

### 최소자승법을 이용한 Y-Δ 변압기 파라미터 추정 방법

강용철\*, 황태근\*, 이병은\*, 장성일\*, 김용균\*\*  
 \*전북대학교, \*\* (주)한국 IED Eng.

### Parameter Estimation of Y-Δ Transformer Using the Least Square Method

Yong-Cheol Kang\*, Tae-Keun Hwang\*, Byung-Eun Lee\*, Sung-Il Jang\*, Yong-Gyun Kim\*\*  
 \*Chonbuk National University, \*\*Hankook IED Eng. Inc.

**Abstract** - This paper proposes a parameter estimation technique of a power transformer. Based on the combined equation, it estimates separately the primary and secondary leakage inductances, winding resistances using the least square method from the instantaneous voltages and currents in the steady state. The performance of the proposed technique was investigated by varying the cut-off frequency of the filter and the number of samples per cycle. The technique estimates the parameters with higher sampling frequencies.

#### 1. 서 론

현재 변압기 보호는 변압기 양단의 차전류를 계산하여 사고를 판단하는 전류차동 계전방식을 주로 사용하고 있으나, 여자돌입이나 과여자시에 오동작 할 수 있다. 따라서 이러한 경우의 오동작을 방지하기 위하여, 고조파 성분을 이용하여 억제하거나 방지하는 방식을 사용하여 왔다 [1]-[3]. 하지만, 이러한 방식은 계통 및 변압기 특성에 영향을 받을 뿐만 아니라, 차전류에 고조파가 많지 않은 경우에는 오동작 할 수 있으며, 내부 사고시 계전기 동작시간이 오래 걸리는 단점이 있다.

이러한 단점을 개선하고자, 자속의 증분을 억제신호로 사용하는 방식 [4]과 변압기 모델에 기초한 변압기 보호 방식들이 제안되었다[5-7]. 이 방식들은 전류차동방식에 비해 동작시간이 빠르고 성능이 우수하지만, 변압기의 파라미터 즉 1차, 2차 각각의 권선 저항과 1차, 2차 각각의 누설 인덕턴스가 필요하다.

변압기의 파라미터는 개방시험 및 단락시험에 의해 추정할 수 있다. 그런데, 단락시험에 의해서 얻는 인덕턴스는 1차와 2차가 합해진 형태로 얻어 지기 때문에, 각각의 1차, 2차 누설 인덕턴스는 구할 수 없다.

최소 자승법을 이용하여 1차, 2차 각각의 파라미터를 추정하는 방식이 제안되었다[8]. 이 방식은 실시간 데이터를 이용하여 각각의 1차, 2차 파라미터를 추정할 수 있다. 하지만, 이 방식은 권선전류를 이용하기 때문에 델타 권선을 포함한 변압기에는 적용될 수 없다.

본 논문에서는 변압기 1차, 2차 각각의 누설 인덕턴스 및 1차, 2차 권선저항을 추정하는 방식을 제안한다. 제안한 방식은 1차, 2차에서 유도된 미분방정식을 권선비를 고려하여 하나로 결합한다. 변압기 1차, 2차 전압, 전류로부터 최소자승법을 이용하여, 1차, 2차 누설 인덕턴스 및 권선저항을 추정한다. EMTP를 이용하여 3상 Y-Δ 변압기를 모델링 한 후, 제안한 방식을 지역 통과필터의 차단 주파수와 주기당 샘플수를 다르게 한 경우에 대하여 검증하였다. 제안한 방식은 단상 및 3상 Y-Y 변압기에도 적용할 수 있으나, 본 논문에서는 3상 Y-Δ의 경우에 대해 적용해 보았다.

#### 2. 최소자승법을 이용한 Y-Δ 변압기 파라미터 추정방식

##### 2.1 3상 Y-Δ 변압기

그림 1은 3상 Y-Δ 변압기를 나타낸다. 그림 1로부터 얻은 전압을 식 (1)-(6)으로 표현할 수 있다.

$$v_A = R_A i_A + L_{lA} \frac{di_A}{dt} + e_A \quad (1)$$

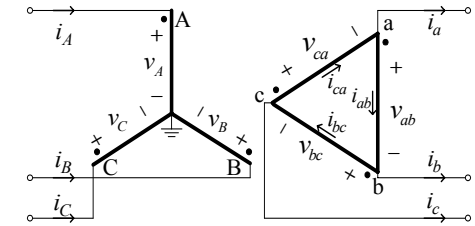
$$v_B = R_B i_B + L_{lB} \frac{di_B}{dt} + e_B \quad (2)$$

$$v_C = R_C i_C + L_{lC} \frac{di_C}{dt} + e_C \quad (3)$$

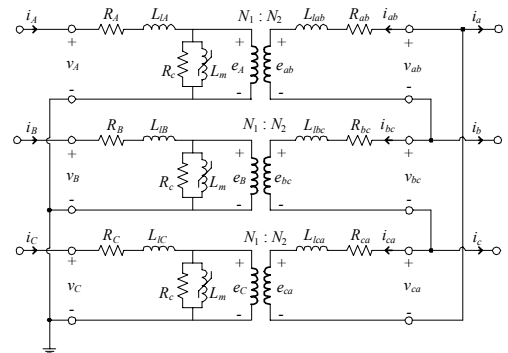
$$v_{ab} = R_{ab} i_{ab} + L_{lab} \frac{di_{ab}}{dt} + e_{ab} \quad (4)$$

$$v_{bc} = R_{bc} i_{bc} + L_{lbc} \frac{di_{bc}}{dt} + e_{bc} \quad (5)$$

$$v_{ca} = R_{ca} i_{ca} + L_{lca} \frac{di_{ca}}{dt} + e_{ca} \quad (6)$$



$v_A, v_B, v_C, v_{ab}, v_{bc}, v_{ca}$ : 1차, 2차 각 상의 단자전압  
 $i_A, i_B, i_C, i_{ab}, i_{bc}, i_{ca}$ : 1차, 2차 각 상의 권선전류  
 $i_a, i_b, i_c$ : 2차 각 상의 선전류  
 (a) 3상 Y-Δ 변압기



$e_A, e_B, e_C, e_{ab}, e_{bc}, e_{ca}$ : 1차, 2차 각 상의 유기 전압  
 $R_A, R_B, R_C, R_{ab}, R_{bc}, R_{ca}$ : 1차, 2차 각 상의 권선저항  
 $L_{lA}, L_{lB}, L_{lC}, L_{lab}, L_{lbc}, L_{lca}$ : 1차, 2차 각 상의 누설 인덕턴스  
 $R_c$ : 각 상의 철손저항,  $L_m$ : 각 상의 자화 인덕턴스  
 $N_1, N_2$ : 1차, 2차 권선수  
 (b) 3상 Y-Δ 변압기 등가회로

**<그림 1> 3상 Y-Δ 변압기**

내부사고가 발생하지 않으면, 매 순간의 유기전압비는 권선비( $N_1/N_2$ )가 되고 각상의 유기전압비와 권선비를 식 (7)에 나타냈다.

$$\frac{e_A}{e_{ab}} = \frac{N_1}{N_2}, \frac{e_B}{e_{bc}} = \frac{N_1}{N_2}, \frac{e_C}{e_{ca}} = \frac{N_1}{N_2} \quad (7)$$

Δ 권선에 해당하는  $i_{ab}, i_{bc}, i_{ca}$ 는 측정할 수 없는 값이므로, 식 (4)-(6)을 이용하여 파라미터 추정을 할 수 없다.

상전류 대신 선전류를 사용하기 위해서, 아래의 식 (8)을 사용한다. 식 (7)과 (8)은 필요충분조건이다.

$$\frac{e_C - e_A}{e_{ca} - e_{ab}} = \frac{N_1}{N_2}, \frac{e_A - e_B}{e_{ab} - e_{bc}} = \frac{N_1}{N_2}, \frac{e_B - e_C}{e_{bc} - e_{ca}} = \frac{N_1}{N_2} \quad (8)$$

식 (8)은 Y-Δ 변압기의 경우 유기 전압비와 권선비간의 관계식을 나타낸다. 식 (8)을 사용하기 위해서, 2차 권선의 선전류와 상전류 간의 관계식 (9)를 이용하였다.

$$i_{ca} - i_{ab} = i_a, i_{ab} - i_{bc} = i_b, i_{bc} - i_{ca} = i_c \quad (9)$$

또한, 사고가 발생하지 않으면, Δ 권선에 해당하는 각 상의 권선저항과 누설인덕턴스가 서로 같다.

$$R_{ab} \approx R_{bc} \approx R_{ca} = R_2, \quad L_{lab} \approx L_{lbc} \approx L_{lca} = L_{l2} \quad (10)$$

식 (4)-(6)을 정리하면 다음과 같다.

$$e_{ca} - e_{ab} = v_{ca} - v_{ab} - R_2 i_a - L_{l2} \frac{di_a}{dt} \quad (11)$$

$$e_{ab} - e_{bc} = v_{ab} - v_{bc} - R_2 i_b - L_{T2} \frac{di_b}{dt} \quad (12)$$

$$e_{bc} - e_{ca} = v_{bc} - v_{ca} - R_2 i_c - L_{T2} \frac{di_c}{dt} \quad (13)$$

식 (11)~(13)과 대응되는 1차 권선의 식은 식 (1)~(3)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$e_C - e_A = v_C - v_A - (R_C i_C - R_A i_A) - (L_{1C} \frac{di_C}{dt} - L_{1A} \frac{di_A}{dt}) \quad (14)$$

$$e_A - e_B = v_A - v_B - (R_A i_A - R_B i_B) - (L_{1A} \frac{di_A}{dt} - L_{1B} \frac{di_B}{dt}) \quad (15)$$

$$e_B - e_C = v_B - v_C - (R_B i_B - R_C i_C) - (L_{1B} \frac{di_B}{dt} - L_{1C} \frac{di_C}{dt}) \quad (16)$$

식 (11)~(16)은 파라미터 추정을 하기 위해 식 (8)에 대입하는 식이다. 식 (14)에서 정상상태의 경우,  $R_C=R_A=R_1$ ,  $L_{1C}=L_{1A}=L_{11}$ 라고 가정하면, 식 (14)을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$e_C - e_A = v_C - v_A - R_1 (i_C - i_A) - L_{11} (\frac{di_C}{dt} - \frac{di_A}{dt}) \quad (17)$$

식 (17)과 (11)을 하나의 식으로 합치면 다음과 같다.

$$v_C - v_A - R_1 (i_C - i_A) - L_{11} (\frac{di_C}{dt} - \frac{di_A}{dt}) \quad (18)$$

$$= N(v_{ca} - v_{ab} - R_2 i_a - L_{T2} \frac{di_a}{dt})$$

식 (18)을 다시 정리하면,

$$(\frac{di_C}{dt} - \frac{di_A}{dt}) L_{11} + (-N \frac{di_a}{dt}) L_{T2} + (i_C - i_A) R_1 - (N i_a) R_2 \quad (19)$$

$$= (v_C - v_A) - N(v_{ca} - v_{ab})$$

식 (19)에서 만약  $R_1 = R_2/N^2 = R$  라 하면,

$$(\frac{di_C}{dt} - \frac{di_A}{dt}) L_{11} + (-N \frac{di_a}{dt}) L_{T2} + (i_C - i_A - \frac{i_a}{N}) R \quad (20)$$

$$= (v_C - v_A) - N(v_{ca} - v_{ab})$$

식 (20)을 간단히 표현하면,

$$S'_{n1} \cdot L_{11} + S'_{n2} \cdot L_{T2} + S'_{n3} \cdot R = Y'_n \quad (21)$$

여기서,  $S'_{n1} = \frac{di_C}{dt} - \frac{di_A}{dt}$ ,  $S'_{n2} = -N \frac{di_a}{dt}$ ,  $S'_{n3} = i_C - i_A - \frac{1}{N} \cdot i_a$

$$Y'_n = v_C - v_A - N \cdot (v_{ca} - v_{ab})$$

양변에 적분을 취하면,

$$S_{n1} \cdot L_{11} + S_{n2} \cdot L_{T2} + S_{n3} \cdot R = Y_n \quad (22)$$

행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} \\ L_{T2} \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \quad (23)$$

식 (23)를 다시 정리하면,

$$[S][Z] = [Y] \quad (24)$$

이 때, [S], [Z]과 [Y]는  $n \times 3$ ,  $3 \times 1$ 과  $n \times 1$ 행렬이다. [Z]를 추정하기 위해 최소자승법을 적용하면 다음과 같다.

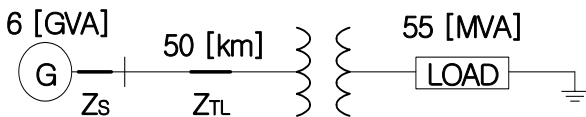
$$[Z] = \{[S]^T [S]\}^{-1} [S]^T [Y] \quad (25)$$

식 (25)으로부터 구하고자 하는 1, 2차 누설 인덕턴스와 권선 저항을 추정할 수 있다.

### 3. 사례연구

본 논문에서는 그림 2와 같은 모델 계통을 사용하였다. 변압기는 3상 2권선 Y- $\Delta$  변압기(154kV/12.7kV, 55MVA)를 사용하였고, 전원용량은 6GVA, 부하용량은 55MVA, 역률은 0.9이다.

EMTP를 이용하여 데이터를 생성하였고, 변압기 철심의 히스테리시스 특성은 type-96소자를 이용하였으며, 포화점은 (40A, 333.754Vs)를 선택하였다. 제안한 파라미터 추정법을 다양한 차단 주파수  $f_c$ 와 주기당 샘플수  $N_s$ 에 대하여 조사하였다. 제안한 방식의 추정된 누설 인덕턴스, 권선 저항과 참값과의 오차를 비교하였다.



<그림 2> 모델 계통

<표 1> 필터의 차단 주파수와 주기당 샘플수를 다르게 한 경우  
(a)  $N_s = 128$ 의 경우

$f_c$ (Hz)	추정된 파라미터 (mH)				오차 (%)				총오차 (%)
	$L_{L1}$	$L_{L2}$	$R_{L1}$	$R_{L2}$	$L_{L1}$	$L_{L2}$	$R_{L1}$	$R_{L2}$	
3840	75.897	1.570	936.383	19.111	0.662	-0.708	0.466	0.466	0.575
1920	76.043	1.567	936.073	19.104	0.470	-0.512	0.499	0.499	0.495
960	76.105	1.566	935.931	19.102	0.389	-0.429	0.514	0.514	0.462
480	76.122	1.566	935.891	19.101	0.367	-0.407	0.518	0.518	0.453

(b)  $N_s = 192$ 의 경우

$f_c$ (Hz)	추정된 파라미터 (mH)				오차 (%)				총오차 (%)
	$L_{L1}$	$L_{L2}$	$R_{L1}$	$R_{L2}$	$L_{L1}$	$L_{L2}$	$R_{L1}$	$R_{L2}$	
3840	76.157	1.565	935.829	0.525	0.322	-0.382	0.525	0.525	0.438
1920	76.238	1.564	935.629	0.546	0.216	-0.274	0.546	0.546	0.396
960	76.267	1.563	935.557	0.554	0.178	-0.235	0.554	0.554	0.380
480	76.275	1.563	935.54	0.556	0.168	-0.225	0.556	0.556	0.376

### 3.1 필터의 차단 주파수와 주기당 샘플수를 다르게 할 경우

변압기에 전부하를 연결한 상태에서, 주기당 샘플 수  $N_s$ 와 차단 주파수  $f_c$ 를 다르게 한 경우, 추정된 값과 참값 ( $L_{L1} = 76.40\text{mH}$ ,  $L_{L2} = 1.559\text{mH}$ ,  $R_{L1} = 940.768\text{m}\Omega$ ,  $R_{L2} = 19.2\text{m}\Omega$ )을 비교한 오차를 표 1에 나타냈다. (a)는  $N_s = 128$ 일 때의 결과이고, (b)는  $N_s = 192$ 일 때의 결과를 나타낸다.

표 1에서 보는 것처럼 주기당 샘플수가 128과 192의 경우에는 각 추정된 누설인덕턴스, 권선저항은 오차가 1%미만을 나타냄을 알 수 있다. 또한, 제안한 알고리즘은 주기당 샘플수가 높을 경우 누설 인덕턴스, 권선저항을 정확하게 추정함을 알 수 있다.

## 4. 결 론

본 논문에서는 최소자승법을 이용한 3상 Y- $\Delta$  변압기 파라미터 추정 방식을 제안하였다. 제안한 방식은 변압기 1차, 2차의 전압을 권선비를 고려하여 결합한 식을 유도한 후, 변압기 양단의 전압, 전류로부터 최소자승법을 이용하여 1차, 2차 누설 인덕턴스, 권선 저항을 추정하였다.

제안한 파라미터 추정법의 성능을 검증하기 위하여 주기당 샘플수와 컷오프 주파수를 다르게 해서 검토한 결과, 샘플링 주파수가 높을수록 제안한 방식의 오차가 적음을 알 수 있었다.

제안한 방식을 사용하면 성능이 우수한 변압기 보호계전방식의 개발에 활용될 수 있을 것으로 예상된다.

### 감사의 글

본 연구는 과학기술부/한국과학재단 우수연구센터육성사업의 지원으로 수행되었음(차세대전력기술연구센터)

### [참 고 문 헌]

- [1] C. D. Hayward, "Harmonic-Current-Restrained Relays for Transformer Differential Protection," AIEE Trans. vol. 60, pp. 377-382, 1941.
- [2] R. L. Sharp, W. E. Glassburn, "A Transformer Differential Relay with Second-Harmonic Restraint," AIEE Trans. Part III, vol. 77, pp. 913-918, 1958.
- [3] C. H. Einvall, J. R. Linders, "A Three-Phase Differential Relay for Transformer Protection," IEEE Trans. on PAS, vol. 94, no. 6, pp. 1971-1980, November/December 1975.
- [4] A. G. Phadke, J. S. Thorp, "A New Computer-Based Flux-Restrained Current-Differential Relay for Power Transformer Protection," IEEE Trans. on PAS, vol. 102, no. 11, pp. 3624-3629, November 1983.
- [5] K. Inagaki, M. Higaki, Y. Matsui, K. Kurita, M. Suzuki, K. Yoshida, T. Maeda, "Digital Protection Method for Power Transformers Based on an Equivalent Circuit Composed of Inverse Inductance," IEEE Trans. on PWRD, vol. 3, no. 4, pp. 1501-1510, October 1988.
- [6] M. S. Sachdev, T. S. Sidhu, and H. C. Wood, "A Digital Relaying Algorithm for Detecting Transformer Winding Faults," IEEE Trans. on PWRD, vol. 4, no. 3, pp. 1638-1648, July 1989.
- [7] Y. C. Kang, B. E. Lee, S. H. Kang, S. S. Kim, and J. K. Lee, "A Transformer Protective Relaying Algorithm Using the Ratio of Induced Voltages," IEEE PES 2001 SM, July 15-19, 2001, Vancouver, BC, Canada.
- [8] A. Keyhani, S.M. Miri, and S. Hao, "Parameter Estimation for Power Transformer Models from Time-Domain Data," IEEE Trans. PWRD, vol. 1, no. 3, pp. 140-146, Jul. 1986.