

경계면 포착법을 사용한 밀도차에 따른 다상유동에 관한 수치해석적 연구

명 현 국^{*1}NUMERICAL STUDY ON TWO-DIMENSIONAL MULTIPHASE FLOWS
DUE TO DENSITY DIFFERENCE WITH INTERFACE CAPTURING METHODH.K. Myong^{*1}

Both the bubble rising in a fully filled container and the droplet splash are simulated by a solution code(PowerCFD). This code employs an unstructured cell-centered method based on a conservative pressure-based finite-volume method with interface capturing method (CICSAM) in a volume of fluid(VOF) scheme for phase interface capturing. The present results are compared with other numerical solutions found in the literature. It is found that the present code simulate complex free surface flows such as multiphase flows due to large density difference efficiently and accurately.

Key Words : 다상유동(Multiphase Flow), VOF(Volume of Fluid), 기포 상승(Bubble Rising), 물방울 튀김(Droplet Splash), 수치해석적 연구(Numerical Study), 경계면포착법(Interface Capturing Method), 자유표면(Free Surface), 비정렬 셀 중심 방법(Unstructured Cell-Centered Method)

1. 서 론

현재 다상유동(multi-phase flow) 및 금속이나 유리 성형 공정 등과 같이 자유표면(free surface)이 존재하는 복잡한 유동 현상들을 해석하기 위한 다양한 수치기법들이 제안되고 있다. 이중 VOF(Volume of Fluid) 방법[1]은 셀(또는 검사체적) 내에 액상의 체적비로 정의된 VOF 값 α 를 사용하여 상경계면을 추적하며, 각 상의 체적이 잘 보존되는 장점 때문에 다상유동의 물리적인 현상을 왜곡 없이 표현할 수 있는 대표적인 방법으로 인식되어 현재 대부분의 상용 CFD코드에 도입되어 널리 사용되고 있다. 이 VOF 방법은 검사체적 내 자유표면의 위치와 α 값을 직접적으로 추적하고 계산하는 경계면추적법(Interface tracking method)[1-4]과, α 를 자유표면의 정확한 위치에 대한 정보가 필요 없는 함수형태로 표현하고 이를 이송하는 방정식을 HR도식(high resolution differencing scheme)으로 풀어 경계면의 움직임을 포착하는 경계면포착법

(interface capturing method)[5-8]으로 크게 구분된다.

한편 다상유동 중에서 두 유체의 밀도차(density difference)에 의해 발생하는 부력에 의한 유동은 일반적으로 복잡한 유동현상들이 포함되어 나타나며, 특히 밀도비가 큰 경우 유체 간에 형성되는 경계면을 기준으로 국소물성치가 급격하게 변하게 되어 수치해석상의 어려움이 발생한다. 따라서 최근 두 유체의 큰 밀도차에 의해 발생하는 부력에 의한 유동 문제인 기포(공기방울) 상승문제[3,7,8], 물방울 튀김문제[3,4] 등과 같이 보다 실제적인 문제가 수치해석 방법의 정확성과 타당성을 검증하기위해 제시되고 있다. 이들 문제를 해결하기위해 기존 연구자들이 사용한 수치해석적인 방법[3,4,7,8]을 살펴보면 먼저 자유표면 해석을 위해 양해법의 경계면추적법[3,4] 및 음해법의 경계면포착법[7,8]이 모두 사용되고 있다. 그러나 대부분의 방법[3,4,7]이 정렬격자계로 국한되어 있어 적용범위가 제한되어 있다. 또한 공간차분으로 다양한 고차의 HR(High Resolution) 도식을 사용하고 있으나, 시간차분에 대해서는 모두 특수한 방법인 ACM(Artificial Compressibility Method) 및 dual time-stepping 도식을 사용하고 있다.

최근 Myong and Kim[9]은 다상 유동과 같이 자유표면이

1 정회원, 국민대학교 기계자동차공학부

* E-mail: myong@kookmin.ac.kr

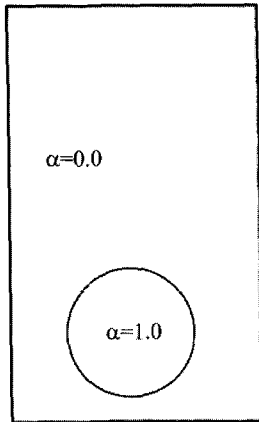


Fig. 1 Contour plot showing the initialization of α values for rising air bubble problem

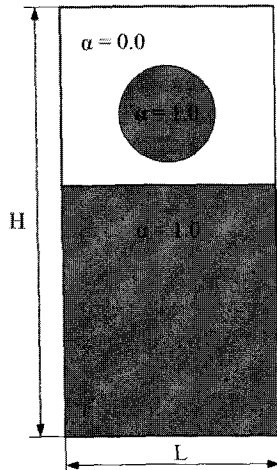


Fig. 2 Geometry of water droplet falling through air onto water surface

존재하는 복잡한 유동현상들을 해석할 수 있는 비정렬격자계에 적합한 수치해석방법(PowerCFD 코드)을 개발하였다. 이 방법은 일반 상용 CFD 코드와 같이 비정렬 셀 중심방법을 채용하고 압력수정방법에 기반을 둔 3차원 유동해석방법 [10,11]에 경계면포착법에서 문제가 되는 번짐(smearing)현상과 같은 경계면의 비물리적인 변형 및 수치확산 문제를 크게 개선한 것으로 알려진 HR도식인 CICSAM(Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes)[6]을 도입한 것이다.

본 연구에서는 Myong and Kim[9]이 개발한 수치해석방법(PowerCFD 코드)을 사용하여 두 유체의 밀도차에 의해 발생하는 부력에 의한 유동문제인 물속에서의 기포 상승 문제(밀도비= 100) 및 물방울 튀김 문제(밀도비=1000)에 적용하여 수치해석방법의 정확성과 타당성을 검증한다.

2. 수치해석

2.1 물속의 기포상승 문제

물로 가득한 2차원 용기 내에서 떠오르는 기포 즉 공기방울을 해석하는 검증문제에 대한 조건은 이전 연구[8]와 같다 즉 물과 공기방울의 밀도비 $\rho_w/\rho_a = 100$ 이며, 점성계수비는 물과 공기의 비인 $\mu_w/\mu_a \approx 64$ 이다. 표면장력은 고려되지 않았으며, 식 (1)로 정의되는 Reynolds 수 Re 는 100이다.

$$Re = \frac{\rho_w \sqrt{g} D^{\frac{3}{2}}}{\mu_w} \quad (1)$$

수치해석을 위한 전체 수치계산영역은 물속에 잠겨있는 공기방울의 초기 지름을 D 이라 하였을 때 $2D \times 3.24D$ 이고, 초기에 공기방울의 중심위치는 바닥으로부터 위로 $0.74D$ 떨어진 곳에 위치하고 있다[8]. 계산을 위해 사용된 격자는 비정렬 삼각형 격자로 제어체적수는 24,196 개이다. 참고로 이 격자수는 동일한 계산을 수행한 Zhao et al.[8]의 제어체적수 93,312개의 삼각형격자의 약 1/4로 비교적 성긴 격자이다. 그리고 2차원 캐비티를 둘러싼 수치계산영역의 경계조건은 전부 벽면조건이다.

2.2 Droplet splash

Fig. 2는 밀폐된 2차원 사각형 공간 내에서 일정한 거리로부터 수면위로 떨어지는 공기 중의 물방울의 움직임을 수치해석하기 위해 사용한 기하학적 형상과 초기조건을 나타낸다. 참고로 이 문제는 두 개의 독립된 영역이 합쳐지는 것으로 Puckett et al.[4]이 수치해석방법의 타당성과 정확성을 검증하기 위해 제시한 문제이기도 하다. 본 수치계산을 위해 사용한 전체 수치계산영역의 크기는 Puckett et al.[4]과 같이 폭(L)은 0.007 m이고, 폭과 높이(H)의 비 $H/L = 2$ 이다. 그리고 수면의 깊이는 0.0088 m이고, 공기 중에 떠있는 물방울의 초기위치는 사각형박스 상부를 기준으로 아래로 0.0035 m 떨어진 곳에 물방울의 중심이 위치하고, 물방울의 반지름은 0.0014 m이다. 수치계산을 위한 사용한 각각의 유체에 대한 물성치는 공기의 밀도가 1.225 kg/m³이고, 점성은 1.77625×10^{-5} kg/ms이다. 그리고 물의 밀도와 점성은 각각 999.2 kg/m³, 1.1377×10^{-3} kg/ms의 값을 사용하였다. 즉, 공기와 물의 밀도비 $\rho_w/\rho_a \approx 816$ 이고, 점성계수비 $\mu_w/\mu_a \approx 64$ 이다. 물방울 주위 및 물 표면에서 발생하는 표면장력은 고려하지 않았으며, 밀폐된 공간을 형성한 모든 변

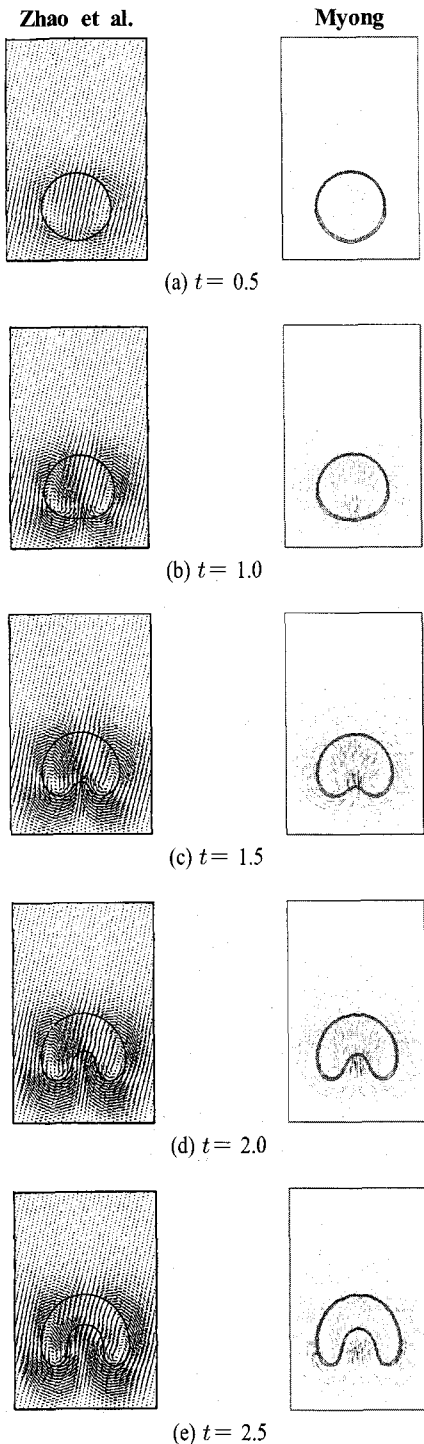


Fig. 3 Time evolution of rising air bubble problem at several nondimensional times; $Re = 100$, $Fr = 1$, density ratio = 100/1

에 대한 경계조건은 벽면조건을 사용하였다. 그리고 본 수치 계산을 위해 사용한 격자계는 이전 연구[3,4]에서와 같이 비교적 성긴 비정렬 등간격 사각형격자계로 제어체적수는 $8192(64 \times 128)$ 개 이다.

3. 계산결과 및 고찰

3.1 물속의 기포 상승 문제

Fig. 3은 표면장력을 고려하지 않은 기포상승 문제에 대한 본 연구의 시간에 따른 수치계산결과이다. Zhao et al.[8]의 수치해석결과와 비교·검증하기위해 각각의 무차원 시간 간격에서 나타나는 자유표면(공기방울의 형상)을 VOF 값 0.1, 0.5 및 0.9의 값인 Contour 선과 백터선도를 함께 표기하여 나타났다. 참고로 Zhao et al.[8]의 결과는 비교적 작지만 표면장력을 고려한 것이나, 이 문제의 경우 표면장력의 영향보다는 부력의 영향이 매우 크기 때문에 표면장력의 영향은 상대적으로 무시할 수 있다. 그리고 이 문제를 해석하기위해 사용된 총 계산시간은 $\sqrt{D/2g}$ 로 무차원화시킨 무차원 시간으로 5이며, 무차원 시간스텝 $\Delta t = 7 \times 10^{-4}$ 이다.

결과를 보면 본 예측결과는 전 시간에 걸쳐 Zhao et al.[8]의 결과와 매우 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 즉, 기포는 초기에 물과 기포의 큰 밀도차에 따른 부력에 기인하여 원래 위치에서 위쪽 방향으로 가속되면서, 두 개의 순환하는 와류가 점차 기포(공기방울)의 좌우에 대칭적으로 형성된다. 이 와류가 기포 아랫면으로부터 기포를 밀어 올리는 물제트(water jet)를 야기하여, 무차원 시간 $t = 1$ 에 도달하였을 때 기포의 하부 면을 편평하게 만든다. 시간이 더 진행되면서 상대적으로 강해진 물제트에 의해 $t = 1.5$ 일 때 공기방울의 형상은 마치 신장과 같은 형상으로 변형되어 나타난다. 이것은 기포의 윗면에서도 그러한 속도가 생성되지만 기포의 하부에 존재하는 물의 압력에 의해 생성되는 아래쪽 면에서의 속도가 더 크기 때문이다. 시간의 흐름과 함께 기포는 계속해서 상승하면서, 와류에 기인하여 부메랑 형태로 변하면서 와류의 위치가 기포의 아래쪽으로 옮겨지며, 양쪽 방향으로 힘을 가해 점차로 기포 스킨트를 만들며 점차 안쪽으로 말려들면서, 무차원 시간 $t = 4$ 에서 보는 바와 같이 스킨트와 기포의 연결부분이 점차 얇게 된다. 이것은 기포 전체를 순환하는 와류와 스킨트 안쪽에서 스킨트 바깥 부분만을 순환하는 와류가 스킨트 바깥 부분에서 만나 강도가 강해지므로 생기는 현상으로, 무차원 시간 4.5와 5.0 사이에서 결국 스킨트와 기포는 분리되게 된다(참고로 Fig. 3(j)에서 기포와 분리된 스킨트를 잇는 가느다란 선은 VOF 값 $\alpha = 0.1$ 을 나타내고 있다). 이것은 스킨트와 기포의 분리가 무차원 시간 $4.4 < t < 4.8$ 사이에서 일어난다는 기존의 연구결과

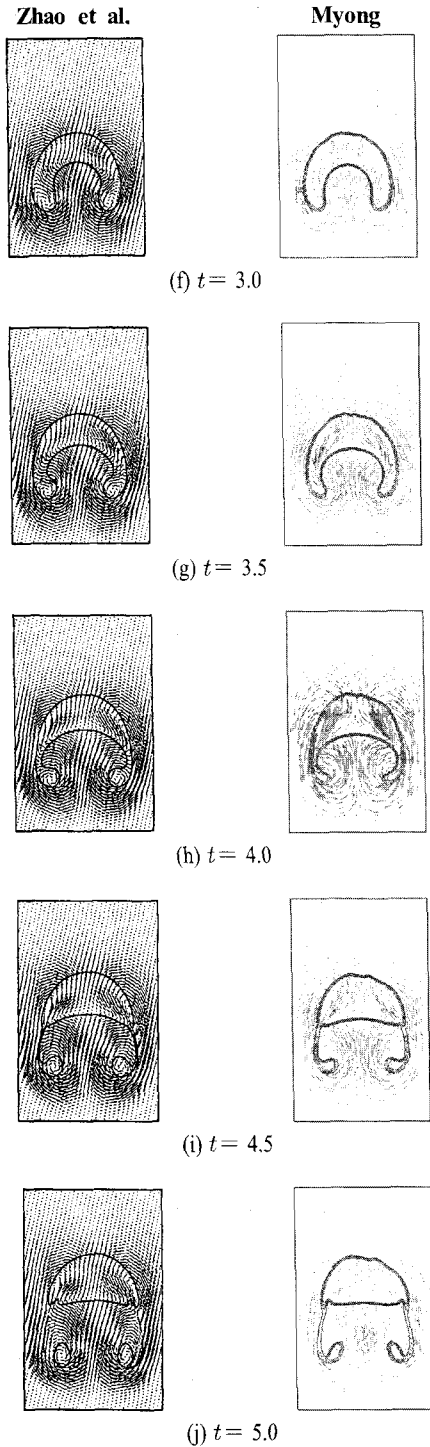


Fig. 3 Time evolution of rising air bubble problem at several nondimensional times; $Re = 100$, $Fr = 1$, density ratio = 100/1 (continued)

[8,12]와도 정량적으로 일치한다.

또한 본 수치해석 결과는 비교적 성긴 격자와 다소 큰 시간 간격을 사용하였으나, 시간이 상당히 진행되면서 대칭형태가 다소 무너지나, 초기의 경계가 퍼지거나 하는 현상이 거의 없다. 그리고 전체 질량변화를 살펴보면 약 7150 시간 스텝이 지난 후에 1.06×10^{-5} %의 매우 작은 오차를 가지면서 질량보존을 잘 만족시켜 주고 있다.

3.2 Droplet splash

Fig. 4는 물방울 튀김 문제에 대한 예측결과를 기존의 연구결과들인 Choi[3]와 Puckett et al.[4]의 수치해석결과를 함께 나타낸다. 그림에는 비교·검증하기위해 기존의 수치해석연구와 마찬가지로 시간이 각각 0.0, 0.00677, 0.0098, 0.0122, 0.01485, 0.01782, 0.01995, 0.02146초 일 때 나타나는 자유표면(공기방울의 형상)을 VOF 값 0.5 및 0.7의 값인 Contour 선과 벡터선도를 함께 표기하여 나타냈다. 그림을 통하여 확인할 수 있듯이 동일한 시간에 따라 나타나는 기존의 수치해석결과와 본 수치해석결과는 모두 정성적으로 유사한 형태로 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 두 유체가 형성하는 경계면의 변화 및 이동추이를 살펴보면 예측결과 사이에 다소 차이를 나타내고 있다. 먼저 모든 예측결과가 시간이 0.0122초에 이르렀을 때 물방울이 물표면과 접하게 되면서 다소의 공기방울이 물속에 갇히거나 시간이 지남에 따라 소멸되어 가는 것이 물리적으로 타당하다. 본 예측결과는 그림에서 보는 바와 같이 시간이 지남에 따라 이것이 사라지게 되나 기존의 예측결과는 마지막 결과인 0.02146초가 되었을 때까지 그대로 갇혀진 채로 존재한다. 다음으로 모든 예측결과가 물방울과 수면의 재결합과 함께 상대적인 밀도가 낮은 공기로 가득한 좌우벽면을 향해 새로운 형태의 물기둥 및 물방울이 튀어 상승하는 현상을 보여주고 있다. 그러나 기존의 예측결과와는 달리 본 예측결과는 전체적으로 매끄러운 모양을 가지면서 벽면을 향해 사선의 형태로 진행하여 가는 물이 튀는 현상 및 새롭게 튀어서 따로 떨어져 나오는 미세한 물방울을 잘 표현하고 있다. 이는 본 연구에서 사용한 경계면포착법이 기존의 연구결과[3,4]에서 사용한 경계면추적법이 가지는 하나의 계산 격자보다 작은 상의 경계는 표현할 수 없는 한계를 극복하여 물리적으로 타당한 결과를 제시한다고 사료된다.

또한 본 수치해석 결과는 기존 연구와 같은 성긴 격자를 사용하였음에도 불구하고 시간이 지나도 초기의 경계가 퍼지거나 하는 현상이 거의 없으며, 전체 질량변화를 살펴보면 약 21460 시간 스텝이 지난 후에 2.8×10^{-6} %의 매우 작은 오차를 가지면서 질량보존을 잘 만족시켜 주고 있다.

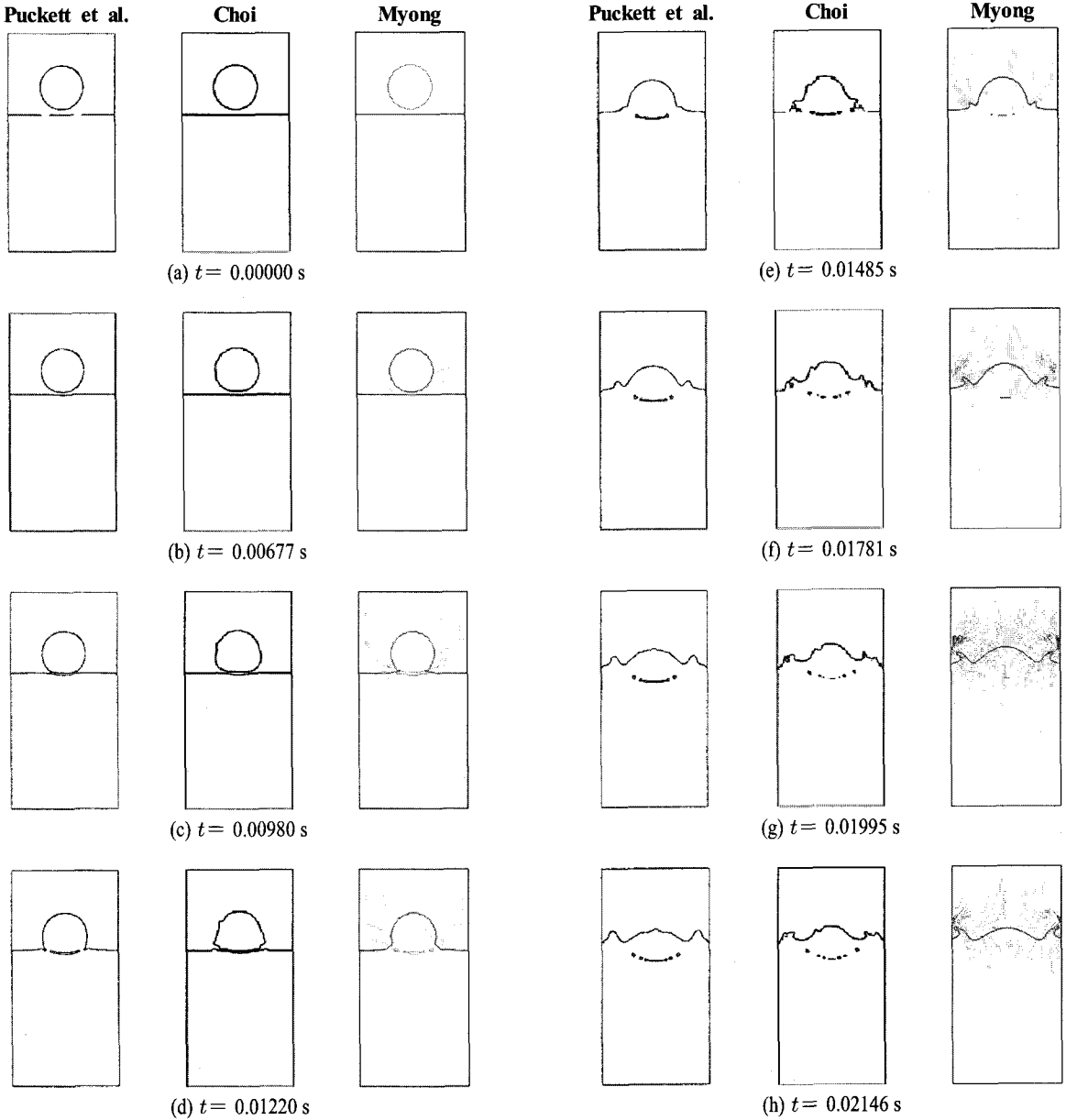


Fig. 4 Water droplet falling through air onto water surface at several times with no surface tension.

4. 결 론

본 연구에서는 Myong and Kim[9]이 개발한 수치해석방법 (PowerCFD 코드)을 사용하여 두 유체의 밀도차에 의해 발생하는 부력에 의한 유동문제인 공기방울 상승문제(밀도비=100) 및 물방울 퍼짐문제(밀도비=1000)에 적용하여 수치해석방법의 정확성과 타당성을 검증하였다. 이 코드(수치해석

방법)는 일반 상용 CFD 코드와 같이 비정렬 셀 중심방법을 채용하고 압력수정방법에 기반을 둔 3차원 유동해석방법 [10,11]에 경계면포착법에서 문제가 되는 변집현상과 같은 경계면의 비물리적인 변형 및 수치확산 문제를 크게 개선한 것으로 알려진 HR도식인 CICSAM[6]을 도입한 것이다. 연구 결과, 본 수치해석방법은 음해법을 사용함으로써 질량보존법을 잘 만족시켜주면서도, 두 유체의 밀도차에 의해 발생하는

부력에 의한 유동문제인 기포 상승 문제(밀도비= 100) 및 물 방울 튀김 문제(밀도비 \approx 1000) 모두에 대해 정확성과 타당성이 입증되었다.

후 기

본 연구는 서울시 산학연 협력사업(2005년도 신기술연구 개발 지원사업)의 연구비를 지원받아 수행된 연구이다.

참고문헌

- [1] 1981, Hirt, C.W. and Nicholls, B.D., "Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. Comput. Phys.*, Vol.39, pp.201-225.
- [2] 1998, Rider, W.J. and Kothe, D.B., "Reconstruction Volume Tracking," *J. Comput. Phys.*, Vol.141, pp.112-152.
- [3] 2004, Choi, Y.S., "Analysis of Multi-Phase Flow using PLIC-VOF Method, Master Thesis," *Seoul National University*.
- [4] 1997, Puckett, E.G., Almgren, A.S., Bell, J.B., Marcus, D. L. and Rider, W.J., "A High-Order Projection Method for Tracking Fluid Interfaces in Variable Density Incompressible Flows," *J. Comput. Phys.*, Vol.130, pp.269-282.
- [5] 1999, Muzaferija, S. and Peric, M., "Computation of Free Surface Flows using Interface Tracking and Interface Capturing Methods," Chap.2, in Mahrenholtz, O. and Markewicz, M., *Nonlinear Water Wave Interaction*, Comput. Mech. Publications.
- [6] 1997, Ubbink, O., "Numerical Prediction of Two Fluid Systems with Sharp Interface," *PhD Thesis*, University of London.
- [7] 2000, Pan, D. and Chang, C.H., "The Capturing of Free Surfaces in Incompressible Multi-fluid Flows," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.33, pp.203-222.
- [8] 2002, Zhao, Y., Tan, H.H. and Zhang, B., "A High-Resolution Characteristics-based Implicit Dual Time-Stepping VOF Method for Free Surface Flow Simulation on Unstructured Grids," *J. Comput. Phys.*, Vol.183, pp.233-273.
- [9] 2006, Myong, H.K. and Kim, J.E., "A Study on an Interface Capturing Method Applicable to Unstructured Meshes for the Analysis of Free Surface Flow," *KSCFE J. of Computational Fluids Engineering*, Vol.11, No.4, pp.14-19.
- [10] 2005, Myong, H.K. and Kim, J., "Development of 3D Flow Analysis Code using Unstructured Grid System(1st Report, Numerical Method)," *Trans. of the KSME(B)*, Vol.29, No.9, pp.1049-1056.
- [11] 2005, Myong, H.K., Kim, J. and Kim, J.T., "Development of 3D Flow Analysis Code using Unstructured Grid System(2nd Report, Code's Performance Evaluation)," *Trans. of the KSME(B)*, Vol.29, No.9, pp.1057-1064.
- [12] 1994, Sussman, M., Smereka, P. and Osher, S., "A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow," *J. Comput. Phys.* Vol.114, p.146.