

전자석 현가 시스템의 부상 공극 주파수 응답 해석

Frequency Analysis of an Electromagnetic Suspension System to Variations in the Height of the Guideway

한형석* 임봉혁** 이남진*** 문석준* 정정훈*

Han, Hyung-Suk Yim, Bong-Hyuk Lee, Nam-Jin Moon, Seok-Joon Jung, Jung-Hun

ABSTRACT

Electromagnetic suspension, the suspension system used for Maglev trains, is now being applied to urban and inter-city transportation systems, offering environmental benefits. This suspension system is actively controlled to stabilize the suspended vehicle as it runs over an elevated guideway, which, for various reasons, may have deviations in its height. For this reason, frequency responses of the suspension to height deviations must be predicted in the system design cycle. The equations of motion of the electromagnetic suspension employing the 5 state feedback control law are derived for frequency analysis. The results of this paper could be used to determine design requirements for the urban Maglev transportation system currently under development in Korea.

1. 서론

자기부상열차 현가 시스템의 하나로 상전도 흡인식이라 일컫는 전자석 현가 시스템이 이용되고 있다⁽¹⁻³⁾. 실용화 사업이 진행 중인 국내의 도시형자기부상열차, 일본의 Linimo 및 독일의 Transrapid가 대표적인 전자석 현가 시스템을 채택한 자기부상열차이다. 전자석 현가 시스템은 전자석과 가이드웨이의 간극 즉 공극(air gap)의 편차를 제한된 범위로 유지하도록 전압을 제어하는 방식이다. 일반적으로 이러한 방식의 자기부상열차는 그림1과 같이 교각으로 지지되는 가이드웨이를 주행한다. 가이드웨이의 구조상 가이드웨이의 유연성이 전자석 현가 시스템과 동적 상호작용을 일으켜 차량의 부상안정성을 비롯한 주행특성에 영향을 미친다. 결과적으로 차량 주행 시 가이드웨이의 정적 처짐, 동적 상호작용에 의한 진동 및 가이드웨이 조인트와 가이드웨이 표면 불규칙도에 의하여 가이드웨이 높이 편차가 발생한다⁽⁴⁾. 이 높이 편차로 인하여 전자석 현가 시스템의 공극도 편차를 일으키며, 이 공극 편차를 일정한 범위내로 유지하기 위하여 전압을 제어한다. 만일, 가이드웨이의 높이 편차를 추종하면서 미리 정해진 공극 편차 범위를 만족하지 못한다면 현가 시스템은 불안정하게 된다. 그러므로 가이드웨이의 높이 편차에 대한 전자석 현가 시스템의 부상안정성 평가를 위한 가이드웨이 높이 편차 주파수에 대한 공극 편차 주파수 응답을 해석할 필요가 있다.

본 논문은 전형적 상태 피드백 제어 법칙을 사용하는 전자석 현가 시스템의 가이드웨이 높이편차에 대한 공극 편차 주파수 응답을 해석하는데 목적이 있다. 공극 편차 응답 해석 결과는 가이드웨이의 불규칙도 수준, 가이드웨이 처짐량, 가이드웨이 고유진동수의 설계에 활용할 수 있는 것이다. 현재, 국내에서 도시형자기부상열차 실용화사업이 진행 중이며, 새로 건설되는 가이드웨이의 진동특성, 가이드웨이 처짐 및 불규칙도 수준을 결정하기 위해서는 가이드웨이 높이 편차에 따른 공극 응답 해석이 요구된다. 엄밀하게 실제 운행할 가이드웨이에서의 공극 응답을 예측하기 위해서는 다양한 원인으로 인한 가이드웨이의 높이 편차에 대한 공극 편차 주파수 응답을 해석할 필요가 있는 것이다. 이를 수행하기

* 한국기계연구원, e-엔지니어링연구센터, 회원

E-mail : hshan@kimm.re.kr

TEL : (042)868-7814 FAX : (042)868-7418

** 충남대학교 대학원

*** (주) 로템

위하여 우선, 가이드웨이 높이 편차 요인을 설명한다. 다음으로 가이드웨이 높이 편차에 대한 공극 편차 주파수 응답 전달함수를 정식화 한다. 정식화된 전달함수를 이용하여 주파수 응답 해석이 이루어진다. 마지막으로 해석 결과에 대한 분석이 이루어진다. 본 연구의 결과는 현재 진행 중인 도시형 자기부상열차 실용화사업에 응용하여 현가 시스템 및 가이드웨이 구조적 설계에 이용 가능할 것으로 기대한다.

2. 주파수 응답 해석

2.1 전자석 자기부상열차

전자석을 현가 시스템으로 이용하는 자기부상열차의 개념도 예를 그림1, 그림2에서 보여주고 있다. 전자석과 가이드웨이에 부착된 가이드레일 사이의 간극 즉 공극(air gap)을 일정하게 유지하도록 전압을 제어하여 차량을 지지한다.

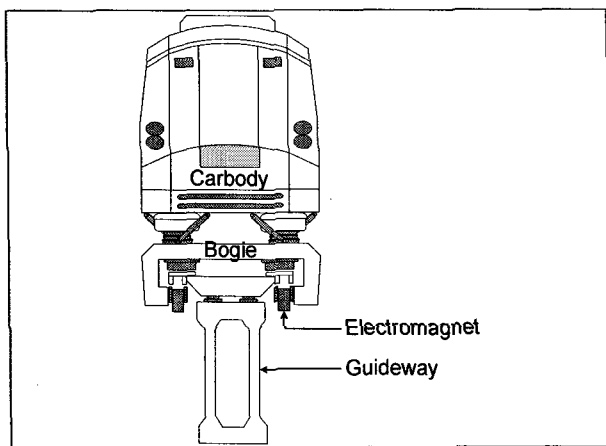


그림 1. Cross-sectional view of a Maglev vehicle system with electromagnetic suspension

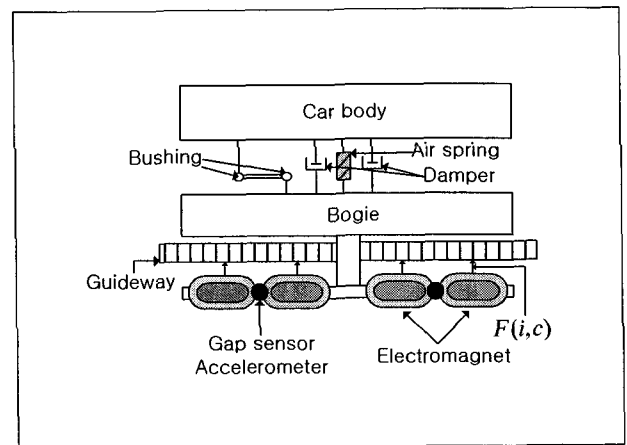


그림 2. Bogie

2.2 부상력

전자석에 의한 부상력 $F(i, c)$ 는 일반적으로 비선형 함수이나 평형 점 즉 공칭 점 (i_0, c_0) 에서의 선형화 모델이 자주 이용된다⁽⁴⁾. 평형 위치에서의 선형화에 따른 부상력과 전류의 변화량은 식(1), 식(2)와 같이 정의된다⁽⁴⁾.

$$\Delta F(\Delta i(t), \Delta c(t)) = -k_i \Delta i(t) + k_c \Delta c(t) \quad (1)$$

$$\Delta \dot{i}(t) = \frac{k_c}{k_i} \Delta \dot{c}(t) - \frac{R}{L_0} \Delta i(t) + \frac{1}{L_0} \Delta v(t) \quad (2)$$

여기서,

$$L_0 = \frac{\mu_0 N^2 A_c}{2c_0}$$

$$k_i = \frac{\mu_0 N^2 A_c i_0}{2c_0^2}$$

$$k_c = \frac{\mu_0 N^2 A_c i_0^2}{2c_0^3}$$

F : Levitation force

- A_e : Section area of electromagnet (m^2)
- μ_0 : Permeability factor
- N : Number of turn of magnet coil (turn)
- i_0 : Nominal current (A)
- c_0 : Nominal air gap (m)
- c : Air gap (m)
- v : Voltage (V)
- R : Resistance (Ω)

2.3 차량 모델

전자석 현가 시스템을 그림3, 그림 4에서와 같이 2개의 질량 시스템으로 표현하는 것이 전통적으로 유용하게 이용된다. 이러한 현가 시스템은 근본적으로 비선형 동역학 시스템이지만 선형 방정식이 유용하게 이용된다. 참고문헌 [4]의 선형화 기법을 이용한 이 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_1 \Delta \ddot{z}_1(t) = F(\Delta i(t), \Delta c(t)) + c_s (\Delta \dot{z}_2(t) - \Delta \dot{z}_1(t)) + k_s (\Delta z_2(t) - \Delta z_1(t)) \quad (3)$$

$$m_2 \Delta \ddot{z}_2(t) = -c_s (\Delta \dot{z}_2(t) - \Delta \dot{z}_1(t)) - k_s (\Delta z_2(t) - \Delta z_1(t)) \quad (4)$$

차량 운동방정식을 상태방정식 형태로 표현하기 위하여 식(1), (2), (3), (4)을 조합하면 식(5)을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{c}(t) \\ \Delta z_1(t) \\ \Delta \dot{z}_1(t) \\ \Delta z_2(t) \\ \Delta \dot{z}_2(t) \\ \Delta \dot{i}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_c}{m_1} & -\frac{k_s}{m_1} & -\frac{c_s}{m_1} & \frac{k_s}{m_1} & \frac{c_s}{m_1} & -\frac{k_i}{m_1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{k_s}{m_2} & \frac{c_s}{m_2} & -\frac{k_s}{m_2} & -\frac{c_s}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_c}{k_i} & 0 & 0 & -\frac{R}{L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta c(t) \\ \Delta z_1(t) \\ \Delta \dot{z}_1(t) \\ \Delta z_2(t) \\ \Delta \dot{z}_2(t) \\ \Delta i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_0} \end{bmatrix} [\Delta v(t)] + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{-k_c}{k_i} \end{bmatrix} [\Delta h_t(t)] \quad (5)$$

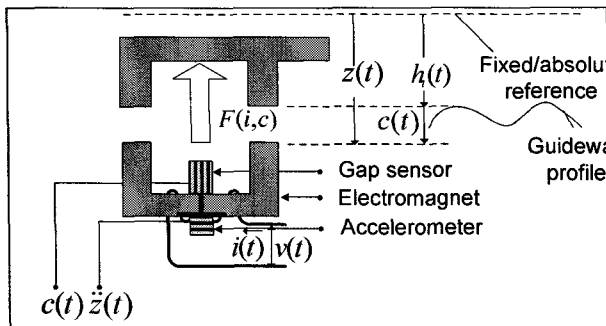


그림 3. Electromagnetic suspension

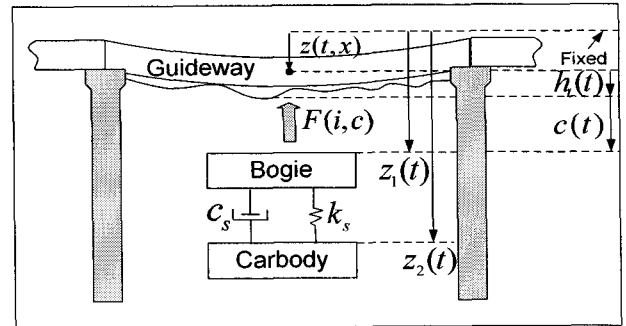


그림 4. Single-point suspension on a simply supported beam

2.4 부상 제어기

부상 공극 변화량 $\Delta c(t)$ 를 허용 범위내로 유지하기 위하여 UTM-02는 5개의 관측 상태변수를 이용한 전압 $\Delta v(t)$ 을 제어하는 방법을 이용한다. 즉 다음 식 (6)를 이용하여 식 (5)의 전압 $\Delta v(t)$ 를 결정한다.

$$\Delta v(t) = k_1 \ddot{\hat{z}}_1(t) + k_2 \dot{\Delta \hat{z}}_1(t) + k_3 \Delta \hat{z}(t) + k_4 \dot{\Delta \hat{c}}(t) + k_5 \Delta \hat{c}(t) \quad (6)$$

여기서,

$\ddot{\Delta \hat{z}}_1(t)$: Acceleration estimate

$\dot{\Delta \hat{z}}_1(t)$: Velocity estimate

$\Delta \hat{z}_1(t)$: Position estimate

$\dot{\Delta \hat{c}}(t)$: Air gap velocity estimate

$\Delta \hat{c}(t)$: Air gap estimate

k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 : Control gains

상태 반환에 이용되는 5개의 관측 상태 변수 즉, $\ddot{\Delta \hat{z}}_1(t), \dot{\Delta \hat{z}}_1(t), \Delta \hat{z}_1(t), \dot{\Delta \hat{c}}(t), \Delta \hat{c}(t)$ 는 다음 식(7), (8)과 같이 단지 실측 가속도 $\ddot{\Delta z}_1(t)$ 와 부상 공극 $\Delta c(t)$ 을 이용하는 관측기에 의하여 추정한다(8).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{o_1}(t) \\ \dot{x}_{o_2}(t) \\ \dot{x}_{o_3}(t) \\ \dot{x}_{o_4}(t) \\ \dot{x}_{o_5}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{T_3} & 0 & -\frac{1}{T_3} & 0 \\ -\frac{1}{T_1} - \frac{V_1}{T_1} & 0 & \frac{V_1}{T_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_2} - \frac{V_2}{T_2} & 0 & \frac{V_2}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{V_3}{T_4} - \frac{1}{T_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_5} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{o_1}(t) \\ x_{o_2}(t) \\ x_{o_3}(t) \\ x_{o_4}(t) \\ x_{o_5}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{T_{11}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_4} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{z}_1(t) \\ \Delta c(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\Delta \hat{z}}_1(t) \\ \dot{\Delta \hat{z}}_1(t) \\ \Delta \hat{z}_1(t) \\ \dot{\Delta \hat{c}}(t) \\ \Delta \hat{c}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -V_1 & 0 & V_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{o_1}(t) \\ x_{o_2}(t) \\ x_{o_3}(t) \\ x_{o_4}(t) \\ x_{o_5}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \ddot{z}_1(t) \\ \Delta c(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

5개의 관측 상태변수 반환 제어기에서의 핵심은 식(7)과 같은 상태 관측기 설계와 식(6)에서의 제어gain들의 최적 설계라고 할 수 있다.

2.5 연성 운동방정식

자기부상열차/가이드웨이 연성 운동방정식은 식 (5), (6), (7), (8)을 조합하여 유도하게 된다. 연성 운동방정식을 유도하기 위하여 상태변수 벡터를 식(9)와 같이 정의한다.

$$\mathbf{x} = [\Delta c, \Delta z_1, \dot{\Delta z}_1, \Delta z_2, \dot{\Delta z}_2, \Delta i, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T \quad (9)$$

출력을 $\mathbf{y} = [\Delta c]$ 로 정의하면 식 (10)과 같은 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta h_i(t) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{x} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,

A, B, C : Matrix

이 상태 방정식이 정식화되면 연성 운동방정식에 대한 동특성 해석이 가능하다.

3. 적용

3장에서 유도된 전자석 현가 시스템의 연성 운동방정식에 의한 전달함수를 이용하여 공극 편차 주파수 응답을 해석한다. 적용된 전자석 현가 시스템의 물성치는 도표1, 도표2와 같다. 도표1, 도표2의 물성치를 이용한 전달함수 $G(s)$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\Delta C(s) = G(s)\Delta H_t(s) \quad (11)$$

여기서,

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} : \text{Transfer function}$$

$\Delta C(s)$: Air gap

$\Delta H_t(s)$: Height variation

이 전달함수 $G(s)$ 를 이용한 Bode선도를 그림5에서 보여주고 있다. 그림5에서 가이드웨이 높이 편차 주파수가 높아질수록 공극 편차도 증가하는 것을 알 수 있다. 그림5과 같은 주파수 응답을 갖기 때문에 가이드웨이 높이 편차의 주파수는 낮을수록 공극 변동에 있어서 긍정적임을 알 수 있다. 약 60 Hz 이상에서는 1에 수렴하여 가이드웨이 높이 편차 입력이 바로 공극 편차 응답이 되는 것을 알 수 있다. 즉, 60 Hz 이상의 진동수에 대한 입력에 대하여는 추종하지 않는 것을 알 수 있다. 이러한 특성은 고속화를 위하여 요구되는 특성이다. 약 12 Hz에서는 피크 값을 나타내는 것을 알 수 있다. 좀 더 주파수 응답을 분석하기 위해서 대차와 차체의 가이드웨이 높이 편차에 따른 대차의 변위, 차체의 가속도 주파수 응답을 그림6, 그림7에서 보여주고 있다. 대차변위의 경우 1.5 Hz 까지 증가하였다가 감소하는 경향을 갖는다. 차체가속도의 경우 0.7 Hz 까지 증가하였다가 감소한다. 0.7 Hz는 차체의 고유진동수에 해당한다. 이와 같은 가이드웨이 높이 변동에 대한 공극 편차 주파수 응답 결과를 통하여 주행 중 가이드웨이 불규칙도, 정적 처짐 및 동적 상호작용에 의한 부상 공극 편차 응답을 예측하는데 활용할 수 있다. 부상 공극 편차를 제한하기 위한 가이드웨이 높이 편차 요인들의 주파수 및 진폭 특성에 대한 설계에 응용할 수 있다. 결과를 통하여 가이드웨이 높이 변동의 주파수는 낮을수록 좋은 것을 알 수 있다.

도표 1. Properties of the UTM-01

Item	Specification
Carbody mass (kg)	541.67
Bogie mass (kg)	425.25
Air spring stiffness (N/m)	23,000
Damping coefficient (Ns/m)	4,250

도표 2. Properties of the levitation control system

Item	Specification	Item	Specification	Item	Specification
μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	k_2	495	T_3	0.3439
N (Turn)	660	k_3	0	T_4	0.000242
A (m ²)	0.04	k_4	26,400	T_5	0.022
R (Ω)	1.6	k_5	49,500	V_1	1.43
c_0 (m)	0.01	k_6	49,500	V_2	1.1
i_0 (A)	20	T_1	0.22	V_3	0.22
k_1	33	T_2	0.011		

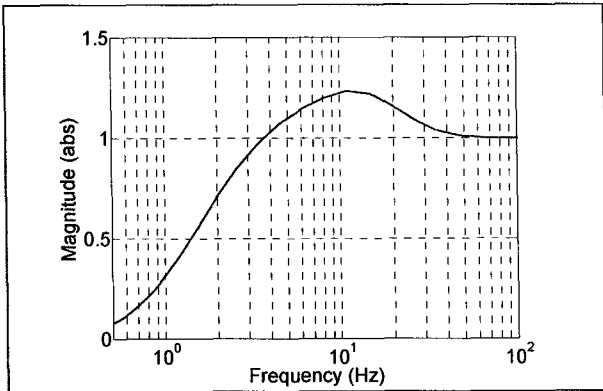


그림 5. Frequency responses of the air gap to deviations of height of the guideway.

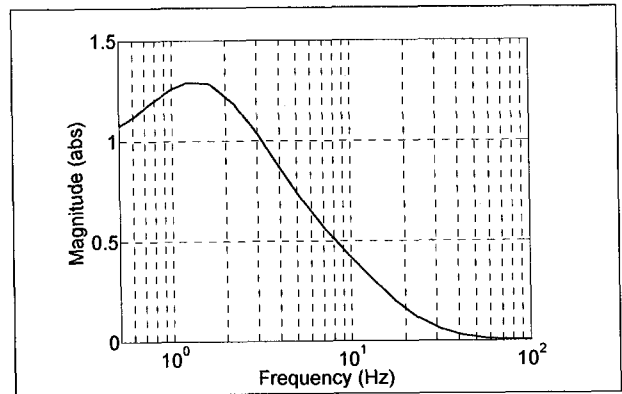


그림 6 Frequency responses of the bogie position to deviations of height of the guideway.

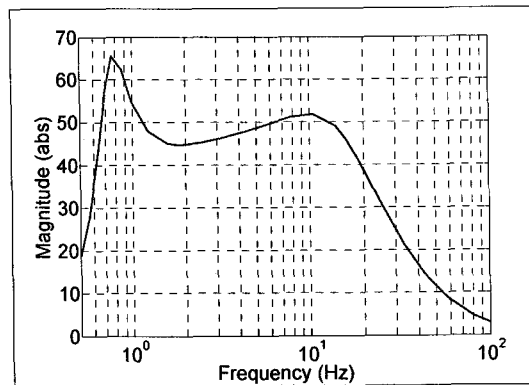


그림 7 Frequency responses of the carbody acceleration to deviations of height of the guideway.

4. 결론

전자석 현가 시스템의 가이드웨이 높이 편차에 따른 공극 편차 주파수 응답을 해석을 위한 운동 방정식을 유도하였다. 그 결과를 통하여 가이드웨이 높이 편차 주파수가 높아질수록 공극의 편차도 전반적으로 증가하는 것을 알 수 있었다. 약 12 Hz에서는 최대 공극 편차 응답을 보이기도 하였다. 본 논문의 결과는 적용하여 부상 공극 편차를 목표 범위 내로 유지하기 위한 차량 속도, 차량 중량, 가이드웨이 경간 길이, 가이드웨이 처짐량, 가이드웨이 고유 진동수를 결정하는데 활용할 수 있다.

감사의 글

본 연구는 건설교통부 도시형 자기부상열차 실용화 사업에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. Liu, Y., Sun, G., and Wei, R. (2006), "The developmental status and future prospects of Maglev technology," Maglev2006, Proceeding, Vol. I, September, pp.59-64.
2. Takahashi, M., Kwok, G., and Kubota, K. (2006), "Marketing strategy of the HSST system," Maglev2006, Proceeding, Vol. I, September, pp.53-57.
3. Han, H.S., Kim, Y.J., Shin, B.C., and Kim, B.H. (2006), "Simulation of dynamic interaction between Maglev and guideway using FEM," Maglev2006, Proceeding, Vol. II, September, pp.599-604.
4. Sinha, P.K. (1987), Electromagnetic suspension dynamics & control, Peter Peregrinus Ltd., London, United Kingdom.