



# 균일 두께로 자성유체가 피막된 평면 벽 주위의 축대칭 정체 유동

고형종,<sup>\*1</sup> 김경훈,<sup>2</sup> 김세웅<sup>2</sup>

## AXISYMMETRIC STAGNATION FLOW NEAR A PLANE WALL COATED WITH A MAGNETIC FLUID OF UNIFORM THICKNESS

Hyung-Jong Ko,<sup>\*1</sup> Kyoung-Hoon Kim<sup>2</sup> and Se-Woong Kim<sup>2</sup>

*A similarity solution of the Navier-Stokes equation for the axisymmetric stagnation flow near a plane wall coated with a magnetic fluid of uniform thickness is constructed. The shape functions representing the flow in two (magnetic and normal) fluid layer are determined from a third order boundary value problem, which is solved by the Runge-Kutta method with two shooting parameters. Features of the flow including streamline pattern and interface velocity are investigated for the varying values of density ratio, viscosity ratio, and Reynolds number. The results for the interface and wall shear stress, boundary layer and displacement thickness are also presented.*

**Key Words :** 비압축성(Incompressible), 층류(Laminar), 축대칭(Axisymmetric), 자성유체 피막(Magnetic Fluid Coating), 균일 두께(Uniform Thickness), 유사해(Similarity Solution), 조준법(Shooting Method)

### 1. 서 론

자성유체는 기능성 유체의 일종으로 수 nm에서 수십 nm에 이르는 같은 크기의 강자성체 미립자를 계면활성제로 조밀하게 피복하고 기름이나 물 등의 용매에 고밀도로 분산시킨 입자 콜로이드이다. 자성유체는 보통 유체와 마찬가지로 연속체로 다룰 수 있으며, 자기 배어링이나 밀봉장치, 액추에이터, 연마 가공, 센서, 프린터, 투약경로 제어 등에 이용된다[1-3]. 특히 유동장에 존재하는 고체 벽면에 자성유체 피막을 입히고 외부 자기장을 통하여 유동을 조절하면 열전달을 촉진하거나 유체의 항력을 감소시키는 데에도 활용되기 때문에 유체역학적 관점에서의 연구도 활발하게 이루어지고 있다[4]. 이와 관련하여 Krakov and Kamiyama[5]는 자성유체 피막이 있는 원기둥을 지나는 2차원 정상 유동에 대한 연구를 통하여 Reynolds 수 및 점성계수 비에 따라 항력을 크게 줄일 수 있음을 밝혔다. 이때 항력감소는 주로 자성유체 피막으로 인하여 표면 근방의 유동이 바뀌면서 박리(separation)가 지연되

고 후류(wake)의 면적이 줄어든 데 따른 것이다. 그들은 자성 유체 피막이 있는 원기둥을 지나는 비정상 유동에 대한 또 다른 수치해석 연구에서 자성유체 피막이 외부 유동의 안정적 유지에 기여한다는 사실을 알아냈다[6].

이 논문에서는 균일한 두께의 자성유체 피막이 있는 평면 벽으로 비압축성 유체가 다가오면서 생기는 축대칭 층류 정체 유동을 해석하고자 한다. 자성유체는 유체와 섞이지 않으며, 충분히 강한 외부 자기장에 의하여 일정한 두께를 유지하는 것으로 가정한다. 이 유동은 자성유체 피막을 갖는 원판(disc)이나 구와 같은 축대칭 물체를 지나는 유동에서 유동을 마주보는 쪽에 형성되는 정체점(stagnation point) 근방의 유동을 나타내게 된다. 피막 두께가 0인 극한의 경우의 유동은 축대칭 정체점 유동으로 귀착되는데, 이 유동에 대한 Navier-Stokes 방정식의 유사해(similarity solution)는 Homann에 의하여 구해졌다[7,8].

본 논문의 2장에서는 유체와 자성유체의 두 층으로 이루어지는 유동장을 무한원(infinity)과 벽면에서의 경계조건, 두 유체의 계면에서의 연속조건을 만족하는 유사해로 나타낸다. 유사해의 형상함수  $F$ 는 3계 경계값 문제의 해로 주어지는데, 조준법(shooting method)을 사용하여 수치적으로 구한다. 3장에서는 유체와 자성유체의 밀도 비 및 점성계수 비, Reynolds

1 정회원, 금오공과대학교 기계공학부

2 금오공과대학교 기계공학부

\* Corresponding author, E-mail: kohj@kumoh.ac.kr

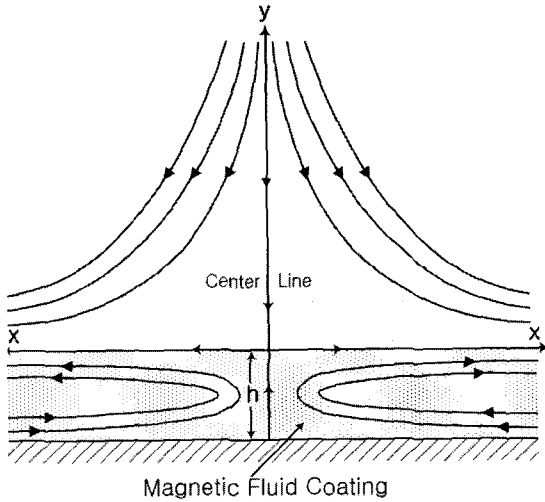


Fig. 1 Schematic diagram of the problem

수의 값을 변화시키면서 수치계산을 수행하고 유선 분포, 계면에서의 속도, 계면 및 벽면에서의 전단응력, 경계층 두께 (boundary layer thickness) 및 배제 두께(displacement thickness) 등의 유동 특성이 어떻게 변화하는지를 조사한다.

2. 정식화 및 해석

Fig. 1은 문제의 개략도이다. 균일한 두께  $h$ 의 자성유체 피막이 있는 평면 벽을 향하여 전단율(shear rate)이  $K$ 인 축대칭 퍼텐셜 유동이 다가와서 생기는 정상 층류 축대칭 장체 유동을 해석한다. 좌표계로 원통좌표계를 사용하되, 반지름 방향과 축 방향의 좌표 및 속도를 각각  $x, y$  및  $u, v$ 로 나타내기로 한다. 유체와 자성유체는 서로 섞이지 않는 비압축성 유체이며, 그 계면은 유동 압력으로 인한 교란을 극복하기에 충분한 자기장이 외부로부터 자성유체에 가해지기 때문에 변형하지 않고 일정한 높이( $h$ )를 유지한다[5,6]. 따라서 계면은  $y=0$ 으로, 평면 벽은  $y=-b$ 로 나타낼 수 있다.

유동에 대한 지배방정식은, 편의상 자성유체 또는  $-h < y < 0$ 인 영역과 유체 또는  $y > 0$ 인 영역을 각각 첨자 1과 2로 구분하여 나타내기로 할 때, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$uu_x + vv_y = -\frac{1}{\rho_j} p_x + \nu_j \left( \frac{1}{x} (xu_x)_x - \frac{u}{x^2} + u_{yy} \right), \quad (1)$$

$$uv_x + vv_y = -\frac{1}{\rho_j} p_y + \nu_j \left( \frac{1}{x} (xv_x)_x + v_{yy} \right), \quad (2)$$

$$\frac{1}{x} (xu)_x + v_y = 0 \quad (j=1,2) \quad (3)$$

여기서, 그리고 이후에서 첨자  $x$ 와  $y$ 는 편미분을 뜻하고,  $\rho_j, \nu_j (j=1,2)$ 는 자성유체와 유체의 밀도와 동점성계수를 나타낸다. 또  $p$ 는 유체 영역에서는 압력을, 자성유체 영역에서는 압력과 자기압력(magnetic pressure)의 합에 해당하는 수정된 압력을 나타낸다[5].

벽면에서의 점착조건, 무한원에서의 점근조건, 그리고 계면 높이가 일정할 조건 및 계면에서 속도와 전단응력의 연속조건을 차례대로 써 주면 다음과 같다.

$$u(x, -h) = v(x, -h) = 0 \quad (4a)$$

$$(u, v) \rightarrow K(x, -2y) \equiv (u_\infty, v_\infty) \text{ as } y \rightarrow \infty \quad (4b)$$

$$v(x, -0) = v(x, +0) = 0 \quad (4c)$$

$$u(x, -0) = u(x, +0) \quad (4d)$$

$$\mu_1 u_y(x, -0) = \mu_2 u_y(x, +0) \quad (4e)$$

여기서  $\mu_1, \mu_2$ 는 자성유체와 유체의 점성계수이다.

지배방정식 (1)-(3)과 경계조건 (4)를 만족하는 상사해는 속도를

$$u = KhXF', \quad v = -2KhF \quad (5)$$

로 가정하여 구할 수 있다. 여기서  $X$ 와  $Y$ 는 무차원 좌표  $x/h$ 와  $y/h$ 이고,  $F = F(Y)$ 는 구해야 하는 함수이며, 기호 '은  $Y$ 에 대한 미분을 나타낸다. 이 속도장을 식 (1)-(2)에 대입하여 압력항을 소거한 후 한 번 적분하면

$$F''' + Re_j(2FF'' - F'^2) = C_j \quad (j=1,2) \quad (6)$$

을 얻는다. 여기서 Reynolds 수  $Re_j$ 는

$$Re_j = h^2 K / \nu_j \quad (j=1,2) \quad (7)$$

로 정의되고  $C_j$ 는 적분상수이다. 식 (4)의 경계조건들과 연속조건들은 다음과 같이  $F$ 에 대한 조건으로 변환된다.

$$F(-1) = F'(-1) = 0, \quad F(-0) = 0 \quad (8a)$$

$$F(+0) = 0, \quad F'(+0) = F'(-0), \quad (8b)$$

$$\mu_2 F''(+0) = \mu_1 F''(-0), \quad F'(\infty) = 1 \quad (8b)$$

식 (8)에 나와 있는 벽면과 무한원에서의 경계조건을 식

(6)에 적용하면

$$C_1 = F'''(-1), C_2 = -Re_2 \quad (9)$$

을 얻는다[8]. 그러나  $C_1$ 은 여전히 구해야 하는 미지상수이다. 3계 미분방정식 (6)은 Green 함수를 구하는 문제의 일종이며, 유동장을 자성유체 영역( $j=1$ )과 유체 영역( $j=2$ )으로 나누어 풀고, 계면에서 연속조건을 만족하도록 해를 구해야 한다. 즉, 미지상수 하나( $C_1$ )를 포함하는 두 개의 3계 상미분 방정식을 식 (6)의 일곱 가지 조건을 만족하도록 풀어야 한다. 수학적으로 타당하지만(well posed) 이 문제는 비선형이어서 엄밀해를 구할 수 없으므로 수치계산 방법에 의하여 해를 구하도록 한다.

이 논문에서는 식 (6)-(8)로 정의된 경계값 문제를 풀기 위하여 4차 Runge-Kutta 방법과 조준법을 사용한다. 이때 물리적 무한원  $Y=\infty$ 은 수치적 무한원  $Y=Y_\infty$ 으로 대체하여 해석을 진행하게 되며, 구간  $[-1,0]$ 과  $[0, Y_\infty]$ 은 각각  $N_1, N_2$ 개의 균등 간격으로 분할하여 계산한다. 구체적인 수치해석 절차를 정리하면 다음과 같다.

- (1) 미지상수  $C_1 = F'''(-1)$ 과  $F'(-1)$ 을 가정한다.
- (2)  $F(-1) = F'(-1) = 0$ 과 (1)에서 가정한 2차 미분값  $F''(-1)$ 을 초기조건으로 하여 미분방정식 (6)의 해를 영역  $-1 < Y < 0$ 에 대하여 구한다.
- (3)  $F(+0) = 0$ 과 (2)에서 구한 해와 연속조건으로부터 얻어지는  $F'(+0), F''(+0)$  값을 사용하여 (6)의 해를 영역  $0 < Y < Y_\infty$ 에 대하여 구한다.
- (4) 경계조건  $F(-0) = 0$ 과  $F'(\infty) \approx F'(Y_\infty) = 1$ 이 만족 되면 계산을 마치고, 만족되지 않으면 이 조건들이 동시에 만족되도록 조준변수(shooting parameter)  $F'(-1)$ 과  $F'''(-1)$ 의 값을 조정후 단계 (2)로 돌아간다.

무한원에서  $F''(Y) \sim e^{-Re_2 Y^2}$ 의 점근 거동을 보이기 때문에  $Y_\infty = 4/\sqrt{Re_2}$ 으로 잡으면 충분하다[8]. 본 연구에서는 4차 Runge-Kutta 방법에 의한 초기값 문제의 풀이 등 실제 수치계산을 Mathcad[9]를 사용하여 수행하였으며, 다각적인 민감도 시험을 한 결과,  $N_1=100, N_2=200$ 으로 택하면 충분한 해의 정확도가 얻어짐을 알 수 있었다.

### 3. 결과 및 논의

균일 두께로 자성유체가 피막된 평면 벽 주위의 축대칭 정

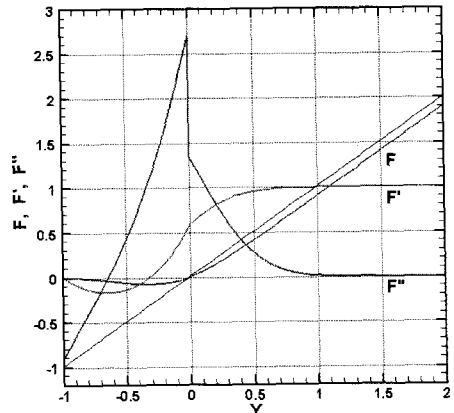


Fig. 2 Dependence of the numerical solution on  $Y$  for the representative case( $\rho_r=0.8, \mu_r=2, Re_1=10$ ).

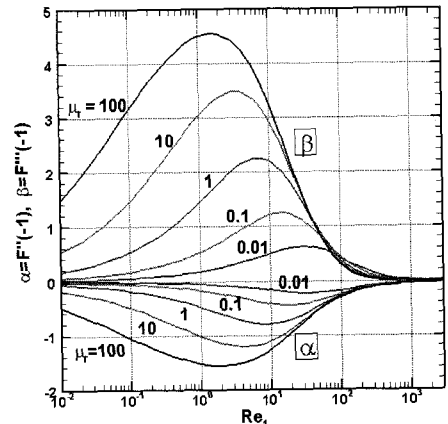


Fig. 3 Variations of  $\alpha$  and  $\beta$  with respect to  $\mu_r$  and  $Re_1$  when  $\rho_r=0.8$ .

체 유동을 규정하는 무차원 파라미터로는 유체와 자성유체의 밀도 비  $\rho_r = \rho_2/\rho_1$ , 점성계수 비  $\mu_r = \mu_2/\mu_1$ , 동점성계수 비  $\nu_r = \nu_2/\nu_1$  및 Reynolds 수  $Re_1, Re_2$ 가 있다. 이 중에서 세 개만 독립적이므로 본 연구에서는 물성치와 관련하여  $\rho_r$ 과  $\mu_r$ 을, 유동특성과 관련하여  $Re_1$ 을 유동 파라미터로 선택하였다.  $\nu_r$ 과  $Re_2$ 는  $\mu_r/\rho_r$ 와  $Re_1 \rho_r/\mu_r$ 으로 구해진다. 액체의 밀도 값들은 큰 차이가 없으므로 본 연구에서는  $\rho_r=0.8$ 로 고정시키고, 큰 차이가 생길 수 있는  $\mu_r$ 은 0.01, 0.1, 1, 10, 100 등 다섯 가지에 대하여,  $Re_1$ 을 0.01에서 3000까지 바꾸어 가면서 수치계산을 수행하였다. 밀도 비 0.8은 물을 용매로 사용한 자성유체( $\rho = 1220 \text{ kg/m}^3, \nu = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ )와 실리콘 기름(PMS-200,  $\rho = 973 \text{ kg/m}^3, \nu = 1.95 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ )의 조합에 해당하는 값이다. 이 두 유체는 자성유체 피막이 있는 원기둥을 지나는 유동에서 항력감소 효

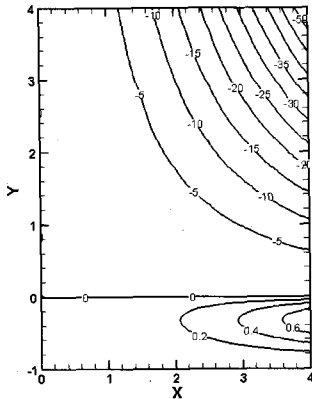


Fig. 4 Typical streamline pattern( $\rho_r=0.8$ ,  $\mu_r=2$ , and  $Re_1=1$ ). The numbers denote the values of  $\Psi$ .

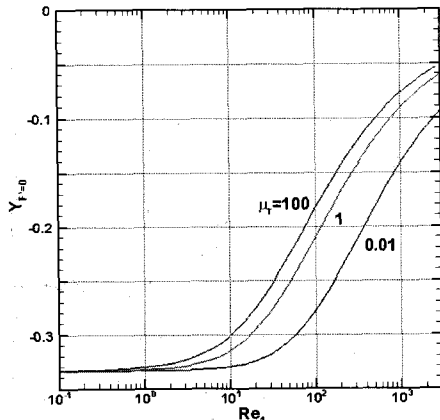


Fig. 5 Locations of  $Y$  at which  $F'$  vanishes for  $\rho_r=0.8$  as functions of  $\mu_r$  and  $Re_1$ .

과를 조사하는 실험에 사용된 바 있으며, 점성계수 비  $\mu_r$  은 약 40이다[5].

Fig. 2는  $\rho_r=0.8$ ,  $\mu_r=2$ ,  $Re_1=10$ 인 경우에 대한 수치해의 거동을 보여준다. 그림에 같이 그려진 직선과  $F(Y)$ 의 값의 차이는 무한원에서 무차원 배재두께(displacement thickness)로 수렴한다. 이 경우( $Re_2=4$ )에  $Y_\infty=2$ 이며, 조준변수  $\alpha \equiv F''(-1)$  및  $\beta \equiv F'''(-1)$ 의 수렴된 값은 -0.9143 및 2.471이다. 수렴된 해가 벽면 및 무한원에서의 경계조건과 계면에서의 연속조건을 만족하는 것은 쉽게  $Y_\infty$ 를 확인할 수 있으며, 수치계산의 정확도 측면에서 볼 때  $4/\sqrt{Re_2}$ 로 계산 영역을 택하는 것이 타당함을 보여준다. 참고로 Fig. 2의 경우 전단응력의 연속조건에 의하여  $F''(+0) = F''(-0)/2$ 이다.

Fig. 3은  $\rho_r=0.8$ 인 경우에 조준 변수  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 파라미터  $\mu_r$  및  $Re_1$ 에 따라 어떻게 변화하는지를 보여준다. 대하여 Fig. 3에 도시하였다. 고정된 점성계수 비  $\mu_r$  값에 대하여

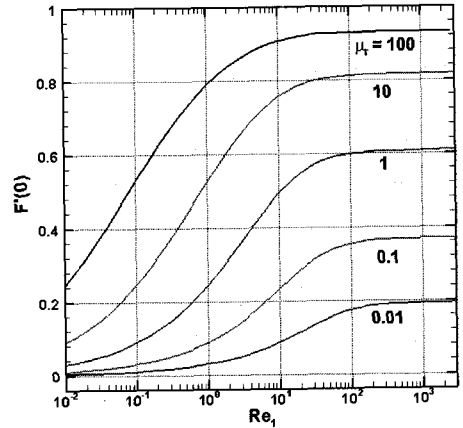


Fig. 6 Variations of  $F'(0) = u_i/u_\infty$  for  $\rho_r=0.8$  as functions of  $\mu_r$  and  $Re_1$ .

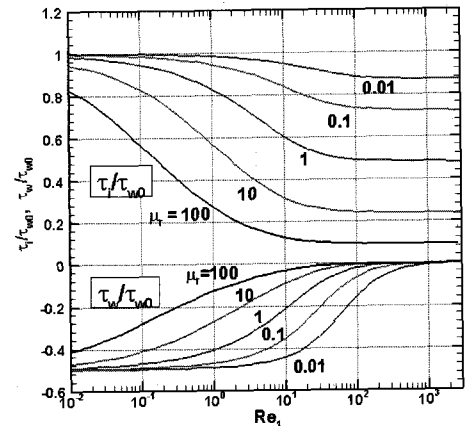


Fig. 7 Variations of the interface and wall shear stress with respect to  $\mu_r$  and  $Re_1$  for  $\rho_r=0.8$ . Here the values are normalized by the wall shear stress of the axisymmetric stagnation point flow.

$Re_1$ 이 증가함에 따라서  $\alpha$ 는 점차로 감소하다가 바닥을 지나고 나면 상승하기 시작하여 서서히 0으로 접근한다.  $\alpha$ 는 항상 음의 값을 가지며,  $\mu_r$ 이 클수록 그 절대값이 크다.  $\beta$ 는 항상 0보다 크고, 그 변화를 나타낸 그래프는 정성적으로  $\alpha$ 의 그래프를 뒤집어 놓은 것과 같다.  $\beta$ 의 절대적인 크기는  $\alpha$ 에 비하여 크다.

유동장의 형태는 식

$$u = -\frac{h^2 K}{x} \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad v = \frac{h^2 K}{x} \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (10)$$

에 의하여 정의되는 무차원 Stokes 유동함수  $\Psi$ 를 통하여 조사할 수 있다. 식 (5)의 상사해로 표현되는 유동은  $\Psi = -X^2 F$ 에 해당하며, 유선들은  $\Psi$ 의 등고선(contour)으로

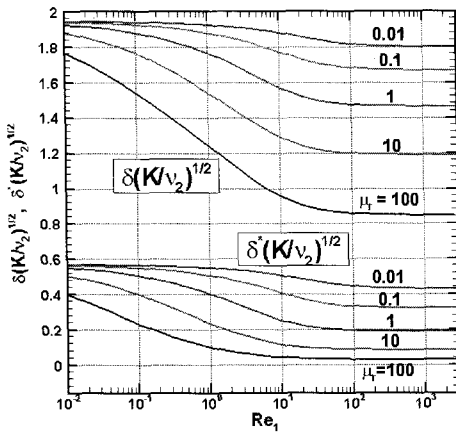


Fig. 8 Variations of the boundary layer thickness ( $\delta$ ) and the displacement thickness ( $\delta'$ ) with respect to  $\mu_r$  and  $Re_1$  for  $\rho_r=0.8$ .

나타난다. Fig. 4는 전형적인 유동 형태를 보여준다. 이 경우에  $\rho_r=0.8$ ,  $\mu_r=2$ ,  $Re_1=1$ 이며, 병기한 숫자들은 그 유선에서  $\Psi$ 의 값을 나타낸다. 유체 층과 자성유체 층은 각각 커다란 하나의 와류를 형성하며, 유체 층에서 유동 방향이 바깥 쪽 및 아래 방향으로 변화가 없는 데 반하여, 자성유체 층에서는 유동이 안쪽으로 향하다가 바깥쪽으로 방향을 바꾸는 높이가 존재한다. 이 높이는  $u$ 의 부호가 바뀌는 높이, 즉  $F'=0$ 인 높이로 구할 수 있다. Fig. 5는 자성유체 층에서 반경방향 속도가 바뀌는 높이를  $\mu_r$ 과  $Re_1$ 의 함수로 구한 것이다.  $Re_1$ 이 매우 작은 경우에는  $\mu_r$ 과 무관하게 계면으로부터  $0.33h$  아래에서  $u$ 의 방향이 변하며,  $Re_1$ 이 증가할수록 더 높은 곳으로 이동한다.

Fig. 6은 계면에서의 속도 변화를 알아보기 위하여  $F'(0)$ 의 변화를 나타낸 것이다.  $F'(\infty)=1$ 이기 때문에  $F'(0)$ 은 계면에서의 속도와 무한원에서의 속도의 비  $u_i/u_\infty$ 와 같다.  $\mu_r$ 이 작은 경우는 자성유체의 점성계수가 큰 경우에 해당되어 고체 벽을 지나는 것과 비슷한 상황이므로 계면 속도가 작다.  $\mu_r \rightarrow 0$ 인 경우의 극한 유동은 자성유체가 고체 벽으로 대체된 단순 축대칭 정체유동에 해당한다.  $\mu_r$ 이 커짐에 따라서 계면 속도는 점점 증가한다. 밀도 비와 점성계수 비가 일정할 때  $Re_1$ 에 따른 계면 속도의 변화를 보면,  $Re_1$ 이 매우 작아서 점성의 영향이 지배적으로 되는 경우의 극한 0과, 반대로  $Re_1$ 이 충분히 커질 때 관성의 영향을 주로 받는 경우의 극한 사이를 잇는 S자 모양의 거동을 보인다. Reynolds 수가 클 때의 극한은 점성계수 비  $\mu_r$ 에 따라 달라지고,  $\mu_r \rightarrow \infty$ 일 때의 극한값은 1이다.  $\mu_r$ 이 극단적으로 큰 경우의 유동은 자성유체가 점성이 없는 경우에 해당하기 때문에 고

체 벽에서 미끄러짐(slip)을 허용하는 퍼텐셜 유동을 나타내게 된다.

다음으로는 계면과 평면 벽에서의 전단응력에 대하여 조사하여 보자. 자성유체 피막이 없는 경우, 즉  $h=0$ 인 경우의 유동은 Homann이 해석한 축대칭 정체점 유동에 해당하며, 이 경우에 벽면 전단응력은

$$\tau_{w0} = C_0 \mu_2 x \sqrt{K^3/\nu_2} \quad (C_0 \approx 1.31194) \quad (11)$$

으로 알려져 있다[7,8]. 자성유체 피막이 있는 평면 벽 주위의 정체 유동에서 계면의 전단응력  $\tau_i$ 와 벽면 전단응력  $\tau_w$ 을  $\tau_{w0}$ 로 정규화 한 값은  $x$ 와 무관하게 되며 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\tau_i}{\tau_{w0}} = \frac{\mu_2 K x F''(0)/h}{\tau_{w0}} = \frac{F''(0)}{C_0 \sqrt{Re_2}} \quad (12)$$

$$\frac{\tau_w}{\tau_{w0}} = \frac{\mu_1 K x F''(-1)/h}{\tau_{w0}} = \frac{F''(-1)}{C_0 \mu_r \sqrt{Re_2}} \quad (13)$$

유동에 따라 유체가 받는 힘은 계면에서의 전단응력에 비례하기 때문에  $\tau_i/\tau_{w0}$ 는 자성유체 피막에 따른 항력변화율을 나타냄을 알 수 있다. 따라서 자성유체 피막에 의한 항력감소(drag reduction) 효과는 이 값이 작을수록 크게 나타나며, 이 비를 항력감소율로 정의할 수 있다. Fig. 7은  $\rho_r=0.8$ 일 때 점성계수 비와 Reynolds 수에 따른  $\tau_i/\tau_{w0}$ 와  $\tau_w/\tau_{w0}$ 의 변화를 보여준다. 이들의 변화 특성은 점성효과가 얼마나 지배적이나에 따라 특성이 달라진다는 면에서 Fig. 6에 보인 계면 속도의 변화 특성과 거의 유사하다. 즉,  $\mu_r$ 이 매우 작거나  $Re_1$ 이 매우 작은 경우에는 자성유체가 고체 벽면처럼 작용하게 되므로 항력감소율  $\tau_i/\tau_{w0}$ 는 1에,  $\tau_w/\tau_{w0}$ 는 -0.5에 가까워진다. 보통 크기의  $\mu_r$ 에 대해서는 1 또는 -1/2과  $\mu_r$ 에 의존하는,  $Re_1$ 이 큰 경우의 극한값을 잇는 역 S자 또는 S자 곡선을 따라 변화한다.

한편,  $\mu_r$ 이 클수록,  $Re_1$ 이 클수록  $\tau_i/\tau_{w0}$ 이 작아져서 항력감소 효과가 더 좋아짐을 알 수 있다. 이러한 경향은 Krakov and Kamiyama[5]가 조사한 바 있는, 자성유체 피막이 있는 원기둥을 지나는 유동에서도 나타나는 것으로 보고되었다. 그러나 평면 벽을 향하는 정체 유동의 경우에는 점성항력(viscous drag)만 존재하기 때문에, 원기둥을 지나는 유동에서 보였던 자성유체 피막에 의하여 항력이 오히려 증가하는 현상은 나타나지 않는다. 원기둥이나 구와 같은 뭉툭한 물체를

지나는 유동에서는 Reynolds 수가 작지 않다면은 경우가 아니라면 형상항력(form drag)의 영향이 지배적이다.

$\tau_w/\tau_{w0}$ 는 음의 값을 갖는다. 이것은 자성유체 내에서 유량이 보존되려면, 계면에서 유체에 의하여 바깥쪽으로 끌려가는 유량만큼 벽면 근방에서 안쪽으로 복귀하는 유동이 형성되어야 하기 때문이다.  $\mu_r$  및  $Re_1$ 에 따른  $\tau_w/\tau_{w0}$ 의 변화 특성은 정성적으로  $u_i$ 의 변화 특성과 같다.

끝으로 우리가 해석한 유동을 경계층 유동과 연관하여 살펴보기로 하자. 식 (5)의 상사해에서 속도  $u$ 는  $X$ 에 비례하고  $v$ 는  $X$ 와 무관하기 때문에 Navier-Stokes 방정식에서 벽면과 평행한 방향으로의 운동량 확산이 일어나지 않는다. 이것은 우리가 구한 상사해가 경계층 방정식의 해도 된다는 것을 의미한다.

$u$ 가 주류 속도  $u_\infty$ 의 99%가 되는 곳과 계면 사이의 거리로 정의되는 경계층 두께  $\delta$ 와, 무한원에서 함수  $h(Y-F)$ 의 극한값으로 정의되는 배제 두께  $\delta^*$ 를 유체 층의 점성 특성길이  $\sqrt{\nu_2/K}$ 로 무차원화 한 값들의 변화를 Fig. 8에 나타내었다.  $h=0$ 인 경우, 즉 자성유체 피막이 없는 경우,  $\delta\sqrt{K/\nu_2}$  및  $\delta^*\sqrt{K/\nu_2}$ 의 값은 각각 1.94 및 0.5689이다. Fig. 7과 8을 비교해 보면 잘 알 수 있듯이  $\mu_r$ 와  $Re_1$ 에 따른 이들의 변화는  $\tau_i/\tau_{w0}$ 의 경우와 정성적으로 일치한다.

#### 4. 결 론

균일 두께로 자성유체가 피막된 평면 벽 주위의 축대칭 정체 유동을 조사하였다. 유체와 자성유체의 계면이 충분히 강한 외부 자기장에 의하여 일정한 높이를 유지하는 경우에 대하여 Navier-Stokes 방정식의 상사해를 구성하였다. 벽면에 수직인 방향의 유동 구조는 계면에서의 연속 조건을 만족하는 3계 미분방정식의 해, 즉 Green 함수에 의하여 정해지는데, 이 문제를 Runge-Kutta 방법과 조준법을 사용하여 수치적으로 풀었다. 유체와 자성유체의 밀도 비  $\rho_r=0.8$ 일 때, 점성계수 비( $\mu_r$ )와, 자성유체 피막의 두께를 특성 길이로 하는 Reynolds 수( $Re_1$ )를 바꾸어 가면서 수치계산을 수행한 결과 얻어진 유동의 특징을 정리하면 다음과 같다.

- (1) 계면에서의 점선방향 속도, 계면과 벽면에서의 정규화된 전단응력, 무차원 경계층 두께와 무차원 배제 두께는 공통적으로 자성유체가 고체처럼 작용하는 극한값( $\mu_r \ll 1$  또는  $Re_1 \ll 1$ )과 자성유체가 비점성 유체처럼 작용하는 극한값( $\mu_r \gg 1$  또는  $Re_1 \gg 1$ ) 사이에서  $\mu_r$ 와  $Re_1$ 에 대하여 연속적으로 변한다.
- (2) 점성계수 비가 클수록, Reynolds 수가 클수록 자성유체 피막에 의한 유체의 항력 감소 효과가 더 좋아지며, 항력이 더 커지는 경우는 없다.

#### 참고문헌

- [1] 1987, Rosensweig, R.E., "Magnetic Fluids," *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol.19, pp.437-463.
- [2] 1996, Kamiyama, S., "Recent Development of Magnetic Fluid Engineering," *JSM E J.(B)*., Vol.62-596, pp.1281-1287, [in Japanese].
- [3] 1996, Rosensweig, R.E., "Conceptual Applications of Magnetic Fluids," in *Magnetic Fluids and Applications Handbook*, Berkovski, B. (Editor-in-Chief), Begell House, New York, pp.591-654.
- [4] 1996, Bashtovoi V., Blums, E., and Kamiyama, S., "Fluid Mechanical Phenomena," in *Magnetic Fluids and Applications Handbook*, Berkovski, B. (Editor-in-Chief), Begell House, New York, pp.395-588.
- [5] 1995, Krakov, M.S. and Kamiyama, S., "Steady flow past a circular cylinder coated with magnetic fluid: flow structure, drag reduction and coating deformation," *J. Fluid Mech.*, Vol.295, pp.1-22.
- [6] 1995, Krakov, M.S. and Kamiyama, S., "Unsteady flow past a circular cylinder with magnetic fluid coating," *J. Magn. Mater.*, Vol.149, pp.108-110.
- [7] 1936, Homann, F., *Z. Angew. Math. Mech.*, Vol.16, pp.153-164.
- [8] 1991, White, F.M., *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, Singapore., pp.152-163.
- [9] 2004, Mathsoft, *Mathcad 12 User's Guide*, Cambridge.