는 모델 중에서 이 문제에 적용할 수 있는 간단한 모델은 Hertzian Contact Model로써 <그림4>와 같다. 여기서 변형된 고정자를 원통으로 가정을 하였다. 이 경우 접촉 구간인 a를 Hertzian Contact Model을 이용한 (1)식을 통해 해석 할 수 있으며, (1)식의 변수 값들은 다음의 식 (2)-(5)로부터 구할 수 있다.



<그림4> Hertzian Contact Model

$$a = 1.6 \sqrt{F_N D C_E} \quad (1)$$

$$C_E = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2)$$

$E_1, E_2$  : 접촉하는 두 물체들의 탄성 계수  
 $\nu_1, \nu_2$  : 접촉하는 두 물체들의 포아송 비

$$D = 2\rho_k \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho_k} = \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = k^2 w_0 = \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 w_0 \quad (4)$$

$\xi$  : 고정자의 수직 변위  
 $k$  : 파수  
 $w_0$  : 고정자 변위의 z 방향 크기

$$F_N = \frac{W}{DC_E} \left( \frac{x_0}{0.8} \right)^2 \quad (5)$$

W: 접촉 폭

위의 식에서 중요 변수  $w_0$ 를 기존의 방법은 실험적으로 구한 값을 이용하였지만, 본 논문에서는 유한요소법을 통해 해석한 결과를 적용하고자 한다.

회전자의 토크  $\tau_{rotor}[N]$ 와 속도  $w_{rotor}[rad/sec]$ 는 다음 식(6)-(9)와 같이 유도 할 수 있다[2].

$$\tau_{rotor} = wave \times \frac{\mu_d F_N r}{\phi(x_0)} [2\phi(x_r) - \phi(x_0)] \quad (6)$$

$$\phi = \sin(kx) - kx \cos(kx_0) \quad (7)$$

$$w_{rotor} = w_{stator,max} \cos(kx_r) \quad (8)$$

$$w_{stator,max} = \frac{v_{h,max}}{r} \quad (9)$$

위의 식에서, 중요 변수  $v_{h,max}$ 를 기존의 방법은 실험적으로 구한 값을 이용하였지만, 본 논문에서는 유한 요소법을 통해 해석하는 방법을 다음과 같이 제시하고자 한다. 우선, 접촉 지점에서의 타원운동을 다음 식(10)-(12)로부터 구한다. 회전자의 속도는 원의 접선 성분에 의해 결정되므로 식(10)-(12)에서 구한 타원을 좌표축 회전을 수행하고 식(13)-(15)와 같이 나타 낼 수 있고 이로부터 중요 변수  $v_{h,max}$ 를 해석 할 수 있다.

$$x_i = |x_{com}| \times \sin\left[\frac{2\pi}{n} \times i + \text{rad}(x_{com})\right] \quad (10)$$

$$y_i = |y_{com}| \times \sin\left[\frac{2\pi}{n} \times i + \text{rad}(y_{com})\right] \quad (11)$$

$$z_i = |z_{com}| \times \sin\left[\frac{2\pi}{n} \times i + \text{rad}(z_{com})\right] \quad (12)$$

$x_i, y_i, z_i$  : 타원 변위의  $i$ 번째 분할 단계에서의  $x, y, z$  방향 변위  
 $x_{com}, y_{com}, z_{com}$  :  $x, y, z$  방향 복소 변위

$$x'_i = \sin(\theta)x_i - \cos(\theta)y_i \quad (13)$$

$$y'_i = \cos(\theta)x_i - \sin(\theta)y_i \quad (14)$$

$$z'_i = z_i \quad (15)$$

$x'_i, y'_i$  : 타원 변위의  $i$ 번째 분할 단계에서 원의 접선 방향으로 변환된 값

초음파 모터의 기계적 출력 파워  $P_{mech}$ 와 slip에 의한 손실  $P_{loss}$  그리고 효율  $\eta$ 는 다음 식(16)-(19)로부터 해석 할 수 있다[2].

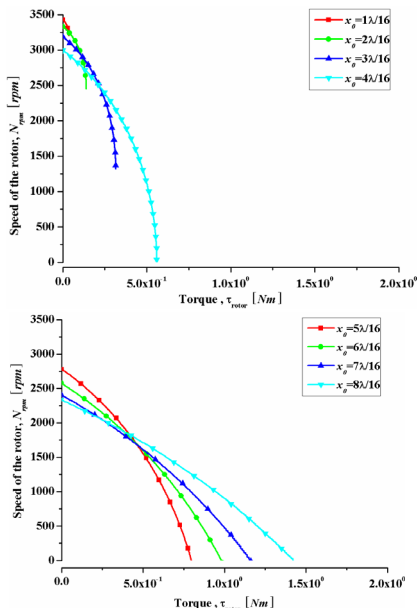
$$P_{mech} = w_{rotor} \tau_{rotor} \quad (16)$$

$$P_{loss} = \frac{\mu_d F_N r}{\phi(x_0)} [2\Phi(x_r) - \Phi(x_0)] \quad (17)$$

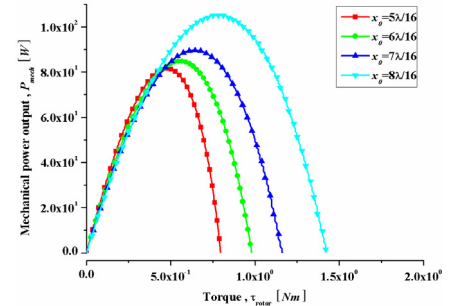
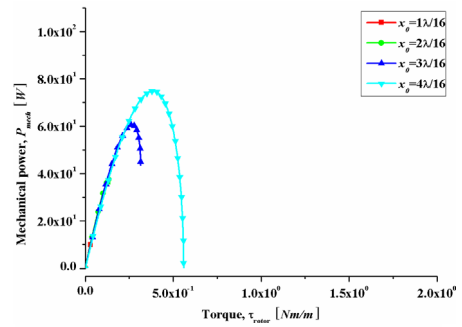
$$\Phi(x) = \frac{1}{2} kx w_{stator,max} + \frac{1}{4} w_{stator,max} \sin(2kx) - [w_{stator,max} \cos(kx_0) + w_r] \sin(kx) + kx w_r \cos(kx_0) \quad (18)$$

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_{loss} + P_{mech}} \quad (19)$$

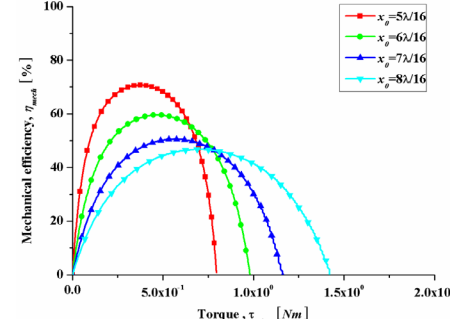
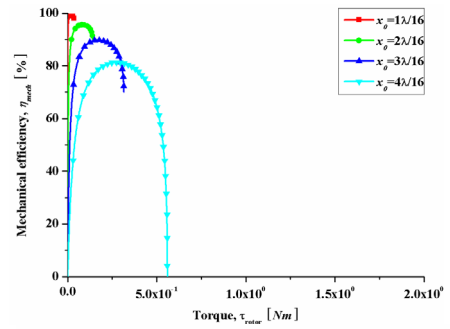
위의 해석 방법을 이용하여 다음 <그림5>-<그림7>과 같이 직경 10[mm]/내경6[mm]의 회전형 진행파 초음파 모터에 대한 특성 해석 곡선들을 구할 수 있었다.



<그림5> 토크-속도 곡선 해석 결과



<그림6> 토크-기계적 출력 파워 곡선 해석 결과



<그림7> 토크-효율 곡선 해석 결과

위의 해석 결과들에서 보듯이  $x_0$ 를 8/16 $\lambda$ 까지 표본화 하였다. 하지만, 실제 모터에서는  $x_0$ 가 어느 일정 값이 되면 그때의  $F_N$ 을 견디지 못하고 모터의 파괴가 일어나게 될 것이다. 즉,  $x_0$ 가 8/16 $\lambda$  보다 훨씬 작은 값에서만 동작을 하게 될 것이다. 하지만, 본 논문에서 제시된 특성 해석 기법은 설계 단계에서 초음파 모터의 특성에 대한 전반적인 해석 및 설계를 가능하게 한다.

### 3. 결론

현재까지 설계 단계에서 초음파 모터의 접촉 메커니즘을 고려한 정확한 전반적인 특성 해석이 불가능 했다는 측면을 고려한다면, 본 논문에서의 Flynn에 의해 제시된 Hertzian Contact Model을 이용한 초음파 모터의 해석에 유한 요소법을 결합한 방법은 설계 단계에서 초음파 모터의 특성 전반에 대한 해석 및 설계를 가능하게 한다.

### [참고 문헌]

- [1]Takashi Maeno, Takayuki Tsukimoto, and Akira Miyake, "Finite Element Analysis of the Rotor/Stator Contact in a Ring-Type Ultrasonic Motor", IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol.39, No.6, Nov. 1992.
- [2]Anita M.Flynn, "Piezoelectric Ultrasonic Micromotors", Ph.D dissertation, MIT Artificial Intelligence Laboratory, Dec 1997.