

## 비정렬격자 2-유체 3-상 유동 해석 기법

김 종 태,<sup>1</sup> 박 익 규,<sup>2</sup> 조 형 규,<sup>2</sup> 윤 한 영,<sup>2</sup> 정 재 준<sup>2</sup>

## NUMERICAL METHOD FOR THE TWO-FLUID THREE-FIELD MODEL ON AN UNSTRUCTURED MESH

J. Kim,<sup>1</sup> I.K. Park,<sup>2</sup> H.K. Cho,<sup>2</sup> H.Y. Yoon<sup>2</sup> and J.J. Jeong<sup>2</sup>

*A three-dimensional (3D) unstructured hydrodynamic solver for transient two-phase flows has been developed. A two-fluid three-field model was adopted for the two-phase flows. The three fields represent a continuous liquid, an entrained liquid, and a vapour field. The hydrodynamic solver is for the 3D component of a nuclear system code and the component-scale analysis tools for transient two-phase flows. The finite volume method and unstructured grid are adopted, which are useful for the flows in a complicated geometry. The semi-implicit ICE (Implicit Continuous-fluid Eulerian) numerical scheme has been adapted to the unstructured non-staggered grid. This paper presents the numerical method and the preliminary results of the calculations. The results show that the numerical scheme is robust and predicts the phase change and the flow transitions due to boiling and flashing problems well.*

**Key Words** :: 이상유동(Two-Phase Flow), ICE(Implicit Continuous-fluid Eulerian), 비정렬격자(Unstructured mesh)

## 1. 서 론

원자로의 설계와 안전해석을 위해 물과 증기의 이상유동의 해석은 매우 중요한 부분이다. RELAP5-3D[1], TRAC-PF1[2], CATHARE2[3], MARS[4] 등과 같이 최근까지 개선되어 활용되고 있는 시스템 코드들은 경수로(light-water reactor)의 과도(transient) 이상유동 해석을 위하여 1차원 2-유체 모델에 의존하고 있다. 1차원 모델에서는 유동이 1차원 유로로 이루어진 시스템 내부를 따라 이루어지며 유로의 단면적에 평균한 값을 가지기 때문에, 원자로 내 downcomer, 증기발생기 봉다발과 같이 3차원 유동 특성이 나타나는 유동장에는 적용이 불가능하다. 이와 같은 1-D 시스템 코드의 단점을 극복하고 복잡한 유동장 내의 이상유동을 해석하기 위한 노력이 위에 언급된 시스템 코드를 중심으로 이루어져 왔다. 그러나 이러한 노력은 1-D 시스템 코드를 기반으로 하기 때문에 3차원 확장성에는 많은 제약을 가질 수 밖에 없었다.

한편, 원자력-열수력 분야의 이상유동 해석을 위한 CFD 코드의 활용에 대하여 많은 연구가 이루어졌으며[5], CFD가 이 분야에서도 가능성이 충분한 것으로 알려졌다. 그러나, 현재의 CFD 코드는 이상유동의 제한적인 영역(regime)에서만 적용이 가능하고, 또한 많은 계산량을 요구하고 있다. 이것은 CFD 코드를 원자로 시스템에 대하여 이상유동의 과도해석을 위해서 사용하기까지는 많은 노력과 시간이 요구되는 것으로 판단된다[6]. 이와 같은 맥락에서, 다중 스케일(multi-scale)의 개념이 원자력 시스템의 이상유동 해석에 도입되었다. 다중 스케일 개념[7, 8]에서는, 전체 계의 거동은 1-D 시스템 코드를 통해 얻고, 시스템의 한 부분에서의 국소(local) 현상은 메소 스케일(meso-scale) 즉, 컴포넌트(component) 단위에서 얻으며, 이를 위해 가장 작은 마이크로 스케일에서의 상세 해석을 수행하여 컴포넌트 단위의 해석을 지원하는 것이다. Fig. 1은 이 다중 스케일 해석의 전체적인 구조를 보여주고 있다.

본 연구의 목적은 컴포넌트 스케일의 해석을 수행하기 위한 틀을 개발하여 1-D 시스템 코드를 보완하는 것으로, 다음과 같은 수치기법을 도입하여 개발하고 있다. 원자로 컴포넌트의 복잡한 형상을 고려하여 비정렬격자 기법을 도입하였으며, 3차원, 2-유체, 3-상 과도 유동해석을 위하여 ICE(Implicit continuous Eulerian)[1, 9] 수치기법을 사용한다. 본 논문에서는 비정렬격자에서 ICE 기법의 개발 및 코드의 초기적인 수치해

1 정희원, 한국원자력연구소

2 한국원자력연구소

\* Corresponding author E-mail: ex-kit@kaeri.re.kr

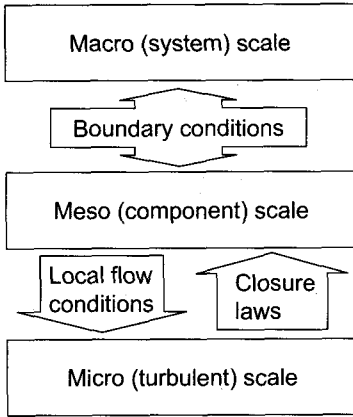


Fig. 1 The concept of multi-scale computation

석 결과를 제시하고자 한다.

## 2. 본론

상변화가 일어나는 다상 유동장의 해석을 위하여 본 연구에서는, 수증기와 물의 2-유체에 대하여 연속액상, 액적상, 그리고 증기상의 3-상에 대한 해석 모델을 사용한다. 유동장의 압력은 상에 관계없이 동일하다고 가정하였다.

### 2.1 2-유체 3-상 모델의 지배 방정식

증기상  $v$ , 연속액상  $l$ , 액적상  $d$ 에 대하여  $k$ 로 나타내면 각 상에 대한 연속방정식은 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \bar{u}_k) = \Omega_k$$

$$\Omega_v = \Gamma_v, \quad \Omega_l = -(1-\eta)\Gamma_v - S_E + S_D$$

$$\Omega_d = -\eta\Gamma_v + S_E - S_D$$
(1)

$\alpha_k$ 는 각 상의 체적분율이며,  $\Gamma_v$ 는 상변화(증발-응축)에 의한 질량생성율을 나타낸다.  $S_E$ 와  $S_D$ 는 증기에 의하여 연속액상에서 액적이 생성되어 이탈하거나 반대로 액적이 연속액상에 포함되는 율을 나타낸다.  $\eta$ 는 연속액상과 액적상에서 액적상이 차지하는 비율을 나타낸다. 각 상에 대한 운동량방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k \bar{u}_k) + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k \bar{u}_k \bar{u}_k) = -\alpha_k \nabla p + \nabla \cdot (\alpha_k \mathbf{T}_k)$$

$$+ \alpha_k \rho_k \bar{g} + \mathbf{M}_k^{mass} + \mathbf{M}_k^{drag} + \mathbf{M}_k^{TM}$$
(2)

상 간의 운동량 전달은 세 가지로 모델링되며, 질량전달에 의한 운동량전달, 상 간의 마찰에 의한 운동량 전달, 그리고 상 간의 가속력의 차이에 의하여 발생하는 운동량전달 등을 포함한다. 유동장 내 열전달은 내부에너지로 표현된 식을 사용하며, 특히 액적상과 연속액상은 열적 평형상태를 가정하였다.

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k e_k)}{\partial t} + p \frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_k \rho_k e_k \bar{u}_k) = \nabla \cdot (\alpha_k \bar{q}_k)$$

$$+ \alpha_k \mathbf{T}_k : \nabla \bar{u}_k - p \nabla \cdot (\alpha_k \bar{u}_k) + I_k + Q_k^{m}$$
(3)

지배방정식과 종속변수에 대한 계(system)의 닫힘(closure)를 위하여 상태방정식과 다음과 같은 보존식을 사용한다.

$$\sum_k \alpha_k = 1$$
(4)

### 2.2 운동량방정식의 이산화

운동량방정식은 기본적으로 Euler 양해법을 사용하여 이산화한다. 그러나, 다상 유동에서 운동량 생성항은 상 간의 의존성이 매우 크기 때문에 내재적(implicit)으로 처리하여 3-상의 운동량방정식을 연계(coupling)하는 방법을 사용한다.  $n$  시간단계의 압력 값을 사용하여 얻은 속도를 \*로 나타내면 다음과 같이 3-상에 대하여 연계된 이산화방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} m_{vv} & m_{vl} & m_{vd} \\ m_{lv} & m_{ll} & m_{ld} \\ m_{dv} & m_{dl} & m_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v^* \\ u_l^* \\ u_d^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_v \\ s_l \\ s_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V \alpha_v \\ V \alpha_l \\ V \alpha_d \end{bmatrix} \frac{\partial p^n}{\partial x}$$
(5)

식 (5)에서  $m$  매트릭스는 운동량 생성항과 비정상항의 이산화로 얻은 계수를 포함한다. 이 식에서  $m$  매트릭스를 역변환하여 정리하면 식 (6)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u_v^* \\ u_l^* \\ u_d^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{x,v} \\ H_{x,l} \\ H_{x,d} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{x,v} \\ A_{x,l} \\ A_{x,d} \end{bmatrix} \frac{\partial p^n}{\partial x}$$
(6)

압력과 속도를 셀 중심에 저장하는 비엇갈림 기법을 사용하는 경우 해의 진동을 막기 위하여 셀의 면에서 각 상의 체적유량을 Rhie-Chow[10]의 압력가중내삽법을 이용하여 다음과 같이 구한다.



$$\begin{aligned}
 U_{v,f}^* &= [wt(\bar{u}_v^*)_{c,0} + (1-wt)(\bar{u}_v^*)_{c,j}] \cdot \bar{S} - \bar{A}_v [(p_{c,j} - p_{c,0}) - \bar{\nabla}p \cdot \bar{ds}] \frac{S}{dn} \\
 U_{i,f}^* &= [wt(\bar{u}_i^*)_{c,0} + (1-wt)(\bar{u}_i^*)_{c,j}] \cdot \bar{S} - \bar{A}_i [(p_{c,j} - p_{c,0}) - \bar{\nabla}p \cdot \bar{ds}] \frac{S}{dn} \\
 U_{d,f}^* &= [wt(\bar{u}_d^*)_{c,0} + (1-wt)(\bar{u}_d^*)_{c,j}] \cdot \bar{S} - \bar{A}_d [(p_{c,j} - p_{c,0}) - \bar{\nabla}p \cdot \bar{ds}] \frac{S}{dn}
 \end{aligned} \tag{7}$$

식 (7)에서 wt는 셀 중심에서 셀 면으로 내삽하기 위한 거리 가중값이다.

2.3 연속방정식과 에너지방정식의 이산화

운동량방정식과 마찬가지로 각 상의 연속방정식과 에너지 방정식에서도 생성항의 상간의존성이 매우 크기 때문에 내재적으로 이산화한다. 그 외 모든 항들은 n 시간단계의 값을 사용하여 이산화되되 대류항의 속도는 n+1 시간단계의 값을 이용한다. n+1 시간단계의 속도는 n+1 시간단계의 압력을 이용하여 식 (6)과 같은 형태로 표현되며, 이것으로부터 식 (6)을 빼서 속도수정성분을 압력의 변화량으로 나타낸다.

$$u'_v = -A_v \frac{\partial(\delta p)}{\partial x}, \quad u'_i = -A_i \frac{\partial(\delta p)}{\partial x}, \quad u'_d = -A_d \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} \tag{8}$$

식 (8)을 이용하여 증기상 에너지방정식의 대류항을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \sum_f (\alpha_v \rho_v e_v U_{v,f}^{n+1})_f &= \sum_f (\alpha_v \rho_v e_v U'_{v,f})_f + \sum_f (\alpha_v \rho_v e_v \bar{u}'_{v,f})_f \cdot \bar{S}_f \\
 &= \sum_f (\alpha_v \rho_v e_v U'_{v,f})_f + \sum_f (\alpha_v \rho_v e_v A_{v,f})_f \nabla(\delta p)_f \cdot \bar{S}_f
 \end{aligned} \tag{9}$$

식 (9)에서 셀 면에서의 압력 변화량의 구배는 셀 면에 이웃한 두 셀을 중심을 잇은 방향의 성분과 나머지 성분으로 나누어 표현할 수 있다.

$$\nabla(\delta p)_f \cdot \bar{S}_f = (\delta p_{c,j} - \delta p_{c,0}) \frac{S_f}{ds \cdot \hat{n}} + \left[ \bar{\nabla}(\delta p) \cdot \hat{n} - (\bar{\nabla}(\delta p) \cdot \bar{ds}) \frac{1}{ds \cdot \hat{n}} \right] \tag{10}$$

일반적으로 격자의 찌그러짐(non-orthogonality) 크지 않은 경우 식 (10)의 우변의 첫째 항이 지배적이며 본 연구에서도 첫째 항만을 고려하였다.

그리고 각 상의 밀도와  $\Gamma_v$ 에 포함된 온도 등을 다음과 같은 chain-rule을 이용하여 압력과 에너지의 변화량으로 치환한다.

$$\begin{aligned}
 \delta \rho_v &= \frac{\partial \rho_v}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \rho_v}{\partial e_v} \delta e_v, \quad \delta \rho_i = \frac{\partial \rho_i}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \rho_i}{\partial e_i} \delta e_i \\
 \delta T_s &= \frac{\partial T_s}{\partial p} \delta p \\
 \delta T_v &= \frac{\partial T_v}{\partial p} \delta p + \frac{\partial T_v}{\partial e_v} \delta e_v, \quad \delta T_i = \frac{\partial T_i}{\partial p} \delta p + \frac{\partial T_i}{\partial e_i} \delta e_i
 \end{aligned} \tag{9}$$

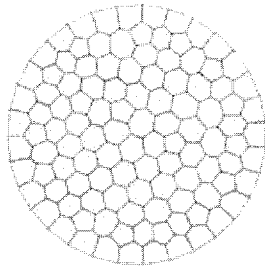
여기서  $T_s$ 는 포화온도를 나타낸다.

연속액상의 질량보존방정에서는 식 (4)를 이용하여  $\alpha_v$ 를 액적상과 증기상의 체적분률로 치환한다. 이산화된 산술방정식을 증기상의 에너지 방정식, 연속액상-액적상의 에너지 방정식, 증기상의 연속방정식, 액적상의 연속 방정식, 연속액상의 연속방정식의 순으로 연립하면 다음과 같은 식을 얻는다.

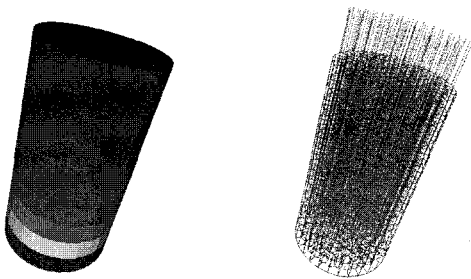
$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta e_v \\ \delta e_i \\ \delta \alpha_v \\ \delta \alpha_d \\ \delta p \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} \\
 + \sum_f \begin{bmatrix} C_{ev,f} \\ C_{el,f} + C_{ed,f} \\ C_{av,f} \\ C_{ad,f} \\ C_{al,f} \end{bmatrix} (\delta p_{c,j} - \delta p_{c,0}) &
 \end{aligned} \tag{10}$$

식 (10)의 계수 매트릭스 a는 각 방정식의 비정상항과 생성항의 선형화를 통해 얻어진 값이고, 벡터 b는 대류항을 제외한 나머지 항들을 포함한다. 식 (10)은 상 간의 연계에 의한 계수만을 포함하고 있으며 공간에 대한 연계는 포함하지 않기 때문에 다음과 같이 계수 매트릭스 a를 역변환하여 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \delta e_v \\ \delta e_i \\ \delta \alpha_v \\ \delta \alpha_d \\ \delta p \end{bmatrix} &= [A]^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \end{bmatrix} + \sum_f [A]^{-1} \begin{bmatrix} C_{ev,f} \\ C_{el,f} + C_{ed,f} \\ C_{av,f} \\ C_{ad,f} \\ C_{al,f} \end{bmatrix} (\delta p_{c,j} - \delta p_{c,0}) \\
 &= \begin{bmatrix} bb_1 \\ bb_2 \\ bb_3 \\ bb_4 \\ bb_5 \end{bmatrix} + \sum_f \begin{bmatrix} cc_1 \\ cc_2 \\ cc_3 \\ cc_4 \\ cc_5 \end{bmatrix} (\delta p_{c,j} - \delta p_{c,0})
 \end{aligned} \tag{11}$$



(a) Top view of the unstructured grid



(b) vapor-phase volume fraction (c) vapor velocity field

Fig. 2 3-D channel flow

벡터 형태로 표현된 식 (11)은 주변에 압력 변화량을 포함하고 있으며, 이 압력 변화량을 통하여 각 스칼라의 변화량을 얻을 수 있다. 특히, 식 (11)의 마지막 열은 압력변화량만으로 표현되기 때문에 대한 다음과 같은 압력방정식을 얻는다.

$$\delta p = bb_s + \sum_f cc_s (\delta p_{c_j} - \delta p_{c_0})$$

$$\left(1 + \sum_f cc_s\right) \delta p_{c_0} - \sum_f cc_s \delta p_{c_j} = bb_s \quad (12)$$

식 (12)를 통하여 압력 변화량을 구하면 식 (13)으로부터 각 상의 에너지와 체적분율을 얻을 수 있다.

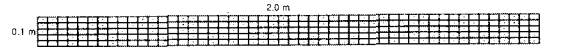
$$\delta e_{v,c_0} = bb_{1,c_0} + \sum_f cc_1 (\delta p_{c_j} - \delta p_{c_0})$$

$$\delta e_{l,c_0} = bb_{2,c_0} + \sum_f cc_2 (\delta p_{c_j} - \delta p_{c_0})$$

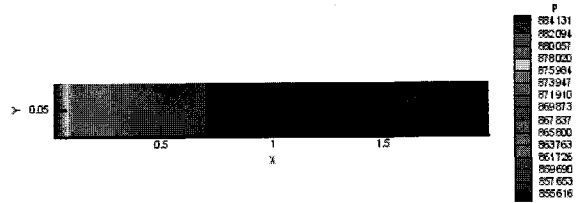
$$\delta \alpha_{v,c_0} = bb_{3,c_0} + \sum_f cc_3 (\delta p_{c_j} - \delta p_{c_0}) \quad (13)$$

$$\delta \alpha_{d,c_0} = bb_{4,c_0} + \sum_f cc_4 (\delta p_{c_j} - \delta p_{c_0})$$

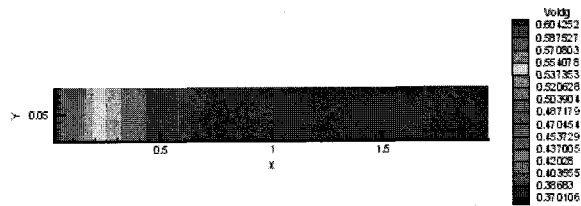
$$\alpha_i^{n+1} = 1 - (\alpha_v^{n+1} + \alpha_d^{n+1})$$



(a) 2-D mesh



(b) Pressure distribution



(c) vapor distribution

Fig. 3 Calculation of the flashing in a 2-D channel

### 3. 검증 계산

#### 3.1 3차원 수직 파이프 내 비등 유동

3차원 비정렬격자 수치기법을 검증하기 위하여 직경 1 m, 길이 2 m의 수직 파이프 내 비등(boiling) 유동을 수치해석하였다.

Fig. 2(a)는 파이프 단면에서의 다각형 격자를 보여주고 있다. 사용된 격자의 총 셀 수는 1,110이다. 입구에서는 과냉각 물이 0.1 m/s의 속도로 유입되고, 출구에서의 압력은 1 MPa이며, 파이프 내부에서 물의 비등을 위하여 단위 체적당 20 MW의 열원을 주었다. 비정상 수치계산을 수행하여 25초에서 증기상의 체적분율과 속도 분포를 Fig. 2 (b), (c)에 나타내었으며, 비등에 의한 증기의 발생이 잘 예측되는 것을 확인하였다. 과도해석 초기에는 입구에서의 유입 질량유량이 출구에서의 질량유량보다 다소 증가하였으나, 정상상태에 도달하면서 입출구의 질량유량의 차이가 10<sup>-4</sup>%로 유지되었다. 이 계산을 통하여 ICE 알고리즘이 비정렬격자에서도 잘 작동함을 알 수 있었다.

#### 3.2 2차원 채널 내에서 플래싱 유동

감압에 의하여 물이 비등하는 플래싱(flashing) 현상은 원자





- and Environmental Laboratory.
- [2] 1993, Spore, J. W., et al, *TRAC-PF1/MOD2 Volume I. Theory Manual*, NUREG/CR-5673, Los Alamos National Lab.
- [3] 1996, Bestion, D., Barre, F. and Faydide, F., "Methodology, Status and plans for development and assessment of CATHARE code," *OECD/CSNI Workshop on Transient Thermal-Hydraulic & Neutronic Codes Requirements*, Nov.5-8.
- [4] 1999, Jeong, J. J., et al., "Development of a multi-dimensional thermal-hydraulic system code, MARS 1.3.1," *Annals of Nuclear Energy*, vol.26, no.18, pp. 1611-1642.
- [5] 2003, Yadigaroglu, G., Andreani, M., Dreier, J. and Coddington, P., Trends and needs in experimentation and numerical simulation for LWR Safety. *Nucl. Eng. Design* 221, 205 - 223.
- [6] 2007, Bieder, U. and Graffard, E., Qualification of the CFD code Trio U for full scale reactor applications, *Nuclear Eng. Design (2007)*, doi:10.1016/j.nucengdes.2007.02.040.
- [7] 2005, Yadigaroglu, G., "Computational fluid dynamics for nuclear applications: from CFD to multi-scale CMFD," *Nucl. Eng. Design* 235, 153 - 164.
- [8] 2007, Guelfi, A., et al., "NEPTUNE, a new software platform for advanced nuclear thermal hydraulics," *Nucl. Sci. Eng.*, 156, 281-324.
- [9] 1975, Harlow, F.H. and Amsden, A.A., "Numerical calculation of multiphase fluid flow," *J. Computational Physics*, Vol.17, 19.
- [10] 1983, Rhie, C.M. and Chow, W.L., "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation," *AIAA Journal*, Vol.21. No.11, pp.1525-1532.