

# 종파 분리 방법을 이용한 파동 관점의 능동 진동 제어

## Study on active vibration control based on wave viewpoint using the longitudinal wave separation method

정병보·박영진\*·박윤식\*

Byungbo Jung, Youngjin Park and Youn-sik Park

**Key Words :** active vibration control(능동 진동 제어), longitudinal wave(종파), wave separation(파동 분리)

### ABSTRACT

In this research, we investigated active vibration control based on wave-viewpoint using the longitudinal wave separation method. The control strategy is the one of active vibration control technique for generating vibration reduced zone and uses wave information including the directivity as the cost function. In order to get the wave information from the measured values, we proposed and examined the time-domain longitudinal wave separation method proper to real time application like active vibration control. Using the proposed method, we examine the performance and feasibility of active vibration control based wave view-point through the simulation. The related experimental verification and application is going to be expected in a near future.

### 기호설명

$y$	<i>longitudinal displacement</i>
$a$	<i>longitudinal acceleration</i>
$\varepsilon$	<i>axial strain</i>
$\dot{\varepsilon}$	<i>strain rate</i>
$c$	<i>phase velocity of longitudinal wave</i>
$\omega$	<i>angular velocity = <math>2\pi f</math></i>
$\gamma$	<i>propagation coefficient = <math>\omega/c</math></i>
$M$	<i>number of rightward waves</i>
$N$	<i>number of leftward waves</i>
$\phi$	<i>constants</i>

## 1. 서 론

산업기술과 첨단기술의 발전으로 구조물과 기계 장치들이 보다 정밀하고 고속화됨에 따라 진동은 내구성 및 성능 등의 저하에 큰 영향을 줄 뿐 아니라 사용자인 인간에게 피로와 불쾌감 등을 유발하는 요인으로 이를 줄이는 진동 제어에 관하여 관심이 증대되고 있다. 진동 제어에 관한 연구 중 능동 진동 제어 방법은 제어 대상에 진동 저감을 위해 에너지를 인가함으로써 우수한 성능의 진동 감쇠 성능을 기대할 수 있는

방법으로 근래의 진동 제어 연구의 주류를 이루고 있다. 이러한 능동 진동 제어에서 줄이고자 하는 대상이 되는 물리량을 목적 함수(cost function)라 한다. 기존의 모드(mode) 관점에서의 능동 진동 제어 방법의 경우 측정된 진동 물리량을 목적 함수로 사용함으로써 해당 위치의 진동 저감 효과를 얻을 수 있다. 그러나, 목적 함수의 선정이 어렵거나 또는 진동 저감을 원하는 대상이 광범위한 영역인 경우는 측정된 값을 사용할 경우 측정 위치의 진동 저감 성능은 기대할 수 있으나 제어의 목적인 대상 영역 전체의 진동 저감 성능은 보장할 수 없으며 경우에 따라 대상 영역의 진동량이 증가되는 경우도 발생하게 된다. 이러한 기존 능동 진동 제어의 단점을 보완하기 위하여 1980년대부터 진동 현상을 파동(wave)의 관점에서 해석하고 이를 이용하여 능동 진동 제어에 응용하는 연구가 시작 되었으며 현재 많은 연구가 진행 중이나 국내에서는 관련 연구가 미비한 상태이다.

파동 관점의 진동 제어는 기존의 진동 현상을 다수 모드(mode)의 합으로 해석하여(1) 제어하는 방법과는 달리 진동을 방향성을 가진 파동 전달의 현상으로 해석하고 이를 적용하여 원하는 영역의 진동량을 저감하는 제어 방법이다(2).

이러한 파동 관점의 진동 제어 방법을 이용할 경우 그림 1-1 와 같이 전달 경로 등에 능동 진동 제어 장치를 설치하여 진동원에서 대상체로 전달되는 진동 에너지의 흐름만을 선택적으로 차단하여 대상물 또는 대상 영역 전체의 진동 수준을 줄이는 효과를 기대할 수 있다. 즉, 앞서

† B. Jung; 한국과학기술원 기계공학과  
E-mail : bbjung22@kaist.ac.kr  
Tel : (042) 869-3076, Fax : (042) 869-8220

\* 한국과학기술원 기계공학과

언급한 기존의 특정 위치에서 측정 값을 목적 함수로 이용하는 경우 진동 현상이 줄어든 위치를 만들 수 있으나 방향성을 가진 진동 현상인 파동을 목적 함수로 하는 경우는 진동 현상이 줄어든 영역을 생성 할 수 있는 장점을 가진다(3).

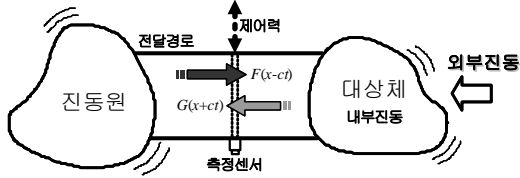


그림 1. 전달 경로 상에서 파동 관점 제어

이와 같은 파동 관점의 능동 진동 제어를 위해서는 측정 위치에서 각 방향으로 전달되는 파동을 분리하기 위한 방법이 수반되어야 한다.

따라서, 본 연구에서는 파동 관점의 능동 진동 제어 방법의 성능과 가능성을 타진하기 위하여 실시간 응용 분야에 적합한 종파 분리 기술을 적용하여 일차원 전달 경로 상의 종파를 대상으로 하는 모의 실험을 수행하여 이를 검증한다.

## 2. 종파 분리

본 장에서는 측정된 진동량에서 파동 관점의 진동 제어의 목적 함수로 사용될 방향성을 가진 가속도 종파를 분리하는 종파 분리 방법에 관하여 간단히 소개한다.

### 2.1 단일 위치 측정을 이용한 시간 영역에서의 종파 분리

아래의 그림 1.2 와 같이 1 차원 전달 경로상의 임의의 측정 위치를 중심으로 좌우에 진동원이 존재하는 일차원 전달 경로를 고려하자. 전달 경로는 일직선에 일정한 단면을 가지고 있으며 전체 경로 상에 종파 현상이 주로 발생한다고 가정한다. 또한 사용 주파수 대역을 10kHz 이하로 가정할 경우 다음과 같이 임의의 한 위치  $x=l$  에서 측정되는 변위는 식 (1)와 같이 일정한 전달 속도를 가진 좌우 방향으로 전달되는 종파들의 합으로 나타낼 수 있다.

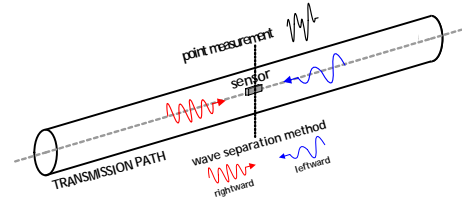


그림 2. 1차원 전달 경로 상의 종파 분리  
순방향(downstream)은 오른쪽, 역방향(upstream)은 왼쪽으로 진행되는 방향을 의미한다.

$$y(x,t) = (\text{downstream wave}) + (\text{upstream wave}) \\ = \sum_{m=1}^M f_m(\gamma_m l - \omega_m t + \phi_m) + \sum_{n=1}^N g_n(\gamma_n l + \omega_n t + \phi_n) \quad (1)$$

부호는 압축과 우측으로 진행되는 것을 양의 값으로 정의한다. 식 (1)에서의 변위값에서 가속도와 스트레인 값을 시간에 관하여 일차 미분한 스트레인 비값을 구하면 식 (2)와 같다.

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = \sum_{m=1}^M \left[ \omega_m^2 \cdot \dot{f}_m(\gamma_m l - \omega_m t + \phi_m) + \sum_{n=1}^N \omega_n^2 \cdot \ddot{g}_n(\gamma_n l + \omega_n t + \phi_n) \right] \\ \dot{\epsilon} = \frac{d^2 y}{dt dx} = \sum_{m=1}^M \left[ (-\omega_m \gamma_m) \cdot \dot{f}_m(\gamma_m l - \omega_m t + \phi_m) + \sum_{n=1}^N (\omega_n \gamma_n) \cdot \ddot{g}_n(\gamma_n l + \omega_n t + \phi_n) \right] \quad (2)$$

식 (2)의 두 시간 영역에서 물리량을 이용하여 아래와 같은 간단한 연산을 통하여 각 방향으로 진행되는 가속도 종파를 분리 할 수 있다.

$$\text{rightward accel.} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{d^2 y}{dt^2} - c_n \frac{d^2 y}{dx dt} \right\} \\ = \sum_{m=1}^M \omega_m^2 \cdot \ddot{f}_m(\gamma l - \omega_m t + \phi_m) \\ \text{leftward accel.} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{d^2 y}{dt^2} + c_n \frac{d^2 y}{dx dt} \right\} \\ = \sum_{n=1}^N \omega_n^2 \cdot \ddot{g}_n(\gamma l + \omega_n t + \phi_n) \quad (3)$$

위 식 (3)에서 제안된 시간 영역에서의 가속도 종파 분리 방법은 사용 주파수 대역의 제한으로 고주파 영역에서의 정확도는 다소 떨어지나 타 방법에 비하여 단일 위치의 측정값을 이용함으로써 위치 제약 없이 사용 가능할 뿐 아니라 측정된 값을 시간 영역에서 해석함으로써 분리에 필요한 계산량을 현저히 줄여 간단히 다양한 분야로의 적용

이 기대된다. 이러한 시간 영역에서의 가속도 종파 분리 방법은 모의 실험과 실험을 통하여 그 적용 가능성과 성능을 검증하였으며(4) 본 논문의 능동 진동 제어의 모의 실험에 사용하였다.

### 3. 파동 관점의 능동 진동 제어

파동 관점의 능동 진동 제어의 성능과 그 가능성을 고찰하기 위하여 본 연구에서는 일차원 전달 경로상에서 측정된 가속도 값을 목적 함수로 하는 기존의 모드 관점의 능동 진동 제어 방법과 각 방향으로 전달되는 가속도 종파를 목적 함수로 하는 진동 제어를 모의 실험을 통하여 비교하고 각 방법의 특징을 확인한다.

#### 3.1 모드 및 파동 관점의 능동 진동 제어

그림 3 과 같은 이상적인 무한 봉을 고려하자. 봉의 반지름은 길이에 비해 충분히 작으며 전체 전달 경로 상에는 봉의 길이 방향으로의 종파만 존재하며 이는 파동 현상에서 발생하는 비선형 효과와 감쇠 효과는 고려하지 않은 이상적인 고전 파동 방정식을 따른다.

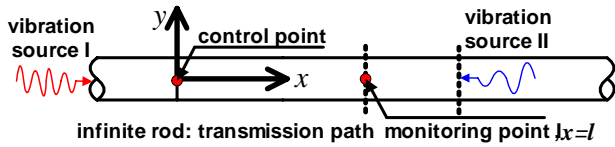


그림 3. 제어 대상 : 1 차원 전달 경로

제어 위치의 단면의 중심을 원점, 봉의 길이 방향과 반지름 방향을 각각  $x, y$  축으로 하며 제어 위치와 진동원 II 사이의 임의의 관찰 위치 I ( $x=l$ )을 그림 3 과 같이 정의한다.

진동원 I, II 에서 단일 가진 주파수를 가진 조화 함수 형태로 가진하는 경우 제어 위치에서의 진동 가속도  $Y_{x=0}$  은 식 (4)와 같이 각 방향의 종파의 합으로 나타낼 수 있다.

$$Y_{x=0} = (\text{vibration source I}) + (\text{vibration source II}) \quad (4)$$

$$= A_I \cdot \sin(\omega_I t + \phi_I) + A_{II} \cdot \sin(\omega_{II} t + \phi_{II})$$

모드 관점의 진동 제어 방법의 경우 식 (4)의  $Y_{x=0}$  의 반대 위상을 제어기 출력으로 사용함으로써 제어 위치에서의 해당 진동 현상을 줄이며 각 방향으로 진행하게 된다. 이와 같은 경우 관측 위

치 I 에서 나타나는 진동 현상은 각 진동원에서의 진동 현상들과 제어기에서 발생한 제어력의 합으로 나타낼 수 있으며 이는 다음 식 (5)과 같다.

$$Y_{x=l, mode} = -A_{II} \cdot \sin(\omega_{II} t + \phi_{II}) + A_{II} \cdot \sin\left(\omega_{II} \left(t + \frac{2l}{c}\right) + \phi_{II}\right) \quad (5)$$

$$= 2A_{II} \cdot \sin\left(\frac{l\omega_{II}}{c}\right) \cdot \cos\left(\omega_{II} t + \phi_{II} + \frac{l\omega_{II}}{c}\right)$$

위 식과 같이  $x=l$  에서의 제어 결과 진동량은  $\sin\left(\frac{l\omega_{II}}{c}\right)$  의 값에 따라서 진동원 II 의 진동 파워보다 더 커지는 경우가 발생한다. 즉, 진동원의 가진 주파수와 측정 위치에 의한 값인  $\frac{l\omega_{II}}{c}$  의 값에 따라 제어 위치를 제외한 다른 영역에서의 진동 파워가 변하는 것을 알 수 있다.

이와 달리 방향성을 가진 파동을 목적 함수로 사용하는 파동 관점의 진동 제어의 경우 진동원 I 또는 II 의 성분만을 선택적으로 목적 함수로 사용하게 된다. 진동원 I 의 성분을 목적 함수로 사용하는 경우 제어기 출력으로 진동원 I 에 의한 가속도의 반대 부호의 값을 사용한다. 이 같은 경우 관측 위치 I 에서의 진동량은 아래의 식 (6)과 같이 위치와 가진 주파수에 관계 없이 진동원 II 의 성분만 남게 된다.

$$Y_{x=l, wave} = A_{II} \cdot \sin\left(\omega_{II} \left(t + \frac{2l}{c}\right) + \phi_{II}\right) \quad (6)$$

따라서 제어의 의한 결과 진동원 II 와 동일한 진동 파워만이 남게 된다.

위의 두 제어 방법에서 알 수 있듯 진동원 II 의 가진 주파수 및 제어 위치와 대상 영역 사이의 거리에 따라 모드 관점의 진동 제어 방법은 제어로 인하여 대상 영역에 더 증가된 진동 현상을 유발할 수 있다. 즉, 모드 관점의 제어는 식 (5)에

서  $\frac{1}{2} \leq \left| \sin\left(\frac{l\omega_{II}}{c}\right) \right| \leq 1$  인 경우 파동 관점의 진동 제어보다 진동 저감 성능이 저하되는 것을 알 수 있다. 이러한 조건을 정해진 대상 영역까지의 길이를 고정하고 파동 관점의 진동 제어가 더 우수한 성능을 가지는 가진 주파수의 구간을 구해보면 식 (7)과 같다.

$$\left(n + \frac{1}{12}\right) \frac{c}{l} < f_n < \left(n + \frac{5}{12}\right) \frac{c}{l},$$

$$\left(n + \frac{7}{12}\right) \frac{c}{l} < f_n < \left(n + \frac{11}{12}\right) \frac{c}{l}$$

where  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

따라서 제어의 목적이 특정 위치나 강체의 진동을 줄이는 경우가 아닌 대상 영역 전체의 진동을 줄이고자 하는 경우는 대상 영역의 위치와 가진 주파수의 범위에 따라 파동 관점의 진동 제어 방법이 우수한 진동 저감 성능을 나타냄을 알 수 있다.

### 3.2 무한 봉에서의 모의 실험

그림 4 와 같이 일정한 단면을 가진 철로 된 무한히 긴 봉을 고려하자. 3.1 절과 같이 축을 정하고 원점의 제어 위치를 기준으로 그림과 같이 양쪽의 주어진 위치에 이상적인 진동원 I, II 이 존재하며 제어 결과를 확인하기 위한 관측 위치 I, II 의 위치를 제어기와 진동원 II 사이의 위치와 진동원 II 의 오른쪽 영역의 임의의 위치에 각각 정한다.

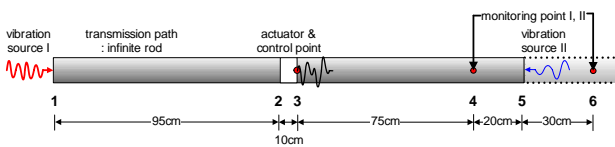


그림 4. 모의 실험 대상 I : 무한 봉

봉의 반지름은 길이에 비하여 충분히 작으며 각 진동원 I, II 는 전달 경로상에 비선형 효과와 감쇠 효과 등을 고려하지 않은 고전 파동 방정식을 따르는 이상적 종파만으로 형성한다. 제어 위치에는 2 장에서 소개한 가속도 종파의 분리를 위하여 동일 위치에 가속도와 스트레인 비값을 계산하며 관측 위치 I, II 의 위치는 제어 결과를 관찰하기 위하여 가속도값만을 고려하였다. 모든 값들은 봉의 길이 방향의 진동량을 나타낸다. 진동 제어를 위한 제어기는 동일한 단면적을 가진 스테인리스 철로 된 일정 길이를 가지는 것으로 가정하고 무한 봉 사이에 그림 4 과 같이 위치하며 각 봉과의 불연속면에서의 투과 및 반사 효과를 고려하였다. 전체 시스템의 상세 크기와 각 위치간의 거리는 그림 4 와 같으며 이를 이용한 봉과 제어기 사이의 투과 및 반사 계수는 표 1 와 같은 값을 가진다.

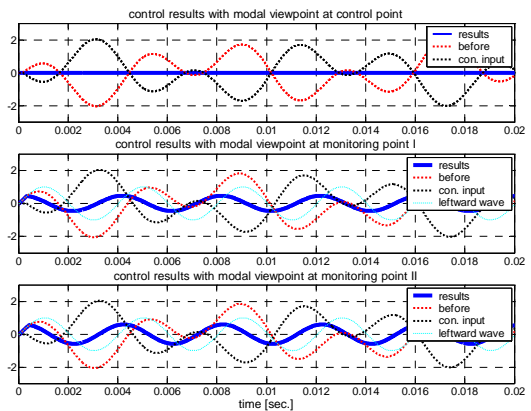
	제어기→전달경로	전달경로→제어기
투과계수	1.0783	0.9217
반사계수	0.0783	-0.0783

표 1. 투과 및 반사 계수

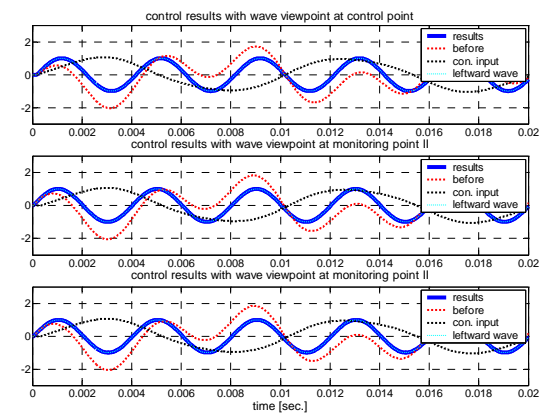
이상의 가정을 바탕으로 식 (7)에서 제시한 파동 관점의 제어가 우수한 최소의 주파수 영역을 계산해보면  $567\text{Hz} < f < 2237\text{Hz}$  정도임을 알 수 있다.

먼저 진동원 I, II 에서 각각 100Hz 와 250Hz 의 가진 주파수를 가진 진동원이 있는 경우 모드 및 파동 관점의 능동 진동 제어 결과를 모의 실험을 통하여 그림 5 와 같이 그 결과를 구하였다.

그림 5(a)와 (b)의 그림에서 첫번째 결과는 제어 위치, 두번째 결과는 관측 위치 I, 세번째 결과는 관측 위치 II 에서의 모의 실험 결과를 나타내며 점선이 제어 전의 해당 위치의 가속도와 제어 입력, 실선이 제어 후 각 위치의 가속도이다.



(a) 모드 관점의 진동 제어

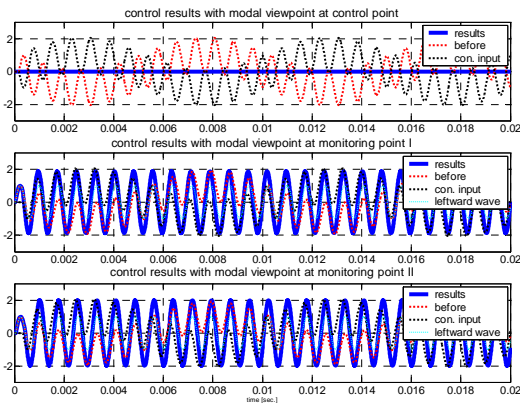


(b) 파동 관점의 진동 제어

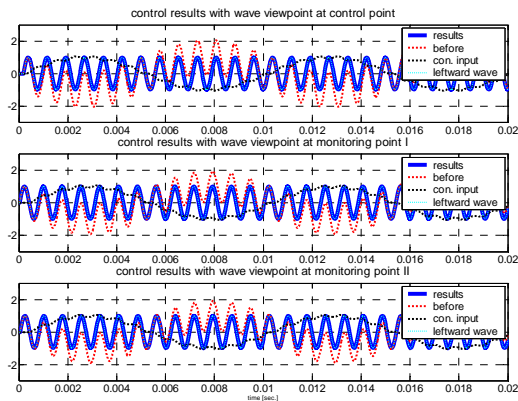
그림 5. 모의 실험 I 의 결과 : ( $f_n = 250\text{Hz}$ )

그림 5.(a)의 이상적인 모드 관점의 제어 결과에서 제어 위치에서의 진동량을 0 으로 만드는 것을 알 수 있으며 관측 위치 I, II 에서도 파동 관점의 제어보다 우수한 성능을 보임을 알 수 있다. 파동 관점의 제어의 경우 제어 위치와 관측 위치에 관계없이 모든 영역에서 목적 함수에 해당하는 진동원 I 의 성분을 제거하여 진동원 II 의 성분만이 남아 있는 것을 확인 수 있다. 동일한 모의 실험을 진동원 I 의 가진 주파수는 동일하고 진동원 II 의 가진 주파수를 1300Hz 로 한 경우 각 진동 제어 방법의 결과를 구하였다. (그림 6 참고)

그림 6 의 결과에서 진동원 II 의 가진 주파수가 1300Hz 로 파동 관점의 진동 제어의 성능이 더 우수한 영역으로 모의 실험 결과를 통하여 동일한 결과를 얻을 수 있다.



(a) 모드 관점의 진동 제어



(b) 파동 관점의 진동 제어

그림 6. 모의 실험 I 의 결과 : ( $f_H = 1300\text{Hz}$ )

즉, 그림 6.(a)의 경우 진동 위치의 진동량은 0 으로 줄일 수 있으나 나머지 관측 위치 I, II 의

진동량은 제어 전보다 증가된 것을 알 수 있다. 그림 6.(b)의 파동 관점의 제어의 경우 위치에 관계없이 동일한 진동 저감 성능을 보이며 제어 결과 진동원 I 의 성분만을 제거하는 것을 확인할 수 있다.

앞의 두 모의 실험 결과를 표 2 에서 정리하였다. 제어 전의 각 위치에서의 진동량의 RMS 값은 1.03 이다.

Simulation I		control point	monitor point I	monitor point II
Simulation NO.				
#1	MODE	0.00	0.33	0.41
	250Hz	WAVE	0.71	0.71
#2	MODE	0.00	1.32	1.40
	1300Hz	WAVE	0.71	0.71

표 2. 모의 실험 I 의 결과

표 2 의 결과에서와 같이 관측 지점의 위치와 진동원 II 의 가진 주파수 값에 관계없이 파동 관점의 진동 제어는 일정한 진동 저감 성능을 보여주며 진동 저감 영역을 형성하는 것을 확인할 수 있다.

### 3.3 반무한 봉에서의 모의 실험

본 절에서는 진동원 II 를 제거하고 자유단의 경계 조건을 가지는 반무한 봉에서 3.2 절과 동일한 가정하에서 모의 실험을 수행하고 그 결과를 고찰하였다. 자유단의 경계면에서 생성되는 반사파를 고려하였으며 진동원 I 의 왼쪽 영역에서는 반사가 없다고 가정한다. 각 관측 위치 I, II 의 위치는 그림 7 과 같다.

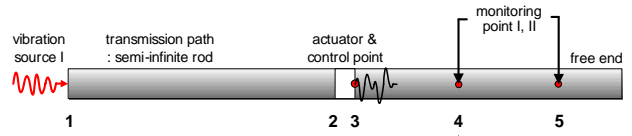
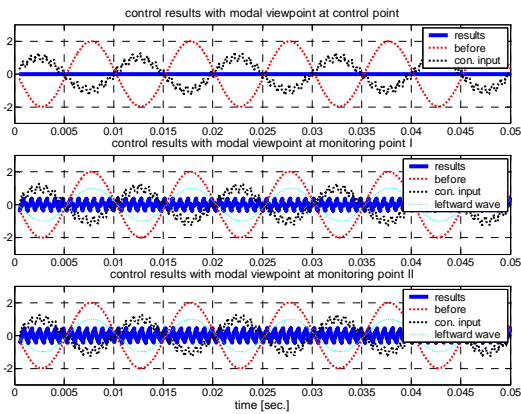
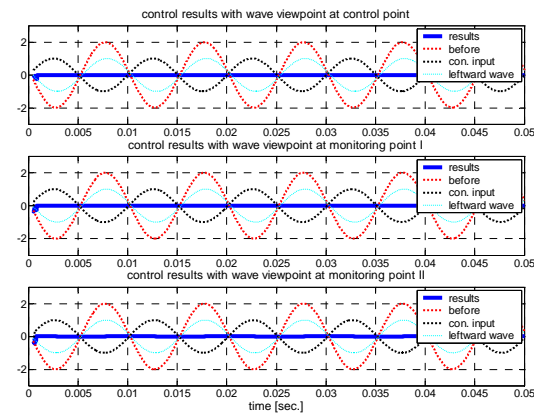


그림 7. 모의 실험 대상 II : 반무한 봉

위와 같은 조건에서 진동원 I 에서 100Hz 의 가진 주파수를 가진 조화 함수 형태로 가진 경우 각 진동 제어 방법의 모의 실험 결과는 그림 8 과 같다.



(a) 모드 관점의 진동 제어



(b) 파동 관점의 진동 제어

그림 8. 모의 실험 II의 결과

그림 8.(a)의 결과는 그림 6.(a)와 유사한 결과를 보이며 파동 관점의 진동 제어의 경우인 그림 8.(b)의 경우는 모든 측정 위치에서의 진동량이 0에 가까운 값을 나타내는 것을 확인할 수 있다. 이는 파동 관점의 진동 제어 방법이 제어 위치를 통과하여 오른쪽으로 진행되는 성분을 제어함으로써 자유단으로의 입사파가 제거되어 이로 인한 반사파의 성분까지 모두 줄어든 결과를 보이게 된다.

모의 실험 II의 결과의 각 위치에서의 가속도량의 RMS 값은 표 3과 같다.

Simulation II		control point	monitor point I	monitor point II
#1 100Hz	MODE	0.00	0.17	0.26
	WAVE	0.02	0.02	0.02

표 3. 모의 실험 II의 결과

모의 실험 결과를 통하여 파동 관점의 능동 진

동 제어가 진동 저감 영역을 만들 수 있는 성능을 확인할 수 있으며 제어기 및 대상 영역의 위치와 가진 주파수에 따라 모드 관점의 진동 제어에 비하여 우수한 진동 저감 성능을 나타내는 것을 알 수 있다.

#### 4. 결론

파동 관점의 능동 진동 제어는 측정값에서 구한 방향성을 가진 각 파동을 목적 함수로 사용함으로써 대상 영역 전체의 진동 저감 효과를 기대할 수 있는 방법으로 본 연구에서는 그 가능성과 성능을 모의 실험을 통하여 검증하였다. 이를 위하여 실시간 응용에 적합한 일차원 전달 경로 상에서 각 방향으로 전달되는 가속도 종파 성분을 분리하는 방법을 제안하고 이를 이용하여 파동 관점의 진동 제어의 모의 실험을 수행하고 결과를 모드 관점의 제어 결과와 비교하였다. 모의 실험 결과 가진 주파수와 대상 영역의 위치에 따라 진동 저감 효과를 보장하지 못하는 모드 관점의 진동 제어와는 달리 파동 관점의 진동 제어는 대상 영역의 임의의 위치에서 모두 일정한 진동 저감 성능을 보여줌을 확인하였다. 향후 실험적 검증과 이를 적용한 응용 사례의 연구가 기대된다.

#### 참고문헌

- (1) Meirovitch, L., 1989, "Dynamics and Control of Structures", John Wiley & Sons.
- (2) B.R. Mace, 1987, "Active control of flexural vibrations", Journal of Sound and Vibration, Vol. 114, No. 2, pp. 253~270
- (3) C. Mei, 2002, The Analysis and Control of Longitudinal Vibrations from Wave Viewpoint, Journal of Vibration and Acoustic, Vol. 124, pp 645~649
- (4) Byungbo Jung, 2006, "Longitudinal acceleration wave decomposition in time domain with single point axial strain and acceleration measurements", the 8<sup>th</sup> International Conference on Motion and Vibration Control, Taejeon, Korea