

전자기 체적력에 의한 자성유체의 자유표면 도출

최홍순¹, 김영선², 박일한², 김광태¹

¹국립상주대학교 전자전기공학부 ²성균관대학교 전기전자공학과

Ferrofluid shape formation based on electromagnetic body force

Hong-soon Choi¹, Young-sun Kim², Il-han Park², and Kwang-tae Kim¹

¹School of Electronic & Electrical Engineering, Sangju National University

²Department Electronic and Electrical Engineering, Sungkyunkwan University

Abstract - 자성유체의 전자기력에 의한 거동 파악을 위해 전자기 체적력에 의한 접근법을 제안한다. 정유체역학식에 수정된 Kelvin 가진력식이 도입되며, 유체표면에서의 압력이 일정하여야 한다는 원리에서 유체 표면의 형상을 얻어낼 수 있다.

칙적인 분포를 보이는 경향이 있다[7]. 이를 그대로 유체정역학에 적용하면 압력 계산에 많은 오차를 유발하는 요인이 된다. 본 논문에서는 가상공극에서 유도되어 온 외부자기장 식을 Kelvin 식의 \mathbf{H} 에 도입하여 규칙적인 분포를 보이는 체적력을 얻을 수 있음을 보이고, 이를 이용하여 유체내에서의 정교한 압력분포를 얻을 수 있음을 보인다.

1. 서 론

자성유체에서의 전자기력 계산은 자성유체의 거동을 해석하는데 필수적인 요소이다. 그 동안 전자기력에 의한 유체의 변형을 다루기 위한 많은 시도가 있어왔다[1]-[3]. 유체내의 전자기 체적력을 구하기 위해 Kelvin법, Korteweg-Helmholtz법, 자하법, 자화전류법 등 여러 방법이 시도되었다. 이러한 방법들은 지금까지 표면력이 추가 되는 형태의 최종결과를 보여주고 있다. 표면으로 나타나는 힘의 밀도는 대개 채택된 방법에 따라 다른 결과를 보인다. 그림 1의 (b), (c), (d)에는 철과 자석이 놓였을 때, 철에 미치는 힘의 분포를 각각 Maxwell stress법, 자화전류법, 자하법에 의한 표면력으로 계산한 결과이며, 모두 다른 분포를 보이고 있다. 이렇게 방법에 따라 다른 결과는 지금까지 많은 논란을 야기하여 왔다. 자성유체의 변형을 다루는 연구 [3]에서, 자하법에 의해 계산된 표면력에 의해 자성유체의 변형 예측 실패에 대해 언급하고 있고, Kelvin법을 수정한 수식에 의한 변형을 계산하는 방법을 제시하였지만, 이 방법도 또 다른 표면력의 표현으로 나타나며, 일반적인 자성유체의 변형에 모두 적용할 수 없는 한계가 있다.

2. 이론 및 알고리즘

2.1 자성유체에서의 Kelvin 체적력

가상공극을 적용한 외부자기장(external field)을 참고문헌 [4]와 [5]로부터 도입하면, Kelvin식에 의한 전자기 체적력은 다음과 같이 표현이 된다.

$$\mathbf{f}_m = (\mu_0 \mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H}_0 = \frac{\mu_0 + \mu}{2} (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} \quad (1)$$

여기서 μ_0 는 공기투자율, μ 는 자성체의 투자율, \mathbf{M} 은 자성체내의 자화량을 나타낸다. (1)과 같이 표현된 전자기 체적력은 \mathbf{H} 의 분포에 바로 의존하므로, 가상공극에 의한 것[7]보다 훨씬 규칙적이고 부드러운 분포를 얻어 낼 수 있다.

2.2 유체정역학에 의한 자유표면 형성

Navier-Stoke 유체방정식에서 정유체역학만을 고려하기 위해 점성이 반영된 항을 제거하고, 전자기체적력을 가진력으로 추가하면, 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\nabla p = \mathbf{f}_b = \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_m \quad (2)$$

여기에서 p 는 압력, ρ 는 질량밀도, \mathbf{g} 는 중력가속도, \mathbf{f}_m 는 전자기체적력밀도이다. 유체의 자유표면 L_i 위치에서의 압력을 p_i 라 하면 L_0 위치로부터 표현된 p_i 의 식은 자성유체 내부의 적분경로를 따라 적분된 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$p_i = \int_{L_0}^{L_i} \mathbf{f}_b \cdot d\mathbf{l} + p_0 \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (3)$$

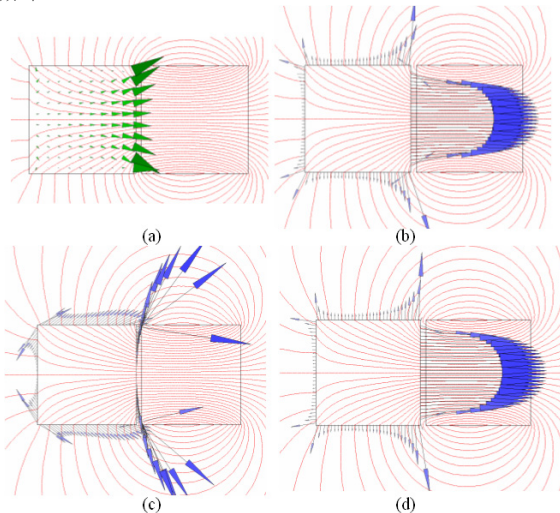
여기에서 L_0 는 유체의 표면상의 임의의 고정된 위치, p_0 는 대기압 압력이다. 수면 위의 기준점 L_0 에서부터 또 다른 수면위의 한 점 L_i 까지 선적분한 압력 p_i 는, 편의상 $p_0=0$ 으로 하면, 모든 위치에서 p_i ($i=0,1,\dots,n-1$)가 0이 되어야 하지만, 대개 전자기력으로 인해 0이 되지 않는다. 여기서 계산된 압력과 0과의 차이만큼 유체의 수면이 수직성분 y 방향으로 진행이 되어 압력 0이 나오도록 정유체학적으로 만족하여야 한다. 전자기력이 없이 중력만 있다면, 유체의 자유표면은 수평이 될 것이다. 새로운 유체 표면 이동점 y_i^{new} 는 $(y_i^{new} - y_i)$ 가 충분히 작은 값이라는 전제하에, 테일러 시리즈를 적용하면,

$$p_i + \frac{dp}{dy} (y_i^{new} - y_i) = 0 \quad (4)$$

를 만족하여야 할 것이고, 다시 y_i^{new} 는 식(4)로부터,

$$y_i^{new} = y_i - \frac{dy}{dp} p_i \quad (5)$$

와 같이 표현이 된다. dy/dp 는 p_i 에 도달하기 직전의 y 의 차분 변화에 대한 p 의 차분변화 $\Delta y/\Delta p$ 로부터 수치적인 근사치를 구할 수 있다. 여기에서 유체의 체적밀정 조건을 반영하기 위하여



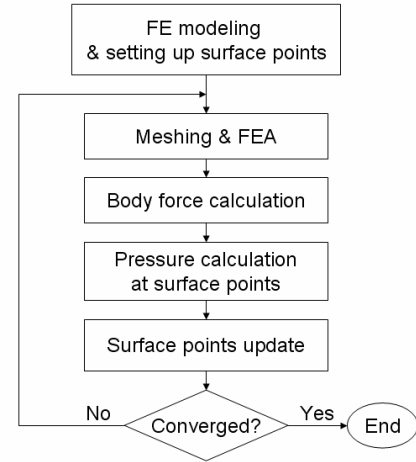
<그림 1> 철과 자석에서의 전자기력분포 (a) 가상공극에 의한 체적력 분포 (b) Maxwell stress법 표면력 (c) 자화전류법 표면력 (d) 자하법 표면력

본 논문에서는 최근 제시된 가상공극에 의한 전자기 체적력 계산법[4]-[6]에 의한 새로운 Kelvin식의 유도와 이에 의한 유체정역학적인 접근을 통해 자성유체의 자유표면 변형을 도출하고자 한다. 기존의 전자기력 계산법들에 가상공극 개념을 적용할 경우 그림 1의 (a)와 같이 모두 동일한 체적력 분포를 보이는 데, 이는 기존의 결과(b), (c), (d)와는 매우 다른 것이다. 그림 1의 (a)의 경우는 사각형요소 개념을 적용한 것인데, 전자기력의 방향성이 부드럽게 변화하는 규칙성을 띄고 있다. 일반적으로 가상공극을 적용하여 각 요소내에서의 체적력을 구할 경우, 불규

음과 같이 y_i^{new} 를 수정하여 y_i^{mod} 로 나타낸다.

$$y_i^{mod} = y_i^{new} - \left(\sum_{j=1}^n y_j^{new} \right) / n \quad i=0,1,\dots,n-1 \quad (6)$$

y_i^{mod} 에 의해 수면의 형상을 다시 구성하고 유한요소를 재 발생시킨 다음, 유한요소해석을 다시 수행한다. $\sum |y_i^{mod} - y_i|$ 가 일정 수준 이하로 떨어질 때까지 (3)에서 (6)식까지의 작업을 수면 위의 모든 점에 대해 반복적으로 해석하여 수렴시킨다. 그림 2에는 전체적인 순서도를 도식하였다

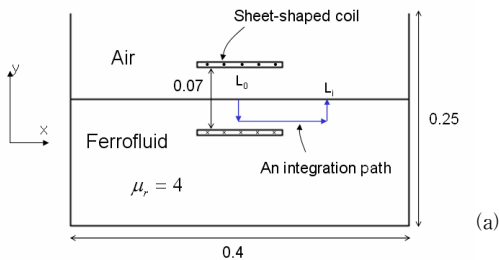


<그림 2> 자유표면 형상수렴을 위한 순서도

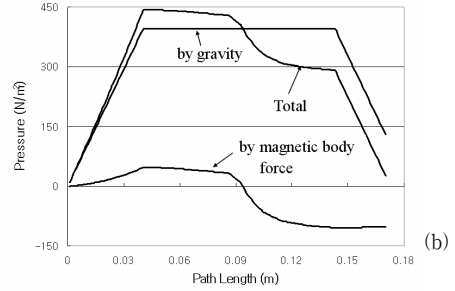
3. 수치해석 결과

그림 3(a)에는 비투자율 4를 가지는 자성유체 안에 반이 잠긴 Sheet 코일에 수직방향의 전류가 흐르는 모델을 나타내고 있고, (b)에는 특정 수렴 스텝에서의 L_0 점과 L_1 점 사이의 적분경로를 따른 압력 프로파일을 중력, 전자기력, 물을 포함한 힘에 의한 것을 각각 나타내고 있다. 이 모델은 자성체 표면에서 표면자하가 0이므로 기존의 자하법으로는 설명이 불가능 모델이다. 그림 4에는 최종 수렴된 자유표면의 형상을 나타내고 있으며, 자속분포도와 각 요소에서의 전자기력을 화살표로 나타내었다. 유체에 미치는 전자기력은 아래 sheet코일로 모여지는 현상을 보이고 있으며, 이러한 힘에 의한 최종결과는 코일 주변의 자유표면이 볼록하게 솟아오르는 결과를 보인다. 이는 알려진 실험결과와 일치한다. 그림 5에는 각 수렴 스텝에서 위치에 따른 y_i^{mod} 의 프로파일을 나타내었는데, 스텝이 진행이 될 수록 수렴되어 감을 보이고 있다.

본 논문에서 새로운 접근에 의한 수정된 Kelvin법을 사용한 전자기체적력의 계산을 통해 자성유체의 정유체화적인 거동을 성공적으로 도출하였다. 표면력으로 표현되는 기존의 전자기력 계산 방식은 자성유체의 모델에 따라 계산이 불가능한 상황이 부딪치게 되지만, 본 제안 방법은 어떠한 경우의 모델이라 하더라도 계산이 가능하다는 것이 장점이고, 곧 이것은 전자기체적력에 대한 정당성을 상당히 부여하게 된다. 가상공극에 의한 체적력은 불규칙한 분포를 보여, 자성유체에 적용하기 어려운 반면, 새로운 Kelvin법에 의한 전자기력 분포의 규칙성은 자성유체에의 응용을 보장해주는 장점이 있다.

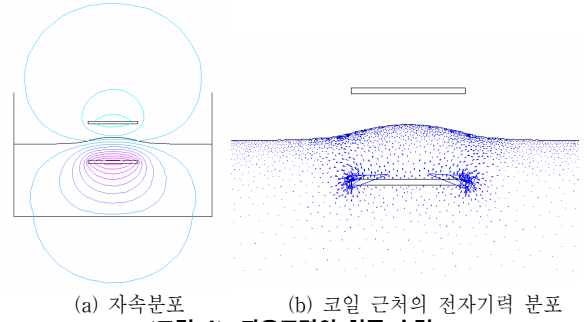


(a)



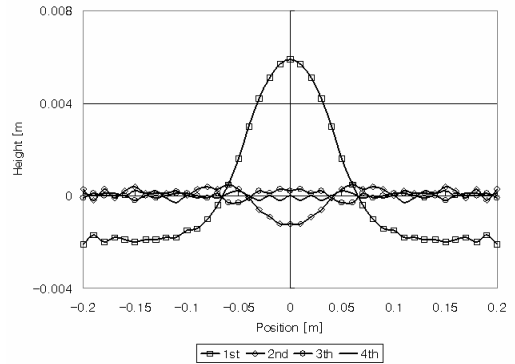
(b)

<그림 3> (a) 자성유체와 전류 모델 (b) 적분경로에 따른 압력 프로파일들



(a) 자속분포 (b) 코일 근처의 전자기력 분포

<그림 4> 자유표면의 최종 수렴



<그림 5> 수렴 스텝에 따른 y_i^{mod} 의 프로파일

[참고 문헌]

- [1] R. E. Rosensweig, *Ferrohydrodynamics*, New York: Dover, 1997.
- [2] S. Bobbio, *Electrodynamics of Materials. Forces, Stresses and Energies in Solids and Fluids*, San Diego: Academic Press, 2000.
- [3] M. d'Aquino, G. Miano, C. Serpico, W. Zamboni, and G. Coppola, "Forces in magnetic fluids subject to stationary magnetic fields," *IEEE Trans. on Magnetics*, vol. 39, no. 5, pp. 2657-2659, Sep. 2003.
- [4] H. S. Choi, I. H. Park, and S. H. Lee, "Force calculation of magnetized bodies in contact using Kelvin's formula and virtual air-gap," *IEEE Trans. on Applied Superconductivity*, vol. 16, no. 2, pp. 1832-1835, June 2006.
- [5] Se-Hee Lee, Hong Soon Choi, and Il Han Park, "Introducing the Virtual Air gap Scheme to the Kelvin Force Density with External and Total Field", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol.43, No.4, pp.1457-1460, April 2007
- [6] H. S. Choi, S. H. Lee, and I. H. Park, "Electromagnetic body force calculation based on virtual air-gap," *Journal of Applied Physics* 99, 08H903, 2006.
- [7] H. S. Choi, S. H. Lee, Y. S. Kim, and I. H. Park, "Equivalent rectangular element method for regularized distribution of electromagnetic body force," *IEEE CEFC 2006*, PB4-7, pp. 114, April 2006, USA.