韓國數學敎育學會
<全國數學敎育研究大會 프로시딩>
제 37회. 2006. 10. 119-128

Korea Soc. Math. Ed.
Proceedings of National Meeting of Math. Ed.
The 37th. Oct. 2006. 119-128

합동변환을 이용한 평면도형의 문제해결 방법 탐구

윤 대 원 (경상대학교)
김 동 근 (청구고등학교)

I. 서 론

제7차 수학과 교육 과정(교육부, 1998)은 기본 방향을 '수학적 힘'의 신장이다. '수학적 힘'에는 추론하는 능력, 문제해결력, 수학적 아이디어의 표현 및 교환 하는 능력 등이 포함된다고 볼 수 있으며, 이를 신장시키는 영역이 중학교의 기하영역이라고 볼 수 있다. 무엇보다 도형의 문제해결에 있어 적절한 보조선을 그어야 문제가 해결하는 경우가 많다. 특히, 각의 이등분선이나 수직이등분선이 되도록 종이를 접거나 종이로 만든 도형을 임의의 위치로 이동하거나 뒤집거나 자르거나 겹쳐 보는 활동을 한 후, 접힌 선이나 옮겨진 도형을 일종의 보조선으로 생각하여 문제를 해결할 수 있다. 예를 들어, 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 증명하기 위해 두 등변이 겹치도록 접었을 때 접히는 선은 보조선이고, 이 보조선이 곧 대칭축이 됨을 이용하여 증명할 수 있다.

이처럼 임재훈·박경미(2002)는 '보조선 지도법 연구'에서 정의와 공리와 잘 알려진 성질을 이용할 수 있도록 보조선을 긋는다라고 언급하고 있다. 이때 자주 이용되는 보조선으로는 두 점을 이은 선분, 각의 이등분선, 변의 수직이등분선, 대각선, 한 선분에 평행한 직선 등과 같은 보조선이 있다고 볼 수 있다. 또한, '유추를 이용한 삼각형의 각의 이등분선 성질 탐구'에서 한인기(2002)는 다양한 유형의 보조선을 이용한 방법으로 삼각형의 내각의 이등분선의 성질과 외각의 이등분선의 성질을 증명하였다. 증명과정에서 사용된 보조선으로는 각의 이등분선의 양끝점을 지나 삼각형의 다른 변에 평행한 보조선, 삼각형의 각 꼭지점을 지나 대변에 평행한 보조선, 삼각형의 한 꼭지점을 지나 각의 이등분선에 평행한 보조선, 넓이와 사인을 이용한 방법들이 있다.

하지만, 신현용·한인기·이경언(2002)은 '다양한 보조선을 이용한 문제 풀이'에서 중학교 수학 교과서를 보면 보조선을 그려서 해결하는 문제가 많이 제시 되어 있으나, 정형화된 하나의 보조선만을 제시하고 있으며, 이러한 풀이는 학생들에게 다양한 탐구의 기회를 제공하지 못하고 있다고 지적하였다. 위 연구에서 지적하였듯이, 문제를 해결하는데 있어 정형화된 하나의 보조선만을 제시할 것이 아니라 문제에서 요구되는 여러 가지 관계를 동시에 고려하면서 모든 부분에 재결합되고 조건을 전체적으로 생각할 수 있도록 보조선을 그어 문제를 해결할 수 있다는 것을 학생들에게 제시할 필요가 있다.

따라서, 본 연구에서는 정형적인 하나의 보조선을 그어서는 다양한 수학적 탐구 기회를 제공하지 못 하므로 평면도형에서 보조선을 그어 문제를 해결하는데 있어 문제에서 주어진 조건과 요소들을

동시에 고려함으로써 학생들의 문제해결력 신장과 수학적 탐구 능력의 향상을 위해 점, 선분, 도형을 평행이동, 대칭이동, 회전이동 시키는 합동변환(congruent transformation)을 보조선으로 이용하여 각각의 변환들에 대한 기하문제의 새로운 문제해결 방법을 제시하고자 한다.

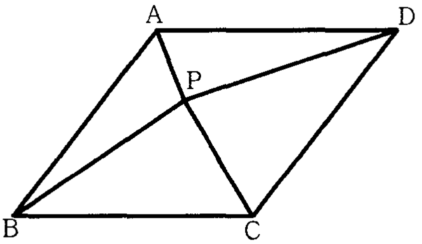
Ⅱ. 합동변환을 이용한 평면도형에서의 문제해결

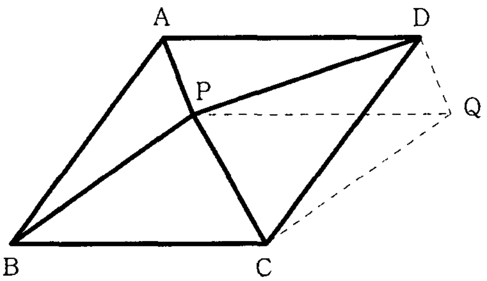
1. 평행이동을 이용

O, O′가 평면상에서 2개의 정점일 때, 평면상의 모든 점 X에 대하여 OO′와 XX′가 평행이고 합동인 점 X′에 대응시키는 것을 점 X를 점 X′에 옮긴다고 하고, 이 대응을 평행이동이라고 한다.

다음은 평면도형에 관한 문제에서 평행이동을 보조선으로 이용한 문제해결 방법을 생각해 보자.

문제1-1. 그림에서 점 P는 평행사변형 ABCD의 내부에 있는 점이며 ∠BAP=∠PCB이다. ∠ABP=∠PDA임을 증명하여라.[1]





[풀이] 위 그림과 같이 삼각형 PAB를 $\overline{AD}$ 방향으로 평행이동 시켜 얻은 삼각형이 QDC가 되도록 보조선을 긋고 다시 P와 Q를 연결하는 보조선을 긋는다.

그러면 ∠QDC=∠PAB, ∠QCD=∠PBA이고 $\overline{PQ} // \overline{AD} // \overline{BC}$

∴ ∠QPC=∠PCB(엇각), ∠QPD=∠PDA(엇각)

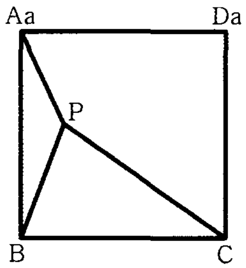
또한, ∠PAB=∠PCB이므로 ∠QDC=∠PAB=∠PCB=∠QPC

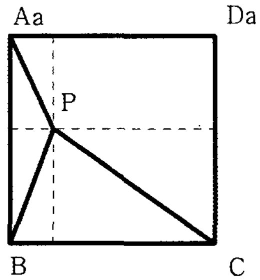
1) 남승인 · 한인기 (1999). 중학생 수학올림피아드3 예상문제집, 대교출판. p.120

따라서, 네 점 Q, D, P, C는 한 원 위의 점이므로 $\angle QPD = \angle QCD$
따라서, $\angle ABP = \angle PDA$ ■

위의 문제를 풀기 위해 언뜻봐서는 사각형의 내부에 있는 한 점 P를 지나고 각 변에 평행인 선분을 보조선으로 그으면 문제가 쉽게 해결 될 수 있을 것 같지만 사실은 그렇지 않다. 그렇다면 어떤 방향으로 보조선을 그을 생각을 해 나가야 할까? 평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행인 사각형이므로 동위각이나 엇각을 이용함과 동시에 가정과 결론에서 주어진 각들은 분산되어 있으므로 서로 연결시킬 수 있도록 보조선을 그으려고 시도해야 한다. 따라서 이러한 조건들을 전체적으로 생각하면서 특히, $\angle BAP = \angle PCB$이고 $\angle ABP = \angle PDA$가 연결될 수 있도록 보조선을 그을려고 생각해 보면 위의 그림과 같이 삼각형 PAB를 $\overline{AD}$ 방향으로 평행이동 시켜 얻은 삼각형이 QDC가 되도록 보조선을 긋고 다시 P와 Q를 연결하는 보조선을 그을 수 있다. 이와 같은 보조선을 그으면 사각형 APQD와 사각형 PBCQ는 평행사변형이 된다. 따라서, 주어진 조건에서 $\angle BAP = \angle PCB$이라고 했고 $\angle PCB = \angle QPC$(엇각)이므로 점 Q, D, P, C는 한 원 위의 점이므로 $\angle QPD = \angle QCD$(원주각)이 된다.

문제1-2. 점 P는 정사각형 ABCD의 내부에 있는 점이고 $\overline{PA} = 1$, $\overline{PB} = 2$, $\overline{PC} = 3$이다. 이 때, 정사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.[2)]





[풀이] 위 그림과 같이 점 P를 지나도록 변 AB와 변 AD를 평행이동 시켜 보조선을 그린다. 그러면 4개의 직사각형으로 나눠진다. 여기서, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x라 하고, 대각선이 PB가 되는 한 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 y, z라 하면 $1^2 = (x-z)^2 + y^2 \cdots\cdots ①$,

2) 위유덕(중국사천대학), 최승범 옮김(2006). 올림피아드 수학의 지름길 중급-상, 세화출판사. p.237

$2^2 = z^2 + y^2$……②, $3^2 = (x-y)^2 + z^2$……③이라 하자.
그러면 ①−②를 하면 $2xz = x^2+3$……④이라 하자. ②−③를 하면 $2xy = x^2-5$……⑤이라 하자. 그러면 $④^2 + ⑤^2$를 하면 $4x^2(z^2+y^2) = 2x^4 - 4x^2 + 34$이다. 이 식을 정리하면 $x^4 - 10x^2 + 17 = 0$이 된다. 따라서, 정사각형 ABCD= $x^2 = 5+2\sqrt{2}$이다 ■

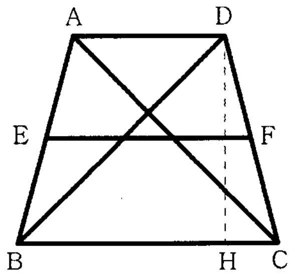
현재 상태에서 바로 정사각형 ABCD의 넓이를 구하는 것은 어렵다. 정사각형은 네 각의 크기가 모두 직각이고 네 변의 길이가 모두 같음을 이용함과 동시에 $\overline{PA}=1$, $\overline{PB}=2$, $\overline{PC}=3$을 이용하여 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있게끔 보조선을 그리려고 노력해봐야 한다. 그렇다면 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있도록 '직각'을 이용함과 동시에 세 변 PA, PB, PC의 길이를 이용할 수 있도록 보조선을 긋도록 노력해야 한다. 이러한 방향으로 생각해 보면 정사각형 내부에 있는 점 P를 지나도록 변 AB와 변 AD를 평행이동 시켜 보조선을 그린다. 그러면 4개의 직사각형으로 나눌 수 있다. 세 변 PA, PB, PC는 직사각형의 대각선이 되므로 피타고라스의 정리를 이용하여 문제를 해결 할 수 있다.

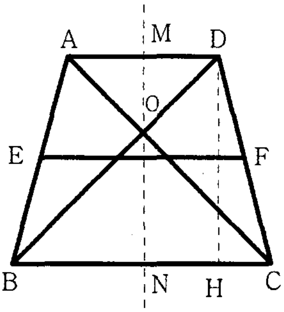
2. 대칭이동을 이용

직선 l이 주어져 있을 때, 점 P에 대하여 PP′의 수직이등분선이 l이 되는 점 P′을 대응한다. 이러한 대응을 대칭이동이라고 한다. 이때 이 직선 대칭축이다.

다음은 평면도형에 관한 문제에서 대칭이동을 보조선으로 이용한 문제해결 방법을 생각해 보자.

문제2-1. 임의의 등변사다리꼴의 대각선이 서로 수직이며 등변의 중점을 연결한 선분의 길이 $\overline{EF}$와 등변사다리꼴의 높이 $\overline{DH}$가 서로 같음을 증명하여라.[3)]

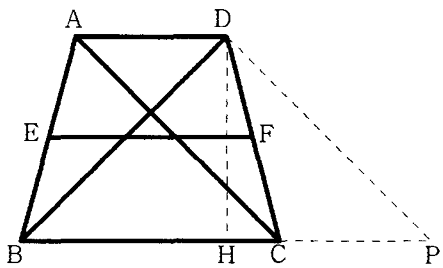




[풀이] $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점을 각각 M, N이라 하고 이를 연결한 직선 $\overline{MN}$을 긋는다. 그러면 등변사다리꼴 ABCD는 직선 MN에 관한 선대칭도형이 되고 $\overline{MN}$은 대칭축이다. 따라서, O는 $\overline{MN}$ 위에 있으며, $\overline{OA}=\overline{OD}$, $\overline{OB}=\overline{OC}$, $\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{BN}=\overline{CN}$이다. 그리고 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이다. 따라서, $\triangle AOB$ 와 $\triangle BOC$는 모두 직각이등변삼각형이다. 따라서, $2\overline{OM}=\overline{AD}$, $2\overline{ON}=\overline{BC}$이다. 그런데 $\overline{AD}+\overline{BC}=2\overline{EF}$이므로 $2\overline{OM}+2\overline{ON}=2\overline{EF}$이다. 따라서, $\overline{OM}+\overline{ON}=\overline{EF}$ 즉, $\overline{MN}=\overline{EF}=\overline{DH}$이다 ■

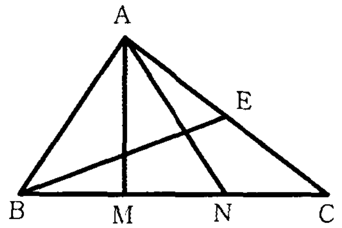
위의 문제를 해결하기 위해서는 어떻게 보조선을 그으면 될까? 이등변삼각형에서는 꼭지각의 이등분선을 긋는 것이라든지 정사각형이나 마름모에서 삼각형의 합동을 이용하기 위해 긋는 보조선 즉, 대각선을 그으면 나눠진 두 도형은 합동이고 선분의 수직이등분선이 된다. 이때 이러한 대각선을 대칭축이라고 볼 수 있다. 다시 말하면 어떤 도형을 이 보조선에 의해 합동이 되는 도형으로 대칭이동 시킬 수 있다. 이러한 점을 유추하여 등변사다리꼴에서도 위변과 아랫변의 중점을 연결한 보조선 MN은 위변과 아랫변에 각각 수직이등분선이 되고 이 보조선의 왼쪽과 오른쪽의 도형이 서로 합동이 되도록 보조선을 그릴 수 있다. 그러면 $\overline{OA}=\overline{OD}$, $\overline{OB}=\overline{OC}$, $\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{BN}=\overline{CN}$이고 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이다. 따라서, $\triangle AOB$ 와 $\triangle BOC$는 모두 직각이등변삼각형이 된다. 그러면, $2\overline{OM}=\overline{AD}$, $2\overline{ON}=\overline{BC}$이 되고 삼각형 중점연결 정리에 의해 $\overline{AD}+\overline{BC}=2\overline{EF}$가 되므로 문제를 해결 할 수 있다.

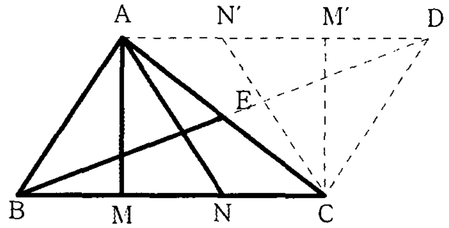
또한, 이 문제는 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 $\overline{AD}$ 방향으로 $\overline{AD}$ 만큼 평행이동한 것을 $\overline{DP}$라 하면 사각형 ACPD는 평행사변형이 된다. 또한, $\overline{BD}\perp\overline{DP}$이므로 삼각형 DBP는 직각이등변삼각형이 됨을 이용하여 문제를 해결 할 수도 있다.



3) 위유덕(중국사천대학), 최승범 옮김(2006). 올림피아드 수학의 지름길 중급-상, 세화출판사. p.242

문제2-2. 삼각형 ABC에서 밑변 $\overline{BC}$ 위의 두 점 M, N은 $\overline{BC}$를 삼등분하며 $\overline{BE}$는 $\overline{AC}$에서 내려 그은 중선이다. $\overline{AM}$, $\overline{AN}$은 $\overline{BE}$를 a, b, c 세 부분으로 나눈다. 이 때, $a:b:c$를 구하여라.[4)]





[풀이] 점 B, M, N을 E를 중심으로 점대칭이동 시킨 점을 각각 D, M′, N′이라 하자. 주어진 도형의 점대칭도형을 그려보면 위와 같다. 그러면 $\overline{M'C} // \overline{AM}$, $\overline{N'C} // \overline{AN}$이다. 따라서, $a:(2b+2c)=1:2$ 이므로 $a=b+c$ ·····①이라 하고 $(a+b):2c=\overline{DN'}:\overline{N'A}=2:1$이므로 $a+b=4c$ ·····②이라 하고 ①에서 $a-b=c$ ·····③이라 하자. 그러면 ②+③에서 $2a=5c$ 이므로 $a=\frac{5}{2}c$이고 ②-③에서 $2b=3c$이므로 $b=\frac{3}{2}c$이다. 따라서, $a:b:c=\frac{5}{2}c:\frac{3}{2}c:c=5:3:2$이다 ■

위의 문제를 풀기 위해서 어떤 방향으로 보조선을 긋도록 생각해야 할까? 밑변 $\overline{BC}$ 위의 두 점 M, N은 $\overline{BC}$를 삼등분하고 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$은 $\overline{BE}$를 a, b, c 세 부분으로 나누므로 전자와 후자에 관한 비례식이 되도록 보조선을 그으려고 시도해야 한다. 또한, $\overline{BE}$는 $\overline{AC}$에서 내려 그은 중선이므로 점 E는 변 AC의 중점이다. 이러한 것들을 전체적으로 고려함으로써 보조선을 그으려고 생각해 보면, 위 그림과 같이 점 E에 대해 각 꼭지점들을 대칭이동 시키는 보조선을 그을 수 있다. 즉 보조선을 그은 도형은 점대칭도형이 된다. 사각형 ABCD는 평행사변형이 된다. 그러면 $\overline{M'C} // \overline{AM}$, $\overline{N'C} // \overline{AN}$이므로 비례식을 이용하여 문제를 해결 할 수 있다. 사실 위의 문제를 각의 일반화 정리를 이용하면 문제를 해결 할 수도 있지만 대칭이동을 이용하여 문제를 해결하면 문제를 간단하게 해결 할 수 있다.

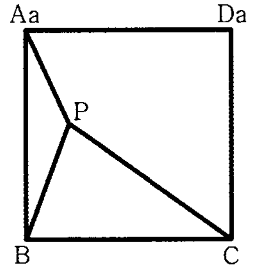
4) 위유덕(중국사천대학), 최승범 옮김(2006). 올림피아드 수학의 지름길 중급-상, 세화출판사. p.245

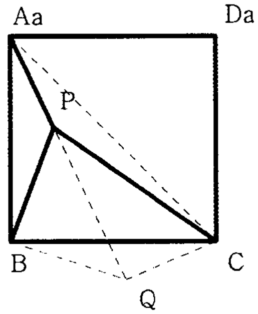
4. 회전이동을 이용

점 O와 각 α가 주어졌을 때, 점 P에 대하여 선분 OP를 α만큼 회전한 것을 OP′이라 할 때, P′를 P에 대응 하는 것이 O를 중심으로 하는 회전이동이라고 한다.

다음은 평면도형에 관한 문제에서 회전이동을 보조선으로 이용한 문제해결 방법을 생각해 보자.

문제3-1. 점 P는 정사각형 ABCD의 내부에 있는 점이고 $\overline{PA}=1$, $\overline{PB}=2$, $\overline{PC}=3$이다. 이 때, 정사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.





[풀이] $\angle APB$를 점 B를 중심으로 하여 시계방향으로 90° 만큼 회전시켜서 $\triangle CQB$를 얻는다. 그러면 $\triangle CQB \equiv \triangle APB$이다. P와 Q를 이으면 $\angle PBQ=90°$, $\overline{PB}=\overline{QB}=2$이므로 $\angle PQB=\angle QPB=45°$ 이다. 따라서, $\overline{PQ}=2\sqrt{2}$이다. $\triangle PQC$에서 $\overline{PC}=3$, $\overline{CQ}=1$, $\overline{PQ}=2\sqrt{2}$이므로 $\overline{PC}^2=\overline{CQ}^2+\overline{PQ}^2$이다. 따라서, $\angle PQC=90°$,

$\angle CQB=90°+45°=135°=\angle APB$, $\angle APB+\angle BQP=135°+45°=180°$ 이므로

A, P, Q 세 점은 동일 직선 위에 있다. 따라서, $\overline{AQ}=2\sqrt{2}+1$이고 직각삼각형 AQC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1+(1+2\sqrt{2})^2}=\sqrt{10+4\sqrt{2}}$이다. 따라서, $\overline{AB}=\sqrt{5+2\sqrt{2}}$이고 정사각형 ABCD의 넓이= $5+2\sqrt{2}$이다 ■

현재 상태에서 바로 정사각형 ABCD의 넓이를 구하는 것은 어렵다. 어떤 보조선을 그어야 정사각

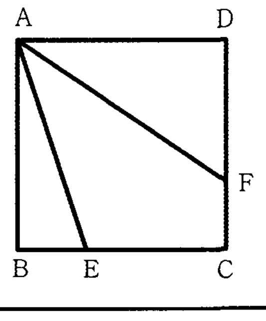
5) 위유덕(중국사천대학), 최승범 옮김(2006). 올림피아드 수학의 지름길 중급-상, 세화출판사. p. 237

형의 넓이를 구할 수 있을까? 정사각형은 네 각의 크기가 모두 직각이고 네 변의 길이가 모두 같음을 이용함과 동시에 $\overline{PA}=1$, $\overline{PB}=2$, $\overline{PC}=3$을 이용하여 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있게끔 보조선을 그리려고 노력해봐야 한다. 이처럼 여러 관계를 동시에 고려하면서 보조선을 긋도록 노력해야 한다. 우선 세 변 PA, PB, PC의 길이를 아는 상태이므로 이것을 이용하도록 대칭인 보조선을 그어서 생각해 볼 수 있다. 하지만 각 세 변을 대칭이동 시켜 보조선을 그어서는 보조선들에 의해 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 없다.

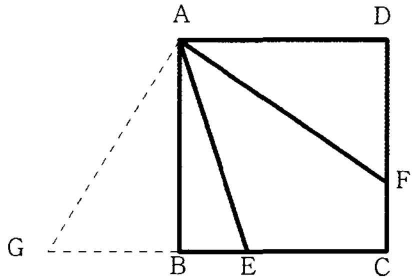
그렇다면 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있도록 '직각'을 이용함과 동시에 세 변 PA, PB, PC의 길이를 이용할 수 있도록 보조선을 긋도록 노력해야 한다. 이러한 방향으로 생각해 보면 변을 대칭이동 시켜 보조선을 그을 것이 아니라 변을 90° 회전이동 시켜 90° 라는 각의 크기도 이용하고, 변의 길이도 이용하는 방향으로 보조선을 그으려고 생각할 수 있다. 또한 세 변의 길이를 이용하게끔 세 변을 한 쪽으로 집중 시킬 수 있는 방향으로 보조선을 그어야 할 것이다. 그러면 두 변을 동시에 사용할 수 있고, 변 PC와도 가깝게 되도록 삼각형 APB를 시계방향으로 90° 회전이동 시킨다. 따라서, $\angle PBQ$는 90° 이므로 삼각형 PBQ는 직각이등변삼각형이 되고 $\angle PQB$와 $\angle QPB$는 45° 이다. $\overline{PB}=\overline{QB}=2$이므로 $\overline{PQ}=2\sqrt{2}$임을 알 수 있다. 또, $\triangle PQC$에서 $\overline{PC}=3$, $\overline{CQ}=1$, $\overline{PQ}=2\sqrt{2}$ 이므로 $\overline{PC}^2=\overline{CQ}^2+\overline{PQ}^2$인 관계가 성립하므로 직각삼각형임을 알 수 있다. 따라서, $\angle PQC=90°$, $\angle CQB=90°+45°=135°=\angle APB$, $\angle APB+\angle BQP=135°+45°=180°$ 이므로 A, P, Q 세 점은 동일 직선 위에 있다. 따라서, $\overline{AQ}=2\sqrt{2}+1$이고 직각삼각형 AQC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1+(1+2\sqrt{2})^2}=\sqrt{10+4\sqrt{2}}$이다.

또는, 비슷한 방법으로 삼각형 PBC를 시계반대 방향으로 90° 회전이동 시켜 보조선을 그려서 $\angle APB$의 크기를 구해보면 135° 임을 알 수 있다. 그러면 코사인 제2법칙에 의해 변 AB의 길이를 구할 수 있다.[6]

문제3-2. 다음 그림에서 ABCD는 정사각형, E는 위의 임의의 한 점, $\angle EAD$의 이등분선 $\overline{AF}$와 $\overline{CD}$의 교점을 F라 할 때 $\overline{BE}+\overline{DF}=\overline{AE}$임을 증명하여라.



6) 위유덕(중국사천대학), 최승범 옮김(2006). 올림피아드 수학의 지름길 중급-상, 세화출판사. p.239



[풀이] 위 그림과 같이 점 A를 중심으로 삼각형 ADF를 시계방향으로 90° 회전하여 삼각형 ADG가 되도록 보조선을 긋는다. $\angle GAB = \angle FAD = \angle EAF$, $\angle AGB = \angle AFD$, $\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 $\angle AFD = \angle BAE + \angle EAF = \angle BAE + \angle BAG$이다. 왜냐하면, $\angle AFD$와 $\angle FAB$는 엇각이다. 따라서, $\angle BAE + \angle EAF = \angle AGB$이다.

따라서, $\overline{EA} = \overline{EG} = \overline{BE} + \overline{BG} = \overline{BE} + \overline{FD}$이다 ■

위의 문제를 풀기 위해서 어떤 방향으로 보조선을 긋도록 생각해야 할까? $\overline{AF}$는 $\angle EAD$의 이등분선이고 사각형 ABCD는 정사각형이므로 네 각의 크기가 모두 90° 임을 이용함과 동시에 선분 AE, 선분 AF, 선분 BE, 선분 DF가 분산되어 있으므로 한 도형의 위에 오도록 보조선을 그으려고 시도해야 한다. 이러한 것들을 종합적으로 고려해서 보조선을 그으려고 생각해 보면 위 그림과 같이 점 A를 중심으로 삼각형 ADF를 시계방향으로 90° 회전하여 삼각형 ADG가 되도록 보조선을 그을 수 있다. 그러면 $\angle AFD = \angle BAE + \angle EAF = \angle BAE + \angle BAG$이고 $\angle AFD$와 $\angle FAB$는 엇각으로 서로같다. 따라서, $\angle BAE + \angle EAF = \angle AGB$이므로 문제를 해결 할 수 있다.

Ⅲ. 결론 및 제언

본 연구에서는 평면도형에서 보조선을 그어 문제를 해결하는데 있어 문제에서 주어진 조건과 요소들을 동시에 고려함으로써 학생들의 문제해결력 신장과 수학적 탐구 능력의 향상을 위해 점, 선분, 도형을 평행이동, 대칭이동, 회전이동 시키는 합동변환(congruent transformation)을 보조선으로 이용하여 각각의 변환을 이용하여 기하 문제를 해결하는데 있어 새로운 방법으로 접근하여 보았다.

한편, 신현용 · 한인기 · 이경언(2002)은 중학교 수학 교과서를 보면 보조선을 그려서 해결하는 문제가 많이 제시 되어 있으나, 정형화된 하나의 보조선만을 제시하고 있으며, 이러한 풀이는 학생들에게 다양한 탐구의 기회를 제공하지 못하고 있다고 지적하였다.

하지만, 합동변환을 보조선으로 이용하면 어떤 문제들은 주어진 조건이나 가정과 결론이 분산되어 있기 때문에 여러 가지 관계를 동시에 고려함으로써 '모든 부분을 재결합 및 연결이 되도록 즉, 조건을 전체적으로 생각하는 부분에 있어서 중요한 역할을 한다고 볼 수 있다. 또한, '문제2-1'에서는 대

칭이동을 이용하여 문제를 해결할 수도 있지만 평행이동을 이용했을 때는 등변사다리꼴을 평행사변형과 삼각형으로 분해하여 문제를 해결 할 수도 있었다.

또한, '문제1-2와 문제3-1'은 같은 문제이지만 '문제1-2'는 평행이동을 이용하여 문제를 해결하였고 '문제3-1'은 회전이동을 이용하여 문제를 해결하였다. 특히, '문제3-1'은 90° 회전이동 시킬 때 시계방향과 시계반대방향으로 회전이동시켜 문제를 해결 할 수 있었다. 뿐만 아니라, '문제2-1'에서는 대칭이동이나 평행이동을 이용해서 문제를 해결 할 수 있었다. 이것은 합동변환을 이용하여 문제를 해결하는데 있어 다양하게 접근할 수 있다는 것을 의미하며 학생들의 문제해결력 신장과 수학적 탐구 능력의 향상에 도움이 된다고 본다.

앞으로 합동변환을 이용하여 도형의 문제를 해결하는데 있어 영재수업이나 심화수업에 창의적 사고력을 신장시키는데 기본 자료가 될 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

교육부 (1998). <u>제7차 수학과 교육과정</u>, 서울 : 대한교과서.

우정호 (2006). <u>학교 수학의 교육적 기초</u>, 서울 : 서울대학교출판부.

남승인 · 한인기 (1999). <u>중학생 수학 올림피아드 3 예상문제집</u>, 서울 : 대교출판.

위유덕(중국사천대학). 최승범 옮김 (2006). <u>중학생을 위한 올림피아드 수학의 지름길 중급-상</u>, 서울 : 세화출판사.

신현용 · 한인기 · 이경언 (2002). 다양한 보조선을 이용한 문제풀이, <u>한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집></u> **14**, 서울 : 한국수학교육학회.

한인기 (2002). 유추를 이용한 삼각형의 각의 이등분선 성질 탐구, <u>한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육></u> **41(2)**. 서울: 한국수학교육학회.

임재훈 · 박경미 (2002). 보조선 지도법 연구, <u>학교수학</u> **4(1)**, 서울: 대한수학교육학회.