

PSO를 이용한 퍼지집합 퍼지모델의 최적화

김길성, 최정내, 오성권
수원대학교 전기공학과

Optimization of Fuzzy Set Fuzzy Model by Means of Particle Swarm Optimization

Gil-Sung Kim, Jeoung-Nae Choi, Sung-Kwun Oh
Dept. of Electrical Engineering, Suwon Univ.

Abstract - 본 논문에서는 particle swarm optimization(PSO)를 통한 비선형시스템의 퍼지집합 퍼지모델의 최적화 방법을 제안한다. 퍼지 모델링에서 전반부 동정, 즉 구조 동정 및 파라미터 동정은 비선형 시스템을 표현하는데 있어서 매우 중요하다. 퍼지모델의 전반부 동정에 있어 최적화 과정이 필요하며 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm; GA)을 이용하여 퍼지모델을 최적화한 연구가 많이 있다. 본 연구는 파라미터 동정 시 최근 여러 가지 어려운 최적화 문제를 수행함에 있어서 성능의 우수성이 증명된 PSO를 이용하여 퍼지집합 퍼지모델의 전반부 파라미터를 동정하였다. 구조동정은 단순 유전자 알고리즘(Simple Genetic Algorithm; SGA)을 이용하여 동정하였으며 파라미터 동정시 실수 코딩 유전자 알고리즘(Real Coded Genetic Algorithm; RCGA)과 PSO를 각각 파라미터 동정에 이용하여 성능을 비교하였다.

1. 서 론

1995년 Kennedy and Eberhart[1]에 의해 처음 소개된 particle swarm optimization(PSO)는 새 떼와 물고기 떼와 같은 생체군집의 사회적 행동 양식을 바탕으로 하고있다. PSO 역시 군집기반 알고리즘으로 병렬처리 특징을 가지며, 군집과 개체는 swarm과 particle로 표현된다. 1965년 Zadeh에 의해 창안된 “퍼지집합” 이론을 계기로 하여 비선형적이고 다 변수인 시스템을 대상으로 한 퍼지 모델링 기법의 유용성은 이미 잘 알려져 있으며 이들은 퍼지추론 시스템에 기초하고 있다. 퍼지 모델의 성능은 퍼지규칙의 구성 방법에 의존하며 보다 좋은 성능을 위해서는 퍼지규칙의 동정이 필연적이다. 본 연구는 구조동정은 단순 유전자 알고리즘(Simple Genetic Algorithm; SGA) 이용하여 동정하였으며 파라미터 동정시 실수 코딩 유전자 알고리즘(Real Coded Genetic Algorithm; RCGA)과 PSO를 각각 파라미터 동정에 이용하여 각각의 퍼지모델의 성능을 비교하였다.

2. PSO(Particle Swarm Optimization)

Kennedy and Eberhart에 의해 처음 소개된 PSO[1]는 사회 심리학 특성과 진화연산의 결합에 의한 기술이다. PSO는 물고기, 새 떼와 같은 생물의 행동양식을 바탕으로 이루어진다.

2.1 PSO의 연산자

PSO의 기본요소와 연산자는 다음과 같다.

1) Particle - $x(t)$: 집단(swarm) 안에 속해 있는 각각의 개체는 하나의 particle이다. 해공간이 m-차원일 때, particle은 m개의 원소를 가진 실수 벡터로 표현된다. 각 particle은 GA의 개체와 같이 개별적으로 움직이는 하나의 개체이다. t 시간에, j번째 particle $x_j(t)$ 는 [$x_{j1}(t), x_{j2}(t), \dots, x_{jm}(t)$]으로 표현되며, $x_{jk}(t)$ 는 j번째 particle의 k번째 차원(파라미터)의 위치(값)를 갖는다.

2) Swarm - $S(t)$: swarm은 n개의 particle의 집합이다. 즉, $S(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$.

3) Particle best - $pbest(t)$: 각 particle의 이동경로 중 가장 좋은 적합도를 갖는 점에서의 particle의 위치(값)이다. 인지(경험)적 요소를 반영하기 위해 사용된다.

4) Global best - $gbest(t)$: 최적의 위치정보를 가지는 particle들, 즉 $pbest$ 의 모든 particle중 가장 최적의 위치정보를 나타내는 particle이다. 따라서 $gbest$ 는 주어진 문제의 최적해가 된다.

5) Particle velocity - $v(t)$: $v(t)$ 는 PSO의 유일한 연산자이며, particle들의 이동속도를 나타내는 m-차원 실수벡터이다. t 시간의 j번째 particle 이동 속도 $v_j(t)$ 는 [$v_{j1}(t), v_{j2}(t), \dots, v_{jm}(t)$]로 구성된다. particle velocity는 다음 식에 의해 구하여 진다.

$$v_{jk}(t+1) = w(t) \cdot v_{jk}(t) + c_1 \cdot r_1(pbest_{jk}(t) - x_{jk}(t)) + c_2 \cdot r_2(gbest_k(t) - x_{jk}(t)) \quad (1)$$

여기서, w 는 관성하중(inertia weight), $c1$ 과 $c2$ 는 가속상수로서 각 particle이 $pbest$ 와 $gbest$ 로 향하는 확률적인 가속의 가중치를 표현한다. 이들의 낮은 값은 목적지가 아닌 곳을 떠돌게 만든다. 반면에, 높은 값은 목적지를 지나치거나 갑작스런 방향 전환을 유도한다. 기존에 많은 실험들은 이들 값을 2.0으로 설정하였다. $r1$ 과 $r2$ 는 [0 1]의 랜덤상수이다.

6) $vmax$: 초기 PSO의 particle velocity 연산자는 swarm의 파열과 발산의 위험을 촉진하는 속도 크기의 제어 부족 현상을 가지고 있다[5]. 이러한 문제를 피하기 위해 particle velocity의 최대 값 $vmax$ 를 가정한다. 만약 $vmax$ 가 매우 큰 값을 가진다면 particle은 최적해를 지나쳐 버릴 수 있다. 반대로 매우 작은 값을 가진다면 해 공간을 충분히 탐색하지 못하게 된다. 기존의 많은 실험 연구를 통해 $vmax$ 는 변수 공간의 10~20%로 설정되었다[6].

7) inertia weight - $w(t)$: 현재 velocity에 대한 이전 velocity의 영향을 조절하기 위한 파라미터이다. 따라서 이 값은 particle의 전역 탐색 능력과 지역탐색 능력 사이의 관계를 조절한다.

초기에는 전역탐색의 강화를 위해 큰 관성하중 값을 설정하고, 반대로, 탐색후반부에는 좀더 나은 지역탐색을 위해 관성하중을 감소시킨다. $0.9(wmax) - 0.4(wmin)$ 까지 선형적으로 감소시키는 방법이 자주 이용된다.

$$w(t) = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{iter_{max}} \times t \quad (2)$$

여기서 $iter_{max}$ 는 max generation이다.

2.2 PSO 알고리즘

PSO는 위에서 언급한 연산자와 아래 알고리즘으로 최적해를 찾아낸다.

[Step1] Initialization

n개의 particle을 탐색공간 내에서 랜덤하게 생성한다. 이 초기 particle들을 $pbest$ 로 설정하고 이들이 초기 swarm을 구성한다. 각 particle의 velocity를 [- $vmax$, $vmax$] 내에서 랜덤하게 생성한다. 초기 particle중 최적의 적합도를 갖는 particle을 $gbest$ 로 선정한다.

[Step2] Inertia weight & velocity updating

(2)에 의하여 관성하중 값을 계산하고, (1)에 의하여 j번째 particle velocity를 계산한다. 제한조건 [- $vmax$, $vmax$]을 확인 한다.

[Step3] Position updating

다음 (3)식에 의해 particle의 위치 정보는 조절된다.

$$x_{jk}(t) = v_{jk}(t) + x_{jk}(t-1) \quad (3)$$

여기서 $x_k^{min} \leq x_{jk}(t) \leq x_k^{max}$ 이다.

[Step4] Individual & global best updating

새로운 particle들의 적합도를 계산한다. 이전 $pbest$ 와 비교되며 $pbest$ 를 재설정한다. $gbest$ 를 재설정한다.

[Step5] Stopping criteria

종료 조건을 만족하면 탐색과정을 종료하고, 그렇지 않으면 [Step2]부터 반복한다.

[Step6] Optimal parameter

최종적으로 생성된 $gbest$ 는 최적의 위치정보를 가진다.

3. 퍼지집합 퍼지모델

퍼지모델의 성능은 퍼지규칙의 구성 방법에 의존하며 보다 좋은 성능을 위해서는 퍼지규칙의 동정이 필연적이다. Pedrycz 와 Oh는 진보된 퍼지모델을 제안하고, SGA를 이용하여 구조와 전반부 파라미터를 최적화 하는 방법을 제시하였다[2-4]. 본 논문은 퍼지집합 퍼지모델의 최적화에 중점을 두었으며, 최적화를 위해서 삼각형 멤버쉽 함수의 정점을 튜닝 하는 전반부 파라미터 동정시 PSO를 이용하였다.

3.1 전반부 동정

퍼지 모델링에서 전반부 동정, 즉 구조 동정 및 파라미터 동정은 비선형 시스템을 표현하는데 있어서 매우 중요하다. 기존의 방법인 멤버쉽 함수를 입력 변수의 최소값과 최대값 사이에서 임의의 개수로 등분하여 일률적으로 정의는 Min-Max 방법은 멤버쉽 함수를 입력 변수의 최소값과 최대값 사이에서 임의의 개수로 등분하여 일률적으로 정의하였으나 이는 데이터들이 가지고 있는 특성을 제대로 반영하지 못하는 단점이 있다. 그래서 전반부 파라미터 동정을 위해 HCM 클러스터링에 의해 초기 멤버쉽 함수의 정점을 동정한다.

3.2 후반부 동정

퍼지 모델의 후반부 동정도 전반부와 마찬가지로 구조 동정과 파라미터 동정으로 나누어진다. 정보 입자에 따른 다항식 함수의 초기값을 가지고 구조를 동정한다.

[단계 1] j 번째 규칙의 퍼지 공간에 속한 데이터 집합을 찾는다.
[단계 2] 각 규칙에서 산술 평균에 의한 데이터 집합의 중심 벡터 V_j 를 계산한다.

$$V_j = \{V_{1j}, V_{2j}, \dots, V_{kj} ; M_j\} \quad (4)$$

여기서, $j=1, 2, \dots, n$. V_{kj} 와 M_j 는 각각 입력 데이터와 출력 데이터의 중심값이다.

[단계 3] 중심 벡터 V_j 를 후반부 다항식 함수의 초기값으로 설정한다. 정보입자를 기반으로 퍼지집합 모델은 후반부 다항식의 형태에 따라 다음처럼 4가지가 있다.

$$R^j \text{ IF } x_k \text{ is } A_{kc} \text{ then } y_j = f_j(x_1, \dots, x_k)$$

Type 1 : 간략 퍼지 추론

$$f_j(x_1, \dots, x_k) = a_{j0} \quad (5)$$

Type 2 : 선형 퍼지 추론

$$f_j(x_1, \dots, x_k) = a_{j0} + a_{j1}(x_1 - V_{j1}) + \dots + a_{jk}(x_k - V_{jk}) \quad (6)$$

Type 3 : 2차식 퍼지 추론

$$f_j(x_1, \dots, x_k) = a_{j0} + a_{j1}(x_1 - V_{j1}) + \dots + a_{jk}(x_k - V_{jk}) \quad (7)$$

$$+ a_{j(k+1)}(x_1 - V_{j1})^2 + \dots + a_{j(2k)}(x_k - V_{jk})^2$$

Type 4 : 변형된 2차식 퍼지 추론

$$f_j(x_1, \dots, x_k) = a_{j0} + a_{j1}(x_1 - V_{j1}) + \dots + a_{jk}(x_k - V_{jk}) \quad (8)$$

$$+ a_{j(k+1)}(x_1 - V_{j1})^2 + \dots + a_{j(2k)}(x_k - V_{jk})^2$$

$$+ a_{j(2k+1)}(x_1 - V_{j1})(x_2 - V_{j2}) + \dots$$

$$+ a_{j(k+2)(k+1)/2}(x_{k-1} - V_{j(k-1)})(x_k - V_{jk})$$

4. 시물레이션

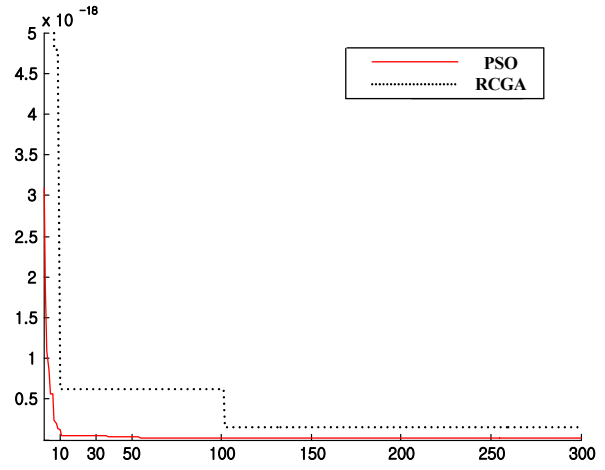
본 연구는 Sugeno가 사용한 다음의 비선형 시스템을 이용하여 시물레이션 하였다.

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2 \leq 5 \quad (9)$$

본 연구에서는 50개의 데이터를 Training 데이터로 사용하여 PSO를 이용한 파라미터를 동정한 퍼지집합 퍼지모델과 실수코딩 RCGA를 사용하여 파라미터를 동정한 퍼지모델을 비교하였다. 퍼지집합 퍼지모델 전반부 구조 동정에서 SGA으로 찾아낸 50개의 데이터에 대한 최적의 퍼지모델 구조는 x_1, x_2 각 변수에 대한 멤버쉽 함수의 수는 5, 5개로 선택되었고, 후반부 다항식은 2차식(**Type 3**)이 선택되었다. 성능지수로 Mean Square Error (MSE)를 사용하였다. 퍼지모델 최적화에서 전반부 파라미터 동정에 사용된 PSO와 RCGA의 파라미터는 표1과 같다. 표 2는 9개의 삼각형 멤버쉽 함수의 정점의 최적값을 각각 PSO와 RCGA를 이용하여 튜닝 시켰을 때의 퍼지집합 퍼지모델의 성능지수이다. PSO를 이용하여 파라미터의 최적값을 동정한 퍼지모델의 성능이 RCGA를 이용하여 동정한 모델보다 더 좋은 성능을 보였다. 그림1은

<표 1> PSO와 RCGA의 파라미터

PSO		RCGA	
Generation	300	Generation	300
Swarm Size	150	Population Size	150
Particle type	Real	Chromosome type	Real
Vmax	20% of the search space	Selection	Roulette
w	(2)	Crossover	Simple
[wmin wmax]	[0.4 0.9]	Crossover rate	0.75
c1, c2	2.0	Mutation	Uniform



<그림 1> 퍼지모델 성능지수 수렴곡선

<표 2> 퍼지모델의 성능 평가

진화 알고리즘	PI
RCGA	1.536602e-019
PSO	2.053262e-020

5. 결론

본 논문에서는 비선형 시스템에 대한 효율적인 모델링을 위하여 PSO와 RCGA를 이용하여 보다 최적화된 비선형 시스템을 모델링 하였다. 퍼지 모델링에서 전반부 구조 및 파라미터 동정, 후반부 구조 동정은 퍼지모델의 성능을 좌우한다. 본 연구에서는 전반부 구조 동정에서 HCM에 의한 초기 정점에 대하여 입력변수 수, 입력변수의 선택, 선택된 입력변수에 대한 멤버쉽 함수의 수, 후반부 구조를 GA를 이용하여 최적화되었고, 최적화된 퍼지집합 퍼지모델의 구조에 대하여 멤버쉽 함수의 정점을 최적화하는 전반부 파라미터 동정에 PSO를 사용한 퍼지모델이 RCGA를 사용한 퍼지모델에 비하여 더 좋은 성능을 보임을 증명하였다.

감사의 글

본 연구는 2006년도 교육인적자원부의 재원으로 한국학술진흥재단(KRF-2006-311-D00194)의 지원을 받아 수행된 연구임

[참고 문헌]

- [1] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization", Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks, Vol. IV, No., pp. 1942-1948, 1995.
- [2] W. Pderycya and G. Vukovich, "Granular neural networks," Neurocomputing, Vol. 36, pp. 205-224, 2001.
- [3] P. R. Krishnaiah and L. N. Kanal, editors. Classification, pattern recognition, and reduction of dimensionality, volume 2 of Handbook of Statistics. North-Holland, Amsterdam, 1982.
- [4] S.-K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems," Fuzzy Sets and Syst., Vol. 115, No. 2, pp. 205-230, 2000.
- [5] K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis, "On the Computation of All Global Minimizers Through Particle Swarm Optimization", IEEE Trans. Evolutionary Computation, vol. 8, no. 3, pp. 211-224, 2004.
- [6] Z.L.Gaig, "A Particle Swarm Optimization Approach for Optimum Design of PID Controller in AVR System", IEEE Trans. Energy Conversion, vol. 19, no. 2, pp.384-391, 2004.